

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Carlos Alberto de Araújo Júnior

**Integração da Decomposição de Benders em Dois Estágios e Programação Dinâmica Dual
para o Planejamento Hidrotérmico-Eólico-Solar com Funções de Custo Intra-estágio**

Juiz de Fora

2026

Carlos Alberto de Araújo Júnior

**Integração da Decomposição de Benders em Dois Estágios e Programação Dinâmica Dual
para o Planejamento Hidrotérmico-Eólico-Solar com Funções de Custo Intra-estágio**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Energia Elétrica, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Bruno Henriques Dias

Coorientador: André Luiz Diniz Souto Lima

Juiz de Fora

2026

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Araújo Júnior, Carlos Alberto de.

Integração da Decomposição de Benders em Dois Estágios e Programação Dinâmica Dual para o Planejamento Hidrotérmico-Eólico-Solar com Funções de Custo Intra-estágio / Carlos Alberto de Araújo Júnior. – 2026.

98 f. : il.

Orientador: Bruno Henriques Dias

Coorientador: André Luiz Diniz Souto Lima

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2026.

1. Planejamento da operação de sistemas hidrotérmico-eólico-solar. 2. Energias renováveis. 3. Programação dinâmica dual. 4. Decomposição de Benders. 5. Função de custo intra-estágio. I. Dias, Bruno Henriques, orient. II. Lima, André Luiz Diniz Souto, coorient. III. Título.

Carlos Alberto de Araújo Júnior

Integração da Decomposição de Benders em Dois Estágios e Programação Dinâmica Dual para o Planejamento Hidrotérmico-eólico-solar com Funções de Custo Intra-estágio

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Aprovada em 03 de março de 2026.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Bruno Henriques Dias - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. André Luiz Diniz Souto Lima - Coorientador

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica / Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Erlon Cristian Finardi

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Daniel Dotta

Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. André Luis Marques Marcato

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. João Alberto Passos Filho

Universidade Federal de Juiz de Fora

Profa. Dra. Débora Dias Jardim Penna

Operador Nacional do Sistema Elétrico

Juiz de Fora, 22/01/2026.



Documento assinado eletronicamente por **Joao Alberto Passos Filho, Professor(a)**, em 03/03/2026, às 17:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Andre Luis Marques Marcato, Professor(a)**, em 03/03/2026, às 17:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

Documento assinado eletronicamente por **Bruno Henriques Dias, Professor(a)**, em 03/03/2026, às 21:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro](#)



de 2020.



Documento assinado eletronicamente por **Erlon Cristian Finardi, Usuário Externo**, em 04/03/2026, às 09:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Débora Dias Jardim Penna, Usuário Externo**, em 04/03/2026, às 11:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **ANDRE LUIZ DINIZ SOUTO LIMA, Usuário Externo**, em 06/03/2026, às 12:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Daniel Dotta, Usuário Externo**, em 24/03/2026, às 11:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2836245** e o código CRC **F DFA5982**.

À minha mãe, Sônia Maria, que permanece viva em minhas lembranças e conquistas.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conceder saúde, sabedoria e determinação para chegar até aqui.

Aos meus orientadores Bruno Dias e André Diniz, pela orientação segura e pelo apoio constante ao longo desta jornada. A confiança e a dedicação de ambos foram fundamentais para a realização deste trabalho.

Ao meu pai, Carlos Alberto, à memória de minha mãe, Sônia Maria, às minhas irmãs, Priscilla e Nathália Carnivali e ao meu irmão, Marcus Carnivali que sempre me inspiraram a buscar o melhor em cada etapa da vida.

À minha noiva Nathália Lacerda, pelo apoio em todos os momentos, especialmente na fase final deste percurso. Sua presença, incentivo e carinho foram essenciais para que eu seguisse em frente com serenidade e motivação.

Ao Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), pela oportunidade de desenvolvimento acadêmico, fundamental para a concretização deste trabalho.

Aos amigos do ONS, pela amizade e por compartilharem tantos aprendizados e desafios ao longo desses anos.

À Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPEE), pela oportunidade de realização do doutorado.

Por fim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização desta tese, direta ou indiretamente, deixo o meu mais sincero e profundo agradecimento.

“Quantas coisas, que um dia se julgaram impossíveis, se tornaram realidade!”

Júlio Verne

RESUMO

A geração de energia renovável, eólica e solar, no Brasil vem apresentando um forte crescimento nos últimos anos. Embora represente um avanço essencial para a construção de uma matriz elétrica mais sustentável e diversificada, impõe novos desafios relevantes ao planejamento da operação do sistema elétrico. Isso ocorre porque a variabilidade intrínseca dessas fontes, sujeitas a oscilações horárias, tem tornado progressivamente inadequada a sua representação simplificada em modelos de planejamento da operação de médio e longo prazo, baseados em baixa granularidade temporal. Para enfrentar esse desafio, Funções de Custo Intra-Estágio (FCIE) têm sido propostas na literatura como forma de incorporar os efeitos de curto prazo no planejamento de médio e longo prazo, sem a necessidade de discretizar explicitamente os estágios em etapas horárias. Entretanto, tais funções são construídas *a priori*, antes da resolução da Programação Dinâmica Dual (PDD), o que resulta em um número proibitivo de subproblemas em sistemas de grande porte, como é o caso brasileiro. Neste contexto, este trabalho propõe uma formulação integrada que combina a decomposição de Benders em dois estágios e a PDD, permitindo a construção iterativa e sob demanda das FCIE ao longo do processo de resolução da PDD, considerando a função de produção hidrelétrica e a representação de múltiplos subsistemas interligados. Essa integração permite resolver, de forma seletiva, apenas os subproblemas necessários em cada estágio, considerando aspectos horários, como a curva de carga e a intermitência da geração eólica e solar. Como resultado, obtêm-se funções FCIE mais consistentes e adaptadas ao problema da PDD que está sendo resolvido, superando as limitações das abordagens anteriores baseadas em pré-processamento. A metodologia é validada em casos ilustrativos, desenvolvidos para isolar e evidenciar o efeito da proposta, em um caso de grande escala, baseado em dados do sistema elétrico brasileiro, e em uma simulação de curto prazo, acoplada à Função de Custo Futuro gerada, demonstrando ganhos de realismo e eficiência na formulação das políticas de médio e longo prazo.

Palavras-chave: Planejamento da operação de sistemas hidrotérmico-eólico-solar; energias renováveis; programação dinâmica dual; decomposição de Benders; função de custo intra-estágio.

ABSTRACT

The generation of renewable energy from wind and solar in Brazil has grown significantly in recent years. Although this represents an essential step toward a more sustainable and diversified electricity matrix, it also poses new and relevant challenges for power system operation planning. This is because the intrinsic variability of these sources, subject to hourly fluctuations, has progressively rendered the simplified medium- and long-term representations, based on low temporal granularity, inadequate. To address this challenge, Intra-Stage Cost Functions (FCIE) have been proposed in the literature as a means to incorporate short-term effects into medium- and long-term planning without explicitly discretizing stages into hourly intervals. However, these functions are traditionally constructed *a priori*, before solving the Dual Dynamic Programming (DDP), resulting in a prohibitive number of subproblems for large-scale systems, such as the Brazilian system. In this context, this work proposes an integrated formulation that combines two-stage Benders decomposition and DDP, enabling the iterative and on-demand construction of FCIE throughout the DDP solution process, while accounting for the hydropower production function and the representation of multiple interconnected subsystems. This integration allows selective solution of only the necessary subproblems at each stage, considering hourly aspects such as load profiles and the intermittency of wind and solar generation. As a result, FCIEs that are more consistent and tailored to the DDP problem being solved are obtained, thereby overcoming the limitations of previous preprocessing-based approaches. The proposed methodology is validated through illustrative cases, designed to isolate and highlight the effect of the approach, through a large-scale case based on data from the Brazilian power system and a short-term simulation coupled with the generated Future Cost Function, demonstrating gains in realism and efficiency in the formulation of medium and long-term operation policies.

Keywords: Hydrothermal-wind-solar power scheduling; renewable energy; dual dynamic programming; Benders decomposition; intra-stage cost function.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Composição da capacidade instalada do SIN em dezembro de 2025.	25
Figura 2 – Horizonte de planeamento e modelos utilizados.	26
Figura 3 – Flutuação na produção de energia eólica e solar.	32
Figura 4 – Expansão da capacidade instalada de geração eólica no Brasil.	33
Figura 5 – Expansão da capacidade instalada de geração fotovoltaica centralizada no Brasil.	33
Figura 6 – Evolução da Micro e Mini Geração Distribuída no Brasil.	34
Figura 7 – Construção da envoltória convexa para um subsistema.	36
Figura 8 – Remoção do corte superior para um subsistema.	36
Figura 9 – Construção da envoltória convexa para dois subsistemas.	37
Figura 10 – Remoção dos planos superiores para dois subsistemas.	38
Figura 11 – Região ativa de cada plano da FCIE.	38
Figura 12 – Desvios entre a FCIE real e a aproximação externa (outer-approximation) construída por meio de cortes com discretização uniforme de 25%.	39
Figura 13 – Abordagem integrada da PDD e DB em duas etapas para resolver o problema geral de médio prazo com subproblemas estocásticos e discretização horária.	46
Figura 14 – Decomposição de Benders em duas etapas para construir aproximações da função FCIE do subproblema PDD de cada estágio.	49
Figura 15 – Perfil de demanda do primeiro dia considerado no estudo de caso ilustrativo 1.	56
Figura 16 – Perfil de geração eólica do primeiro dia considerado no estudo de caso ilustrativo 1.	56
Figura 17 – Variabilidade da carga líquida horária ao longo do horizonte do estudo de caso ilustrativo 1.	57
Figura 18 – Geração térmica – estudo de caso ilustrativo 1.	58
Figura 19 – Geração hidráulica – estudo de caso 1.	59
Figura 20 – Volume armazenado – estudo de caso 1.	59
Figura 21 – Perfis horários considerados no estudo de caso ilustrativo 2 – demanda elétrica (esquerda) e geração eólica (direita).	61
Figura 22 – Evolução dos limites inferior (Z_{inf}) e superior (Z_{sup}) ao longo das iterações para os quatro casos estudados.	62
Figura 23 – Evolução do <i>gap</i> de otimalidade ao longo das iterações para os quatro casos estudados.	62
Figura 24 – Número de subproblemas da Decomposição de Benders em duas etapas resolvidos por estágio e iteração do algoritmo PDD.	63
Figura 25 – Comparação entre a FCIE <i>a priori</i> 1% e a PDD-FCIE para dois subsistemas: superfícies sobrepostas.	64

Figura 26 – Comparação entre a FCIE <i>a priori</i> 1% e a PDD-FCIE para dois subsistemas: mapa de diferenças.	64
Figura 27 – Custo total de operação dos diferentes modelos no estudo de caso ilustrativo 2.	65
Figura 28 – Custo da simulação da operação – estudo de caso ilustrativo 2.	66
Figura 29 – Diagrama esquemático das usinas hidrelétricas consideradas no estudo de caso baseado no sistema elétrico brasileiro.	67
Figura 30 – Geração térmica média total obtida nos modelos PDD e PDD-FCIE.	69
Figura 31 – Cenários de afluência horária das UHEs Furnas e Tucuruí na primeira semana.	71
Figura 32 – Perfis horários de geração programada das usinas eólicas (EOL1 e EOL2) e da usina solar fotovoltaica (SOLAR) considerados no estudo para a primeira semana.	71
Figura 33 – Fluxograma do algoritmo de solução do modelo de simulação de curto prazo.	73
Figura 34 – Função de produção hidráulica aproximada – FPHA	75
Figura 35 – Diagrama unifilar do sistema – simulação de curto prazo.	76
Figura 36 – CMO – simulação de curto prazo.	77
Figura 37 – Volume armazenado UHE Furnas – simulação de curto prazo.	77
Figura 38 – Volume armazenado UHE Tucuruí – simulação de curto prazo.	77
Figura 39 – Geração hidrelétrica da UHE Furnas – simulação de curto prazo.	78
Figura 40 – Geração hidrelétrica da UHE Tucuruí – simulação de curto prazo.	78
Figura 41 – Geração térmica GT1 – simulação de curto prazo.	78
Figura 42 – Geração térmica GT2 – simulação de curto prazo.	79
Figura 43 – Geração térmica GT3 – simulação de curto prazo.	79
Figura 44 – Geração eólica EOL1 – simulação de curto prazo	80
Figura 45 – Geração eólica EOL2 – simulação de curto prazo	80
Figura 46 – Geração solar UFV SOLAR – simulação de curto prazo	80
Figura 47 – Simulação modelo de curto prazo – custos semanais.	81
Figura 48 – Simulação modelo de curto prazo – custo total acumulado.	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características das usinas termelétricas – estudo de caso ilustrativo 1.	55
Tabela 2 – Características das usinas hidrelétricas – estudo de caso ilustrativo 1.	55
Tabela 3 – Número de subproblemas resolvidos – estudo de caso ilustrativo 1.	57
Tabela 4 – Características das usinas termelétricas – estudo de caso ilustrativo 2.	60
Tabela 5 – Características das usinas hidrelétricas – estudo de caso ilustrativo 2.	60
Tabela 6 – Número de subproblemas resolvidos – estudo de caso ilustrativo 2.	62
Tabela 7 – Número de subproblemas resolvidos (PDD-FCIE) e estimados (grades pré-definidas) e o tempo total de processamento correspondente.	68
Tabela 8 – Custos totais de operação obtidos para as formulações PDD e PDD-FCIE.	68
Tabela 9 – Características das usinas termelétricas – estudo de caso considerando incerteza hidrológica.	70
Tabela 10 – Características das usinas hidrelétricas – estudo de caso considerando incerteza hidrológica.	71
Tabela 11 – Características operacionais das usinas termelétricas consideradas na simulação de curto prazo.	73
Tabela 12 – Rampas de tomada e alívio de carga das usinas termoelétricas consideradas na simulação de curto prazo.	74
Tabela 13 – Características operacionais das usinas hidrelétricas – parâmetros das unidades geradoras.	74
Tabela 14 – Características operacionais das usinas hidrelétricas – parâmetros dos reservatórios.	74
Tabela 15 – Usinas hidroelétricas – estudo de caso com o sistema elétrico brasileiro.	90
Tabela 16 – Usinas termoelétricas – estudo de caso com o sistema elétrico brasileiro.	94
Tabela 17 – Comparação das 34 linhas de transmissão do sistema IEEE de 24 barras considerando os casos FCF (PDD) e FCF (FCIE-PDD) ao longo de 168 horas.	98

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BD	Decomposição de Benders
CMO	Custo Marginal de Operação
CP	Custo Presente
CVaR	Conditional Value-at-Risk
PDD	Programação Dinâmica Dual
PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica
EQM	Erro Quadrático Médio
FCF	Função de Custo Futuro
FCI	Função de Custo Imediato
FCIE	Função de Custo Intra-Estágio
FER	Fontes de Energia Renovável Eólica e Solar
FPH	Função de Produção Hidrelétrica Exata
FPHA	Função de Produção Hidrelétrica Aproximada
MILP	Programação Inteira Linear Mista
MMGD	Micro e Mini Geração Distribuída
MTOP	Problema de Planejamento da Operação de Médio Prazo
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
SIN	Sistema Interligado Nacional
UCH	Unit Commitment Hidráulico
UCT	Unit Commitment Térmico
UTE	Usina Termelétrica
UHE	Usina Hidrelétrica

LISTA DE SÍMBOLOS

Conjuntos e índices:

$t = 1, \dots, T$	Índice do estágio do problema de médio/longo prazo (PDD)
$\tau = 1, \dots, T'_t$	Índice de intervalos intra-estágio (horários) no estágio t
$s = 1, \dots, S_t$	Índice de cenários no estágio t (para o subproblema intra-estágio)
$u \in U$	Índice/conjunto de subsistemas
$h \in H$	Índice/conjunto de usinas hidrelétricas
$j \in J$	Índice/conjunto de usinas termelétricas
J_u	Conjunto de termelétricas localizadas no subsistema u
H_u	Conjunto de hidrelétricas localizadas no subsistema u
M_u	Conjunto de usinas a montante no balanço hídrico do subsistema u
$l \in U, l \neq u$	Índice de subsistema externo a u (intercâmbios)
$c \in CF_t$	Índice/conjunto de cortes da Função de Custo Futuro no estágio t
$k \in \kappa_h$	Índice/conjunto de planos (segmentos) da função de produção aproximada da UHE h

Variáveis de decisão:

$gt_{j,t}$	Geração térmica da usina j no estágio t
$gh_{h,t}$	Geração hidráulica da usina h no estágio t
$def_{u,t}$	Déficit (corte de carga) no subsistema u no estágio t
$gt'_{j,\tau,s}$	Geração térmica horária da usina j no período τ e cenário s
$gh'_{h,\tau,s}$	Geração hidráulica horária da UHE h no período τ e cenário s
$def'_{u,\tau,s}$	Déficit horário no subsistema u no período τ e cenário s
$Int_{l,u}$	Intercâmbio (fluxo líquido) do subsistema l para o subsistema u
$v_{h,t}$	Volume armazenado da UHE h ao final do estágio t

$\hat{v}_{h,t-1}$	Volume armazenado da UHE h no início do estágio t (estado do estágio anterior)
$q_{h,t}$	Vazão turbinada da UHE h no estágio t
$s_{h,t}$	Vazão vertida da UHE h no estágio t
$\alpha_{t+1}(v_{h,t})$	Custo futuro (FCF) no estágio t como função do estado $v_{h,t}$

Parâmetros (custos, demanda e hidrologia):

C_{def}	Custo de penalidade do déficit
$CT_{j,t}$	Custo incremental (marginal) associado à geração térmica de j no estágio t
$d_{u,t}$	Demanda do subsistema u no estágio t
$d'_{u,\tau,s}$	Demanda líquida horária do subsistema u no período τ e cenário s
$I_{h,t}$	Afluência incremental da UHE h no estágio t

Parâmetros (limites operativos):

$\underline{g}^t_j, \overline{g}^t_j$	Limites mínimo e máximo de geração térmica da usina j
$\underline{g}^h_h, \overline{g}^h_h$	Limites mínimo e máximo de geração hidráulica da UHE h
$\underline{v}_h, \overline{v}_h$	Limites mínimo e máximo de volume armazenado da UHE h
$\underline{q}_h, \overline{q}_h$	Limites mínimo e máximo de vazão turbinada da UHE h
$s_{h,t} \geq 0$	Não negatividade do vertimento

Funções de custo e aproximações (PDD/FCF):

CP_t	Custo presente (soma de custos térmicos e penalidades) no estágio t
FCF	Função de Custo Futuro (aproximação por cortes na PDD)
CF_t	Conjunto de cortes (planos) que compõe a aproximação da FCF no estágio t
$\pi_{c,h,t}$	Coefficiente do corte c associado ao volume da UHE h no estágio t
$\epsilon_{c,t}$	Termo independente do corte c no estágio t

Função de Produção Hidráulica Aproximada (FPHA):

$FPHA_i(V, Q, Qlat)$ Função de produção hidráulica aproximada da usina i

V Volume armazenado

Q Vazão turbinada

$Qlat$ Vazão lateral/vertimento

α_{FPHA} Fator escalar de correção da FPHA

$\gamma_{0i}^{(k)}$ Termo independente do plano k da FPHA da usina i

$\gamma_{Vi}^{(k)}$ Coeficiente associado a V no plano k da FPHA da usina i

$\gamma_{Qi}^{(k)}$ Coeficiente associado a Q no plano k da FPHA da usina i

$\gamma_{Qlat,i}^{(k)}$ Coeficiente associado a $Qlat$ no plano k da FPHA da usina i

NPF_i Número total de planos/segmentos da FPHA da usina i

Decomposição de Benders em duas etapas (BD) e FCIE:

$\beta_t(\vec{GH}_t)$ Valor (real) da FCIE no estágio t avaliada no ponto \vec{GH}_t

$\tilde{\beta}_t(\vec{GH}_t)$ Estimativa (aproximação) atual da FCIE no estágio t

Z_{lbBD} Limite inferior da BD (two-stage Benders) na iteração corrente

Z_{ubBD} Limite superior da BD (two-stage Benders) na iteração corrente

$\hat{\vec{GH}}_t$ Solução candidata (ponto avaliado) para o vetor de gerações hidráulicas no estágio t

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
1.1 Introdução	18
1.2 Revisão bibliográfica	18
1.2.1 Função de Custo Intra-Estágio	21
1.3 Objetivos e contribuições deste trabalho	21
1.3.1 Publicações decorrentes do trabalho	23
1.4 Organização da Tese	23
2 – PLANEJAMENTO E PROGRAMAÇÃO DA OPERAÇÃO DO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL	24
2.1 Principais características do SIN	24
2.2 Planejamento e programação da operação	25
2.2.1 Horizonte de planejamento e modelos utilizados	26
2.2.2 Formulação do problema	28
2.3 Desafios da crescente inserção da geração eólica, solar e da micro e mini geração distribuída.	32
2.4 Construção <i>a priori</i> da Função de Custo Intra-Estágio	34
2.4.1 Construção da FCIE para um subsistema	35
2.4.2 Construção da FCIE para dois subsistemas	36
2.4.3 Desafios na construção <i>a priori</i> da FCIE	37
3 – DECOMPOSIÇÃO COMBINADA DA PDD E BENDERS DOIS ESTÁGIOS COM CONSTRUÇÃO ITERATIVA DA FUNÇÃO DE CUSTO INTRA-ESTÁGIO	40
3.1 Problema tradicional de planejamento hidrotérmico de médio prazo resolvido por PDD	40
3.1.1 Problema geral de operação de médio prazo (MTOP)	41
3.1.2 Subproblemas de Programação Dinâmica Dual (PDD-SP)	41
3.2 MTOP com restrições estocásticas horárias	43
3.2.1 PDD combinada com DB de dois estágios e construção iterativa da função FCIE	45
3.2.2 Subproblema mensal de nível superior com uma função de custo intra-estágio (M-SP)	46
3.2.3 Subproblema horário de nível inferior para cada valor médio semanal/mensal de geração hidrelétrica (H-SP)	47
3.2.4 Estratégia de solução do subproblema PDD-SP e construção da FCIE por decomposição de Benders em duas etapas	48

3.2.5	Integração entre as abordagens PDD e BD em duas etapas	49
3.2.6	Convergência e critério de parada	50
3.2.7	Comentários gerais	53
4	– RESULTADOS NUMÉRICOS	54
4.1	Estudo de caso ilustrativo 1	55
4.2	Estudo de caso ilustrativo 2	59
4.3	Estudo de caso com base no sistema elétrico brasileiro – sem incerteza hidrológica	66
4.4	Estudo de caso considerando incerteza hidrológica	69
4.4.1	Simulação de curto prazo com acoplamento da FCF obtida pela metodologia proposta	72
5	– CONCLUSÕES E PROPOSTAS FUTURAS	83
5.1	Conclusões	83
5.2	Propostas futuras	83
5.3	Breve análise das propostas futuras	84
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86
	APÊNDICE A – UHEs E UTEs CONSIDERADAS NO ESTUDO DE CASO COM BASE NO SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO	90
	APÊNDICE B – RESULTADOS POR LINHA DE TRANSMISSÃO	98

1 INTRODUÇÃO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.1 Introdução

O contínuo aumento da participação das fontes de energia renováveis estocásticas, eólicas e solares (FER), tem introduzido desafios inéditos no planejamento e na programação da operação de sistemas elétricos, em virtude da elevada variabilidade horária associada à geração dessas fontes. No caso do planejamento e da programação da operação do Sistema Interligado Nacional (SIN), essa variabilidade é atualmente considerada apenas na etapa de curto prazo¹, em função da maior granularidade temporal e da representação cronológica da operação, que permitem capturar com maior detalhe as variações horárias da geração.

Entretanto, os impactos decorrentes dessa variabilidade não se restringem ao curto prazo, estendendo-se de forma significativa ao problema do planejamento de médio e longo prazo. A consideração adequada desses efeitos torna-se, portanto, fundamental para assegurar um planejamento energético eficiente, seguro e sustentável.

Nesse contexto, a Seção 1.2 apresenta uma revisão bibliográfica dos principais estudos sobre o tema, destacando as abordagens propostas na literatura e as lacunas que motivam o desenvolvimento deste trabalho.

1.2 Revisão bibliográfica

A operação dos sistemas de energia em todo o mundo passou por uma mudança significativa, principalmente impulsionada pelo aumento massivo das FER. Essas fontes introduzem uma incerteza e intermitência horária considerável [1]. Conseqüentemente, os métodos tradicionais de despacho econômico dinâmico [2] e *unit commitment* [3], que evoluíram na literatura para incorporar representações mais detalhadas dos componentes e restrições do sistema, foram remodelados para considerar as incertezas das FER na operação ótima de curto prazo de sistemas hidrotérmicos [4].

Vários estudos têm avaliado o impacto do aumento da penetração de geração renovável intermitente em sistemas de energia. Os trabalhos [5] e [6] analisaram seu efeito no *unit commitment* das unidades térmicas e no controle de frequência do sistema, enquanto [7] discutiu seu impacto nos preços de energia. Por outro lado, a flexibilidade proporcionada por unidades hidrelétricas em sistemas predominantemente hidrelétricos tem mitigado o efeito da geração intermitente, reduzindo picos de preço e o despacho de geração térmica [8]. A importância de representar adequadamente a variabilidade de curto prazo em modelos de médio e longo prazos

¹ Neste trabalho, adota-se a terminologia convencionalmente empregada na literatura: “curto prazo”, caracterizado por um horizonte de uma semana; “médio prazo”, abrangendo um horizonte de dois meses; e “longo prazo”, estendendo-se por cinco anos. No contexto brasileiro, tais denominações correspondem, respectivamente, aos termos “curtíssimo”, “curto” e “médio” prazo.

é enfatizada em [9, 10], uma vez que sua omissão pode levar à subestimação de custos operacionais, à superestimação da participação das fontes renováveis e à negligência dos requisitos de flexibilidade do sistema.

Abordar a natureza estocástica do problema de programação da geração horária sob geração renovável altamente intermitente tem impulsionado a aplicação de variantes de programação estocástica e otimização robusta. A otimização distributivamente robusta, por exemplo, tem sido considerada no contexto de sistemas hidrotérmico-eólicos [11] e no problema de unit commitment para sistemas térmico-eólicos [12]. A técnica *chance-constrained* com restrições de probabilidade conjunta é proposta em [13] em um problema de unit commitment hidrotérmico com variáveis inteiras mistas. Para uma revisão abrangente sobre a incorporação da incerteza na geração renovável para a operação de curto prazo de sistemas hidrotérmicos, consulte [4].

A crescente penetração de FER também impõe desafios para o planejamento da operação de médio e longo prazo. O uso de intervalos de tempo, comumente chamados de “patamares de carga” dentro de cada estágio semanal ou mensal, que são definidos com base na duração das curvas de carga, tem sido revisitado para considerar a variação horária da carga líquida, a capacidade de rampa e os custos de partida/rampeamento das fontes de geração. Em particular, o trabalho [14] mostra que negligenciar os intervalos de tempo horários (ou sub-horários) no planejamento de médio/longo prazo superestima a capacidade das FER de atender à demanda e subestima os custos operacionais. Discussões sobre a relevância de considerar restrições de unit commitment em modelos de planejamento de longo prazo, juntamente com uma revisão das metodologias previamente propostas, são apresentadas em [15, 16].

O trabalho apresentado em [17] aborda um problema de planejamento da operação de longo prazo em sistemas hidrelétricos com elevada participação de geração eólica, resolvido por meio da Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [18] em uma formulação avessa ao risco. Cada estágio mensal é subdividido em subperíodos horários, nos quais são impostas restrições probabilísticas (*chance-constrained*) de balanço de carga com o objetivo de mitigar a volatilidade horária da geração eólica. No entanto, alguns aspectos do problema não são detalhados, em particular, a forma como a relação não linear entre a geração hidrelétrica e a altura de queda da água é tratada, de modo a preservar os requisitos de convexidade exigidos pela abordagem PDDE. Deve-se notar que a necessidade de incluir aspectos horários no planejamento de médio/longo prazo não se restringe à incerteza/variabilidade eólica, como apresentado por [19], no qual restrições de rampa máxima horária são consideradas para a operação anual de sistemas hidrelétricos.

O acoplamento entre o planejamento de médio e curto prazo em sistemas hidrotérmicos é tratado de forma pioneira por [20], que propõe uma metodologia baseada na decomposição de Benders para compatibilizar metas semanais de geração com restrições elétricas horárias. Nessa abordagem, o despacho horário atua exclusivamente como um subproblema de verificação de viabilidade elétrica, realimentando o modelo de médio prazo por meio da inclusão de restrições

adicionais sobre as variáveis semanais, restringindo o espaço viável das decisões, sem modificar a função de custo imediato nem incorporar explicitamente os efeitos intra-estágio na função de custo futuro do problema de planejamento.

Embora haja consenso quanto à impraticabilidade de empregar resolução horária para a maioria dos problemas de planejamento de médio/longo prazo, devido ao número extremamente grande de intervalos de tempo combinados com um número possivelmente grande de cenários, o objetivo de incorporar essa discretização detalhada não é obter o despacho para uma determinada hora ou cenário em determinado dia, mês ou ano à frente. Em vez disso, o foco está na compreensão do impacto da resolução horária nas decisões estratégicas.

Nesse contexto, alguns conceitos têm sido desenvolvidos na literatura para incorporar de forma eficiente aspectos horários e outros detalhes da operação do sistema no planejamento de longo prazo, incluindo:

- (i) a construção de patamares de carga de acordo com a chamada carga residual [21], que considera uma combinação conjunta de demanda de carga e curvas de probabilidade horária de energia eólica de diferentes fontes [22];
- (ii) o uso de dias representativos para expressar perfis horários de geração intermitente [23, 24, 25];
- (iii) o conceito de estados do sistema como uma alternativa aos patamares de carga [26, 27];
- (iv) a proposta de uma aproximação contínua para os tempos mínimos de subida/descida, capacidade de rampa e restrições de partida/desligamento para unidades térmicas [28, 29];
- (v) O trabalho [30] propõe uma abordagem para o planejamento de longo prazo baseada em Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), na qual sistemas hidrelétricos são representados por reservatórios equivalentes de energia. A fim de mitigar a superestimação da flexibilidade hidráulica inerente à agregação, os autores introduzem um mecanismo de decomposição espacial, no qual decisões agregadas de geração e armazenamento são avaliadas por meio de subproblemas hidráulicos detalhados. A partir desses subproblemas, são gerados cortes de viabilidade lineares, incorporados ao problema mestre do PDDE, com o objetivo de restringir o conjunto viável das decisões agregadas.
- (vi) a consideração de uma abordagem multi-horizonte, com definição explícita de subproblemas “inter-estágios” e “intra-estágios”, proposta em [31] para análise de negociação em mercados de pool e posteriormente definida como uma classe de programas estocásticos [32]. Esse tema foi explorado ainda mais em [33], com aplicações que variam de planejamento de despacho orientado por preços [34] a problemas de decisões de negociação ótimas [35].

Entre essas contribuições, destaca-se o conceito de Função de Custo Intra-Estágio, que fundamenta a proposta metodológica desenvolvida nesta tese, conforme discutido a seguir.

1.2.1 Função de Custo Intra-Estágio

No conceito de multi-horizonte mencionado acima, um aspecto crucial é a representação das funções de custo intra-estágio no problema inter-estágio externo, conforme destacado por [31]. Essa abordagem visa evitar uma representação explícita e completa de todas as variáveis e restrições do problema intra-estágio, o que acarreta desafios computacionais significativos. Nos trabalhos discutidos anteriormente, os termos “Função de Custo Imediato (FCI)” e “Função de Custo Intra-Estágio (FCIE)” são conceitualmente equivalentes. No entanto, o termo FCIE é utilizado a seguir, pois descreve melhor o uso dessas funções neste trabalho, ao integrar os estágios inter e intra dos problemas de planejamento de médio e longo prazo. Além disso, como este trabalho propõe uma melhoria na construção dessas funções, o termo FCIE destaca esse aprimoramento, que é o principal foco deste trabalho.

O conceito de FCIE foi apresentado pela primeira vez (inicialmente como FCI) para problemas hidrotérmico-eólicos em [36], que propõe um procedimento de pré-processamento para determinar a FCIE, visando resolver o problema de planejamento de longo prazo por meio da abordagem PDDE. Outra contribuição significativa vem de [37], que apresenta uma metodologia PDDE modificada para incluir cenários de energia eólica no planejamento da operação de sistemas hidrotérmico-eólicos de médio prazo, considerando uma representação horária da demanda. No entanto, em ambos os trabalhos, a FCIE é construída *a priori*, ou seja, antes de resolver o problema com a estratégia de solução PDDE. Como resultado, esse procedimento potencialmente gera um número substancial de subproblemas a serem resolvidos, tornando sua aplicação impraticável em problemas de grande escala, como o sistema elétrico brasileiro. A razão para esse crescimento no número de subproblemas e suas implicações é discutida em maior detalhe no Capítulo 2.

Desse modo, um desafio relevante consiste em desenvolver uma estratégia capaz de construir a FCIE em um tempo de computação viável.

1.3 Objetivos e contribuições deste trabalho

Com base nos conceitos discutidos anteriormente, o objetivo principal deste trabalho é propor uma formulação iterativa para a construção da Função de Custo Intra-Estágio (FCIE), de natureza multidimensional, para cada estágio e cenário do problema de planejamento de médio e longo prazo. Essa formulação emprega uma estratégia de solução combinada, integrando a Programação Dinâmica Dual (PDD) e a Decomposição de Benders (DB) em dois estágios. Embora a metodologia desenvolvida neste trabalho esteja no contexto do planejamento de médio

prazo, sua estrutura é geral e pode ser estendida de forma direta para problemas de planejamento de longo prazo.

A FCIE representa o valor esperado dos custos de despacho presentes, considerando múltiplos cenários que refletem a incerteza e a intermitência horária das fontes renováveis eólica e solar ao longo dos estágios semanais e mensais, em um sistema composto por diversos subsistemas. O problema geral é resolvido por uma abordagem em dois níveis: o nível superior, associado ao problema multiestágio de planejamento hidrotérmico de médio prazo [38], é tratado pela estratégia PDD [39]; enquanto o nível inferior, modelado por um método DB em dois estágios [40], resolve subproblemas de horizonte mensal estocástico, com discretização horária, cuja solução é utilizada na construção da FCIE.

Em síntese, as principais contribuições deste trabalho são:

- formular subproblemas para cada estágio semanal ou mensal, incorporando restrições horárias e a variabilidade e incerteza das fontes de energia renovável eólica e solar, em problemas de planejamento de médio e longo prazos;
- apresentar uma abordagem para resolver o problema de planejamento de médio e longo prazos em múltiplos estágios, com subproblemas semanais e mensais estocásticos e discretizados por hora, utilizando o conceito de FCIE em um ambiente multidimensional. Diferentemente dos trabalhos de [36, 37], nos quais a FCIE é construída *a priori*, nesta tese ela é obtida de forma iterativa e computacionalmente mais eficiente, por meio da combinação da PDD para o problema geral e da DB em dois estágios para os subproblemas de cada estágio;
- aplicar a abordagem proposta em casos ilustrativos e em um caso de grande porte baseado no sistema elétrico brasileiro, de modo a avaliar sua eficácia e aplicabilidade;
- reduzir significativamente o tempo computacional necessário para a construção da FCIE.

A metodologia proposta nesta tese, desenvolvida no contexto da PDD, foi publicada em [41] e já demonstrou relevância internacional, tendo sido aplicada e adaptada por pesquisadores de outras instituições. Em particular, o trabalho de [42], do SINTEF Energy Research em Trondheim, Noruega, cita o artigo publicado a partir desta tese e estende a abordagem para um contexto estocástico, com múltiplos cenários de vazão, utilizando a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Tal extensão corresponde a uma das linhas de pesquisa sugeridas como trabalho futuro no artigo publicado a partir desta tese, evidenciando a utilidade, a robustez e o potencial de continuidade científica do método desenvolvido, além de reforçar sua contribuição à literatura da área.

1.3.1 Publicações decorrentes do trabalho

C. A. Júnior, B. Dias and A. Diniz, *Integrated Two-Stage Benders Decomposition and Dual Dynamic Programming for Hydrothermal-Wind Planning With Intra-Stage Cost Functions*, in **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, vol. 15, no. 4, pp. 2263-2275, Oct. 2024, doi: 10.1109/TSTE.2024.3411577.

C. A. Júnior, B. Dias e A. Diniz, *Aplicação da Integração da Decomposição de Benders em Dois Estágios e Programação Dinâmica Dual para o Planejamento Hidrotérmico-Eólico com Funções de Custo Intra-Estágio*, **XXVIII SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**, 2025, Recife.

C. A. Júnior, B. Dias and A. Diniz, *Incorporating short-term constraints in the long-term hydrothermal-wind systems operation planning*, presented at the **8th International Conference on Hydropower Scheduling in Competitive Electricity Markets**, Rio de Janeiro, Brazil, 2025.

1.4 Organização da Tese

O restante deste trabalho está estruturado da seguinte forma. O Capítulo 2 apresenta as principais características do Sistema Interligado Nacional (SIN), destacando o planejamento da operação, os desafios decorrentes da crescente inserção de fontes renováveis de alta variabilidade e os benefícios e limitações da construção *a priori* das Funções de Custo Intra-Estágio (FCIE).

O Capítulo 3 descreve a formulação tradicional do problema de planejamento da operação de médio prazo (MTO) de sistemas hidrotérmico-eólico-solares e sua resolução por meio da PDD. Na sequência, apresenta-se a principal contribuição desta tese: uma modificação metodológica da formulação da PDD que permite a construção iterativa das FCIEs, incorporando explicitamente subproblemas horários e estocásticos no subproblema da PDD de cada estágio (PDD-SP). Essa formulação proposta decompõe cada subproblema PDD-SP em um subproblema mensal de nível superior e em um subproblema estocástico de nível inferior, discretizado por hora, cuja solução é obtida pela combinação de iterações externas da PDD com iterações internas da Decomposição de Benders em dois estágios.

O Capítulo 4 apresenta os estudos de caso, abrangendo alguns de caráter tutorial e um de grande porte baseado no sistema elétrico brasileiro, que evidenciam os benefícios da abordagem proposta. Por fim, o Capítulo 5 reúne as principais conclusões e contribuições do trabalho, além de propostas para trabalhos futuros.

2 PLANEJAMENTO E PROGRAMAÇÃO DA OPERAÇÃO DO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL

Este capítulo apresenta os principais aspectos relacionados ao planejamento da operação do setor elétrico brasileiro, nos horizontes de médio e longo prazo, e à programação da operação no curto prazo, com ênfase nas metodologias utilizadas para a otimização dessas atividades. Além disso, descreve as principais características do Sistema Interligado Nacional (SIN) e discute os desafios decorrentes da crescente inserção de fontes renováveis variáveis, como a geração eólica e solar, bem como da expansão da Micro e Mini Geração Distribuída (MMGD).

Esses avanços, embora essenciais para a transição energética e a diversificação da matriz elétrica, introduzem novas incertezas e dinâmicas operativas que impactam diretamente o processo de planejamento da operação. Nesse contexto, têm surgido esforços para representar de forma mais adequada essas características nos modelos de planejamento, especialmente a variabilidade e a intermitência horária das fontes eólica e solar. Uma dessas iniciativas consiste na formulação *a priori* da Função de Custo Intra-Estágio (FCIE). Entretanto, essa abordagem apresenta limitações significativas, que serão discutidas ao longo deste capítulo, e que motivaram o desenvolvimento, nesta tese, de uma metodologia alternativa baseada na construção iterativa da FCIE.

2.1 Principais características do SIN

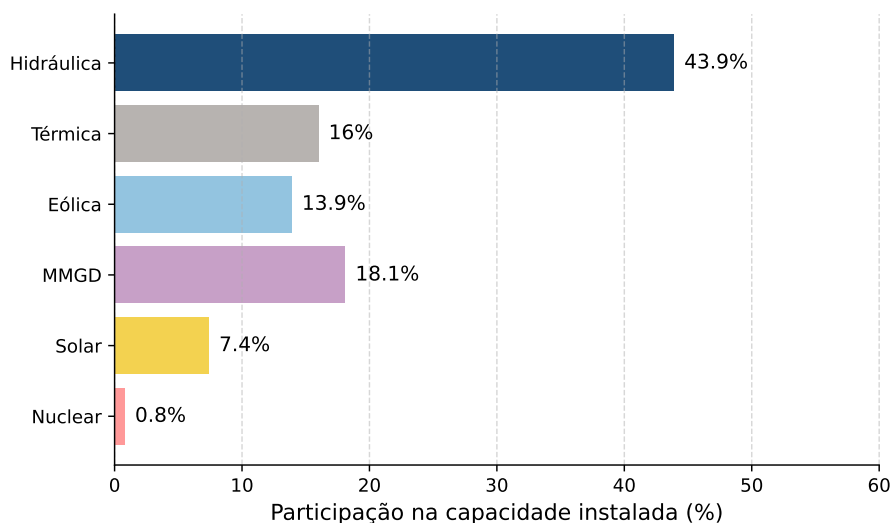
O Sistema Interligado Nacional (SIN) constitui um complexo sistema hidrotérmico-eólico-solar de grande porte, composto por múltiplos agentes de geração e transmissão. Ele interliga as quatro regiões do país (Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte) por meio de uma extensa rede de transmissão, atendendo aproximadamente 99% do consumo de energia elétrica nacional. A operação do SIN é coordenada e controlada pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), responsável pela supervisão integrada das instalações de geração e transmissão [43].

O sistema compreende uma ampla rede de usinas geradoras, linhas de transmissão, subestações e sistemas de distribuição. As principais fontes de geração permanecem sendo as hidrelétricas (43,9% da capacidade instalada), seguidas pelas termelétricas (16%), eólicas (13,9%), MMGD (18,1%), solar (7,4%) e nuclear (0,8%), conforme ilustrado na Figura 1 [43].

Essa integração confere maior segurança e confiabilidade operativa ao sistema, reduz custos de transmissão e possibilita o compartilhamento de recursos energéticos entre as regiões, contribuindo para a eficiência e a sustentabilidade do setor elétrico brasileiro.

A dimensão e a complexidade do SIN exigem um processo de planejamento e operação altamente coordenado, capaz de considerar as interdependências hidrológicas, as restrições de transmissão, as restrições operativas (hidráulicas e elétricas) e as particularidades regionais

Figura 1 – Composição da capacidade instalada do SIN em dezembro de 2025.



de oferta e demanda. A predominância de usinas hidrelétricas com reservatórios interligados confere ao sistema uma elevada flexibilidade operativa, mas também impõe desafios significativos relacionados à variabilidade das afluências e à gestão eficiente dos recursos hídricos ao longo do tempo. Nesse contexto, os modelos de otimização empregados pelo ONS desempenham papel central na definição das políticas de operação, buscando conciliar custo, segurança e confiabilidade no atendimento ao sistema elétrico nacional.

2.2 Planejamento e programação da operação

Para gerenciar o SIN (uma das maiores redes de energia elétrica do mundo, responsável por assegurar o abastecimento de eletricidade a milhões de brasileiros) é fundamental dispor de um planejamento estratégico de médio e longo prazo, uma vez que os reservatórios podem levar meses ou até anos para encher e esvaziar. Esse planejamento visa otimizar o uso dos recursos energéticos disponíveis, conciliando a geração das usinas hidrelétricas com a das termelétricas e garantindo o atendimento seguro e econômico à demanda.

Para tanto, são elaboradas previsões de vazões (para o curto prazo) e cenários de vazões (para o médio e o longo prazo), além de projeções de carga (demanda de energia) e de geração de fontes renováveis intermitentes (eólica e solar). Também são consideradas diversas restrições, elétricas, energéticas, hidráulicas, associadas a condicionantes ambientais, de uso múltiplo das águas, e de natureza física, tanto das usinas quanto da rede de transmissão.

Com base nesse conjunto de informações, empregam-se modelos de otimização para determinar uma política de operação que minimize o custo total esperado, considerando mecanismos de aversão ao risco e respeitando todas as restrições do sistema. Esses modelos são estruturados em diferentes horizontes temporais (planejamento de longo e médio prazos e programação de curto prazo), que se comunicam entre si por meio de uma Função de Custo Futuro

(FCF), que fornece o custo futuro esperado de operação em função dos níveis dos reservatórios.

Essa estrutura de planejamento estabelece o contexto necessário para compreender como os diferentes modelos de otimização utilizados pelo ONS no planejamento e na programação da operação do SIN (NEWAVE, DECOMP e DESSEM) são aplicados em cada horizonte temporal, conforme detalhado na subseção a seguir.

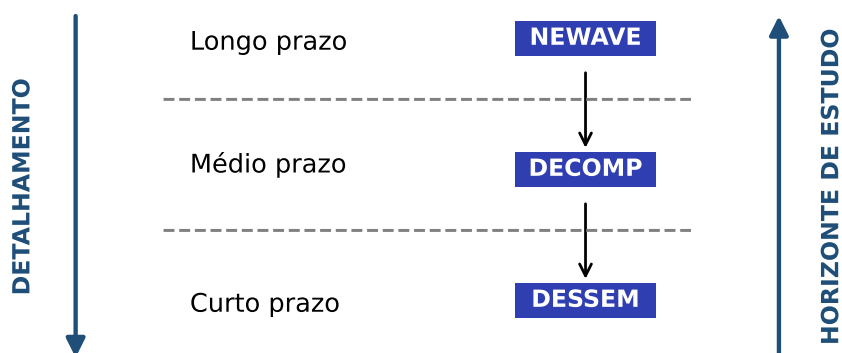
2.2.1 Horizonte de planejamento e modelos utilizados

O planejamento e a programação da operação do SIN são realizados utilizando uma cadeia de modelos de otimização desenvolvida pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL). Essa cadeia é composta principalmente pelos modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM, articulados hierarquicamente.

Cada modelo transmite ao subsequente informações sobre a condição futura do sistema, expressas pela FCF, que representa o custo esperado de operação em função dos níveis dos reservatórios, estabelecendo o elo entre os diferentes horizontes de planejamento.

Esses modelos apoiam o ONS no processo decisório de planejamento e programação da operação do sistema elétrico brasileiro, segmentado em distintos horizontes temporais, conforme ilustrado na Figura 2. À medida que o horizonte de análise se aproxima do tempo real (curto prazo), torna-se indispensável elevar o nível de detalhamento da representação do sistema, uma vez que essa etapa envolve a elaboração da programação de operação das usinas. Para tanto, são necessárias informações mais detalhadas. Em contraste, no longo prazo, adota-se uma representação mais agregada, por se tratar de um horizonte extenso e sujeito a elevadas incertezas; um maior nível de detalhamento comprometeria o tempo computacional; assim, privilegia-se a definição de políticas operativas e diretrizes globais.

Figura 2 – Horizonte de planejamento e modelos utilizados.



2.2.1.1 Planejamento de longo prazo – Modelo NEWAVE

O planejamento da operação inicia-se com a elaboração da política operativa de longo prazo, cujo objetivo é definir estratégias operacionais e fornecer resultados indicativos das condições futuras de atendimento à demanda em um horizonte plurianual. Durante esse período, a evolução do sistema é representada em etapas mensais. As vazões (que determinam a disponibilidade de recursos energéticos nas usinas hidrelétricas) podem apresentar variações significativas entre períodos úmidos e secos, com prolongamentos que se estendem por vários anos.

Nessa fase, utiliza-se o modelo NEWAVE [44], com um horizonte de estudo de cinco anos, acrescido de cinco anos de pós-estudo (estes últimos destinados a evitar o esvaziamento indevido dos reservatórios ao final do horizonte). O NEWAVE utiliza a PDDE, acoplando intertemporalmente as decisões por meio dos volumes armazenados via FCF. A incerteza hidrológica é representada por cenários de afluições gerados pelo GEVAZP [45], utilizados na construção da árvore de cenários em formato de pente. O modelo incorpora a aversão ao risco por meio do *Conditional Value-at-Risk* (CVaR) [46, 47], permitindo calibrar a política operativa diante de eventos hidrológicos adversos.

O NEWAVE realiza o planejamento energético de longo prazo e a alocação ótima de recursos, buscando minimizar o custo esperado (com aversão ao risco) e avaliar a segurança de atendimento, respeitando restrições hidráulicas, energéticas e operativas. Seu produto principal é a política operativa, que será utilizada pelos modelos de médio e curto prazo.

2.2.1.2 Planejamento de médio prazo – Modelo DECOMP

Após a construção da política de longo prazo, a etapa seguinte, de médio prazo, corresponde à fase da programação mensal da operação. Nesse estágio, a partir das estratégias delineadas no horizonte anterior e de uma representação mais detalhada das condições operacionais do sistema, estabelece-se a política de operação que servirá de referência para o modelo de curto prazo, garantindo a coerência entre as decisões intertemporais de planejamento e a programação efetiva da operação.

A programação mensal ocorre em um horizonte de dois meses: o primeiro mês é representado de forma determinística e discretizado em etapas semanais, enquanto o segundo mês é modelado estocasticamente, com etapas mensais e cenários de afluições gerados pelo modelo GEVAZP. O modelo DECOMP [48] é empregado nessa etapa, formulado como um problema de PDD. Incorpora o CVaR como medida de aversão ao risco, permitindo captar o impacto de condições hidrológicas adversas na política operativa. O DECOMP realiza o despacho hidrotérmico ótimo, definindo a estratégia de geração das usinas com base na disponibilidade hídrica, nos custos operacionais e na previsão de demanda, assegurando a consistência entre o planejamento de longo prazo e a programação de curto prazo.

2.2.1.3 Programação da operação no curto prazo – Modelo DESSEM

Por fim, a programação da operação no curto prazo, correspondente à programação diária da operação, abrange um horizonte de uma semana, com discretização semi-horária no primeiro dia e em patamares cronológicos nos dias subsequentes. Nessa etapa, consideram-se informações operativas detalhadas que refletem as condições reais do sistema e as características técnicas das unidades geradoras, incluindo limitações hidráulicas, térmicas e elétricas, bem como aspectos relacionados à disponibilidade dos equipamentos e à configuração da rede de transmissão.

O modelo utilizado é o DESSEM [49], cuja formulação contempla uma representação detalhada da rede elétrica, baseada em um modelo de fluxo de potência linearizado (fluxo DC), incluindo os principais nós, circuitos e restrições de intercâmbio de potência, de modo a capturar os efeitos elétricos relevantes na operação do SIN. O DESSEM realiza o despacho hidrotérmico de curto prazo e a definição da programação da operação, coordenando a geração das usinas e assegurando a estabilidade e a confiabilidade do sistema elétrico.

O problema é formulado como uma Programação Linear Inteira Mista (MILP), incorporando explicitamente as decisões de compromisso das unidades geradoras – problema de Unit Commitment Hidrotérmico (UCH) e Unit Commitment Térmico (UCT). A modelagem inclui variáveis binárias de estado e restrições intertemporais que descrevem as trajetórias de acionamento e desligamento das unidades, as rampas de tomada e de alívio de carga, os tempos mínimos de permanência ligado e desligado, bem como a geração mínima quando a unidade está em operação. Essa formulação permite representar com precisão as restrições operativas das usinas hidrelétricas e termelétricas, bem como as limitações da rede de transmissão, garantindo uma operação segura e economicamente eficiente.

Em conjunto, os modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM permitem ao ONS planejar e operar o sistema elétrico brasileiro de forma integrada e eficiente, assegurando o atendimento à demanda de energia elétrica em todo o país ao menor custo esperado. Além disso, essa cadeia de modelos de otimização possibilita uma análise mais precisa dos riscos e incertezas associados à operação do sistema, contribuindo para uma gestão mais segura, confiável e economicamente sustentável do SIN.

2.2.2 Formulação do problema

De forma geral, o planejamento da operação do sistema elétrico é formulado como um problema de otimização linear intertemporal, no qual as decisões tomadas em cada estágio do horizonte de estudo afetam a disponibilidade e o custo dos recursos nos estágios subsequentes. Essa interdependência temporal reflete a natureza dinâmica do problema, especialmente nos sistemas com predominância de geração hidroelétrica, em que o uso da água nos reservatórios em determinado período influencia diretamente as condições operativas futuras.

Devido à alta dimensionalidade e à complexidade decorrente dessa dependência temporal, o problema é resolvido por meio de técnicas de PDD. Essa abordagem decompõe o horizonte de planejamento em uma sequência de estágios interligados, permitindo resolver, de forma iterativa, subproblemas associados a cada período de decisão. Em cada estágio, determinam-se as variáveis de decisão (como a geração, o intercâmbio e os volumes armazenados), enquanto os efeitos das decisões sobre os estágios futuros são capturados pela FCF.

Na PDDE, essa estrutura é ampliada para incorporar as incertezas hidrológicas, representadas por cenários de afluições, o que transforma o problema em um processo de decisão estocástico multiestágio. Assim, o método torna possível representar explicitamente a evolução das decisões ao longo do tempo e sob diferentes condições hidrológicas, mantendo a consistência entre os horizontes e viabilizando a aplicação prática em sistemas de grande porte, como o SIN.

2.2.2.1 Função objetivo

No contexto do planejamento da operação, a função objetivo visa minimizar o custo total esperado de operação ao longo de um horizonte de planejamento com “T” estágios. Esse custo é composto por duas parcelas: o custo presente (CP), referente aos gastos com a geração térmica, penalidades e ao déficit de atendimento à demanda no estágio; e o custo futuro, associado ao valor da água armazenada nos reservatórios, representado pela FCF.

A formulação considera as incertezas hidrológicas por meio de cenários de afluições, estruturando o problema como um processo estocástico multiestágio. O critério de minimização pode incorporar medidas de aversão ao risco, como o CVaR, a fim de evitar políticas excessivamente expostas a eventos críticos de escassez hídrica.

A viabilidade do problema em todos os cenários é assegurada pela introdução de variáveis de folga nas restrições e pela inclusão de uma unidade térmica fictícia com capacidade suficiente para atender integralmente à demanda. Essa unidade apresenta um custo de operação elevado, equivalente ao custo de déficit, que representa as perdas econômicas e sociais associadas ao não fornecimento de energia elétrica. Dessa forma, garante-se que o problema possua *recurso completo*, ou seja, que sempre exista uma solução viável, ainda que de custo elevado.

2.2.2.2 Restrições de conservação de recursos

As restrições de conservação de recursos representam o conjunto de equações que asseguram a consistência entre os recursos naturais disponíveis, sua utilização e o atendimento à demanda do sistema elétrico. No contexto hidrelétrico, essas restrições correspondem aos balanços hídricos, garantindo que as vazões afluentes, turbinadas, vertidas e armazenadas nos reservatórios satisfazem as equações de conservação de massa. Dessa forma, é possível controlar o uso da água ao longo do horizonte de planejamento e preservar a coerência temporal entre os

volumes armazenados em cada estágio.

Do ponto de vista energético, essas restrições asseguram que, em cada estágio de decisão, a soma da geração proveniente das diversas fontes (hidrelétricas, termelétricas, eólicas e solares) seja suficiente para atender à demanda, respeitando as limitações operacionais de cada tecnologia.

2.2.2.3 Restrições estruturais e operativas energéticas

As restrições estruturais e operativas energéticas estão associadas às características físicas e aos limites técnicos de operação das usinas térmicas, hidrelétricas, eólicas e solares. Elas delimitam o espaço de decisão do problema, definindo as condições de geração, de conversão de energia e os modos de operação de cada unidade, em conformidade com suas capacidades instaladas, limites de rampa, fatores de capacidade e disponibilidade dos recursos energéticos.

Além dos aspectos técnicos, essas restrições incorporam também condicionantes ambientais, regulatórias e operacionais específicas (como restrições de vazão mínima e períodos de manutenção), assegurando que a operação das usinas ocorra de forma eficiente e segura, em atendimento aos requisitos técnicos e normativos que regem o setor elétrico.

2.2.2.4 Função de Produção Hidrelétrica

A Função de Produção Hidrelétrica (FPH) representa a relação entre a vazão turbinada e a energia gerada, considerando a variação da produtividade da usina em função da altura de queda e das perdas hidráulicas no sistema de adução. A potência hidráulica depende simultaneamente da vazão turbinada e da altura de queda líquida, a qual, por sua vez, varia com o volume armazenado (V) e com a vazão defluente ($Q + S$), sendo Q o turbinamento e S o vertimento. Dessa forma, a produção de energia em uma usina hidrelétrica constitui uma função não linear dessas variáveis. Para o cálculo da altura de queda, empregam-se polinômios de até quarto grau para representar as curvas de cota de montante e de jusante, o que também introduz não linearidades adicionais ao modelo. Assim, nos modelos computacionais utilizados no planejamento e na programação da operação do sistema elétrico, formulados como problemas de programação linear, essa relação não linear é aproximada por funções lineares por partes, denominadas Função de Produção Hidrelétrica Aproximada (FPHA), o que permite sua incorporação em modelos de otimização linear.

A cota de montante $h_{\text{mon}}(V)$ é expressa como um polinômio de quarto grau em função do volume armazenado no reservatório:

$$h_{\text{mon}}(V) = a_{cv0} + a_{cv1}V + a_{cv2}V^2 + a_{cv3}V^3 + a_{cv4}V^4 \quad (2.1)$$

A cota de jusante $h_{\text{jus}}(Q, S)$, associada ao canal de fuga, é modelada por famílias de polinômios em faixas. Inicialmente, seleciona-se a família de polinômios correspondente ao

nível de montante da usina de jusante, de modo a representar o efeito de remanso. Em seguida, dentro dessa família, há diferentes polinômios, cada um ajustado a um intervalo específico da vazão defluente total ($Q + S$); o polinômio aplicável é então selecionado conforme o valor dessa vazão. Cada família é composta por um conjunto de polinômios de até quarta ordem, definidos da seguinte forma:

$$h_{\text{jus}}(Q, S) = a_{cf0}^{(j)} + a_{cf1}^{(j)}(Q + S) + a_{cf2}^{(j)}(Q + S)^2 + a_{cf3}^{(j)}(Q + S)^3 + a_{cf4}^{(j)}(Q + S)^4 \quad (2.2)$$

em que $a_{cf}^{(j)}$ são os coeficientes do polinômio associados ao intervalo j da vazão defluente. Sendo os coeficientes definidos pelo Grupo de Trabalho para Avaliação dos Dados Cadastrais Utilizados para o Cálculo da Produtibilidade (GTDP) do ONS [50].

A altura de queda líquida é calculada pela diferença entre as cotas de montante e jusante, descontada a perda hidráulica:

$$H_{\text{líq}} = h_{\text{mon}}(V) - h_{\text{jus}}(Q, S) - h_{\text{perdas}} \quad (2.3)$$

A energia gerada é então dada por:

$$P = \eta \rho g H_{\text{líq}} Q \quad (2.4)$$

em que η representa o rendimento da turbina, ρ a densidade da água e g a aceleração da gravidade.

A FPFA para a usina i é obtida calculando a energia gerada para diferentes combinações de volume e vazão turbinada, sendo representada pelas restrições que definem a envoltória convexa desses pontos. Dessa forma, a função é aproximada por planos lineares, conforme a equação:

$$\text{FPFA}_i(V, Q, Q_{\text{lat}}) \leq \alpha_{\text{FPFA}} (\gamma_{0i}^{(k)} + \gamma_{Vi}^{(k)} V + \gamma_{Qi}^{(k)} Q) + \gamma_{Q_{\text{lat}},i}^{(k)} Q_{\text{lat}}, \quad \forall k = 1, \dots, N_{\text{PF}_i}. \quad (2.5)$$

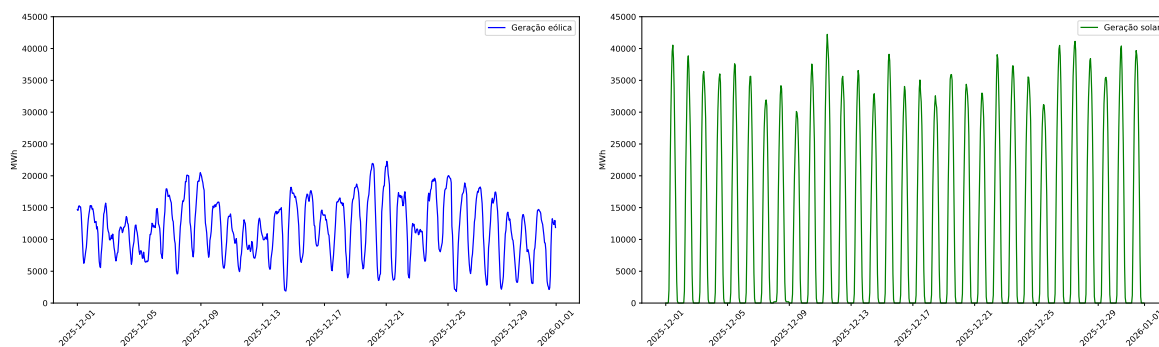
em que $\gamma_{0i}^{(k)}$, $\gamma_{Vi}^{(k)}$, $\gamma_{Qi}^{(k)}$ e $\gamma_{Q_{\text{lat}},i}^{(k)}$ correspondem, respectivamente, ao termo independente e aos coeficientes associados às variáveis V , Q e Q_{lat} (vertimento) em cada plano k da função linear por partes, enquanto N_{PF_i} representa o número total de planos que compõem a função de produção da usina i . O parâmetro α_{FPFA} é um fator escalar de correção, obtido por regressão de mínimos quadrados de forma a minimizar o erro quadrático médio (EQM) entre a função aproximada e a função de produção exata (FPH). Sendo $\gamma_{Q_{\text{lat}}}$ obtido por uma aproximação secante [51].

2.3 Desafios da crescente inserção da geração eólica, solar e da micro e mini geração distribuída.

A geração de energia renovável eólica e solar no Brasil vem apresentando forte crescimento nos últimos anos [43], contribuindo para diversificar a matriz energética brasileira e reduzir a dependência das usinas hidrelétricas e termoelétricas. No entanto, a variabilidade horária da geração dessas fontes tem-se tornado um desafio para o planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro, em consonância com estudos internacionais que destacam a importância de representar adequadamente essa variabilidade de curto prazo em modelos de longo prazo, sob pena de subestimar custos, superestimar a participação das renováveis e negligenciar os requisitos de flexibilidade do sistema [9, 10].

A geração de energia eólica é diretamente influenciada pelas condições climáticas. No Brasil, as regiões com maior potencial eólico são o Nordeste e o Sul, onde os ventos são mais intensos e frequentes. No entanto, a intensidade dos ventos pode variar significativamente ao longo do dia e do ano, o que pode levar a variações na geração de energia eólica. Além disso, a geração de energia eólica também pode ser afetada por problemas técnicos nas próprias turbinas. No caso da fonte solar fotovoltaica, a produção depende da irradiância global incidente, modulada pela latitude, pelo ciclo diurno e pela sazonalidade, além de condições meteorológicas de curta duração, como a nebulosidade e a precipitação. No Brasil, os maiores potenciais concentram-se nas regiões Nordeste e Centro-Oeste, caracterizadas por climas mais secos e elevadas disponibilidades de radiação. Entretanto, a presença de nuvens e de sistemas convectivos pode atenuar a irradiância e, conseqüentemente, a geração. A título ilustrativo, a Figura 3 apresenta a flutuação intramensal das gerações eólica e solar ao longo de dezembro de 2025 [43].

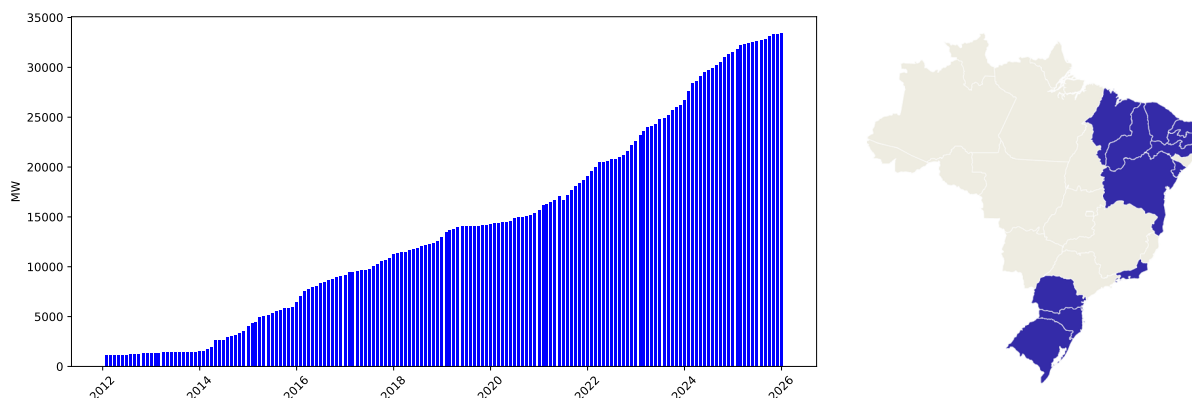
Figura 3 – Flutuação na produção de energia eólica e solar.



A produção de energia eólica no Brasil vem se expandindo de forma contínua e acelerada, como se observa na Figura 4. Com base em dados da Associação Brasileira de Energia Eólica (ABEEólica), percebe-se uma trajetória ascendente ao longo da última década, marcada por sucessivas adições de capacidade e pela consolidação da fonte na matriz elétrica nacional. Esse avanço decorre da combinação de condições anemométricas favoráveis (sobretudo no Nordeste), ganhos tecnológicos, redução de custos e um ambiente regulatório que tem favorecido

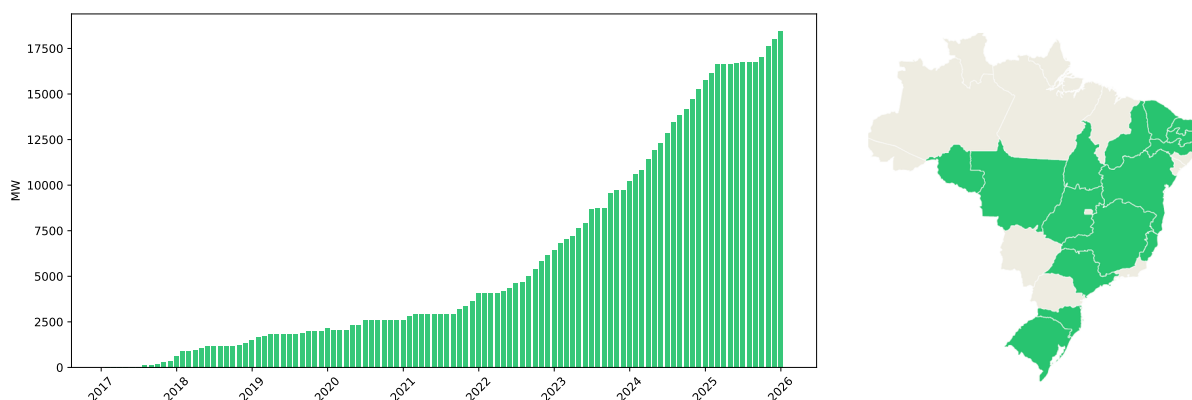
a contratação e a expansão da transmissão. Como resultado, a eólica deixou de ocupar um papel meramente complementar para assumir relevância estrutural no atendimento à demanda.

Figura 4 – Expansão da capacidade instalada de geração eólica no Brasil.



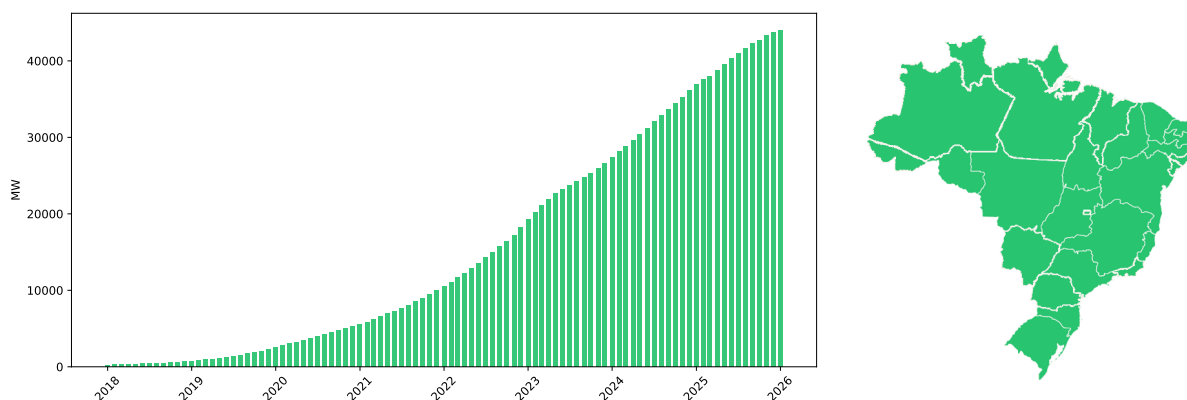
A produção de energia solar no Brasil tem apresentado um crescimento expressivo e contínuo, como ilustram as Figuras 5 e 6, que evidenciam, respectivamente, a expansão da geração fotovoltaica centralizada e o avanço da MMDG. Esse desenvolvimento reflete o amadurecimento tecnológico do setor, a redução progressiva dos custos dos sistemas fotovoltaicos e o fortalecimento de políticas públicas voltadas à diversificação da matriz elétrica. Além de contribuir para a ampliação da oferta de energia limpa, a geração solar tem desempenhado papel relevante na descentralização da produção e na promoção de maior autonomia energética em diferentes regiões do país.

Figura 5 – Expansão da capacidade instalada de geração fotovoltaica centralizada no Brasil.



O aumento contínuo da capacidade instalada de geração eólica e solar no Brasil, embora represente um avanço essencial para a construção de uma matriz elétrica mais sustentável e diversificada, impõe novos e relevantes desafios ao planejamento e à programação da operação do sistema elétrico nacional. A variabilidade intrínseca dessas fontes renováveis, sujeitas a oscilações sazonais e horárias, exige a adoção de estratégias mais robustas e eficientes de coordenação e planejamento, a fim de assegurar a confiabilidade do suprimento e o atendimento ininterrupto da demanda de energia elétrica em todo o país.

Figura 6 – Evolução da Micro e Mini Geração Distribuída no Brasil.



Para enfrentar esses desafios, a literatura propõe abordagens metodológicas baseadas na construção, *a priori*, de funções de custo imediato ou intra-estágio (FCI ou FCIE). Essas funções têm como finalidade representar com maior precisão os custos de operação em cada estágio semanal ou mensal, permitindo incorporar os efeitos de curto prazo decorrentes da variabilidade horária das fontes de energia renováveis eólicas e solares. Dessa maneira, é possível capturar a influência das incertezas de geração sem a necessidade de discretizar explicitamente o horizonte de planejamento em etapas horárias, preservando a tratabilidade computacional dos modelos de médio e longo prazo.

2.4 Construção *a priori* da Função de Custo Intra-Estágio

O conceito de Função de Custo Intra-Estágio (FCIE) foi introduzido originalmente no contexto do problema de planejamento hidrotérmico-eólico em [36], que propõe um procedimento de pré-processamento para determinar a FCIE, a fim de resolver o problema de planejamento de longo prazo, utilizando o algoritmo PDDE. Outra contribuição importante é apresentada em [37], que inclui cenários de geração eólica na construção da FCIE. Porém, em ambos os trabalhos, a FCIE é construída *a priori*, ou seja, antes de iniciar a resolução do problema pela estratégia da PDDE.

A construção da FCIE *a priori* pode ser realizada a partir de derivadas analíticas ou por meio de métodos de envoltória convexa, como o algoritmo de *Convex Hull*. Neste trabalho, adota-se o algoritmo *Convex Hull* para ilustrar o processo de construção *a priori*.

Inicialmente, define-se a precisão do *grid* de discretização da geração hidráulica em cada subsistema do estudo. Em seguida, para cada combinação de pontos desse *grid*, é calculado o custo total de operação associado. O conjunto de pontos resultante é então submetido ao algoritmo de *Convex Hull*, que determina a envoltória convexa do conjunto de custos calculados. Por fim, os hiperplanos que não pertencem à fronteira convexa inferior são descartados, completando a construção da FCIE, que passa a representar a relação entre a geração hidráulica e o custo

imediatamente de operação esperado.

O custo de operação associado a todas as combinações de pontos pré-definidos do *grid* de cada subsistema é obtido a partir da resolução do problema descrito nas Equações 2.6 a 2.11.

$$\beta_t(GH_t) = \min \sum_{s'=1}^{S'_t} p_{s'} \left[\left(\sum_{\tau=1}^{T'_t} C_{def} \cdot def'_{\tau,s'} \right) + \left(\sum_{\tau=1}^{T'_t} \sum_{j=1}^J (C_{gtj} \cdot gt'_{j,\tau,s'}) \right) \right] \quad (2.6)$$

s.a:

$$\sum_{\tau=1}^{T'_t} \sum_{h=1}^H gh'_{h,\tau,s'} = GH_{\tau,s'} \quad \forall s' \quad (2.7)$$

$$\sum_{j=1}^J gt'_{j,\tau,s'} + \sum_{h=1}^H gh'_{h,\tau,s'} + def'_{\tau,s'} = d'_{\tau,s'} \quad \forall \tau, \forall s' \quad (2.8)$$

$$gh'_{h,\tau,s'} \leq \overline{gh}_h \quad \forall \tau, \forall s', \forall h \in H \quad (2.9)$$

$$gt'_{j,\tau,s'} \leq \overline{gt}_j \quad \forall \tau, \forall s', \forall j \in J \quad (2.10)$$

$$def'_{\tau,s'} \geq 0 \quad \forall \tau, \forall s' \quad (2.11)$$

Onde $\tau = 1, \dots, T'_t$ é o índice dos intra-estágios e T'_t é o número de etapas horárias dentro do estágio t . Podem ser considerados cenários S'_t para cada estágio t , que são indexados por s' . O valor ótimo β_t da função objetivo deste problema é o custo esperado de geração térmica intra-estágio e $(GH_t, \beta(GH_t))$ é um ponto da Função de Custo Intra-Estágio de geração térmica de cada estágio que se pretende obter para construir a FCIE que será incorporada posteriormente ao problema da PDD ou PDDE. O termo $p_{s'}$ indica a probabilidade de ocorrência do cenário s' ; $def'_{\tau,s'}$ é o déficit intra-estágio τ para o cenário s' ; $gt'_{j,\tau,s'}$ é a geração da unidade térmica j no intra-período τ para o cenário s' ; $GH_{\tau,s'}$ é a geração total de todas as usinas hidrelétricas do subsistema no intra-estágio τ para o cenário s' , e $d'_{\tau,s'}$ é a demanda líquida no intra-estágio τ do cenário s' .

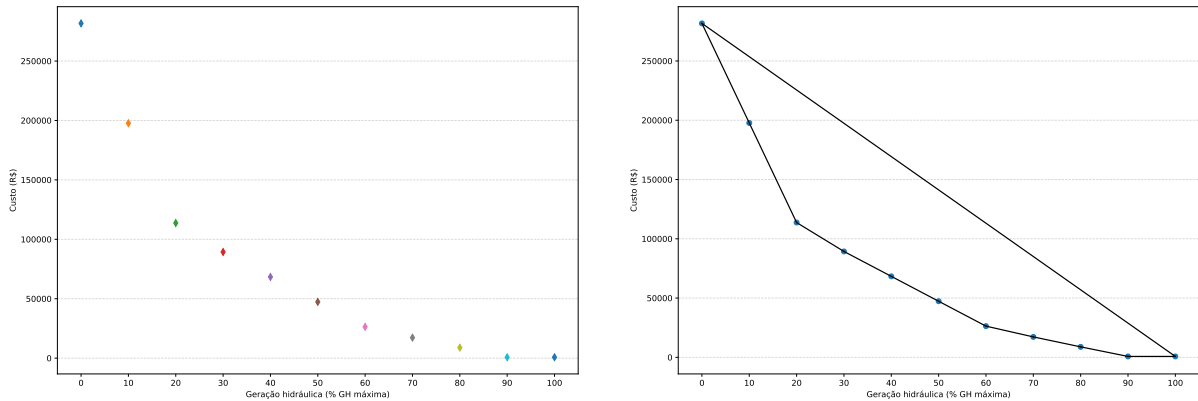
2.4.1 Construção da FCIE para um subsistema

Para ilustrar o procedimento de construção da Função de Custo Intra-Estágio, considere-se, como exemplo, um caso com apenas um subsistema, um cenário de geração eólica e solar e um estágio composto por uma semana, representada por 168 intraestágios horários. Adota-se um *grid* de discretização da geração hidráulica com intervalos de 5%. O custo de operação correspondente a cada ponto do *grid* é obtido por meio da resolução do problema de otimização definido pelas Equações 2.6 a 2.11.

A relação entre o custo de operação e os níveis de geração hidráulica obtidos é apresentada no lado esquerdo da Figura 7. Em seguida, aplica-se o algoritmo *Convex Hull* a esse

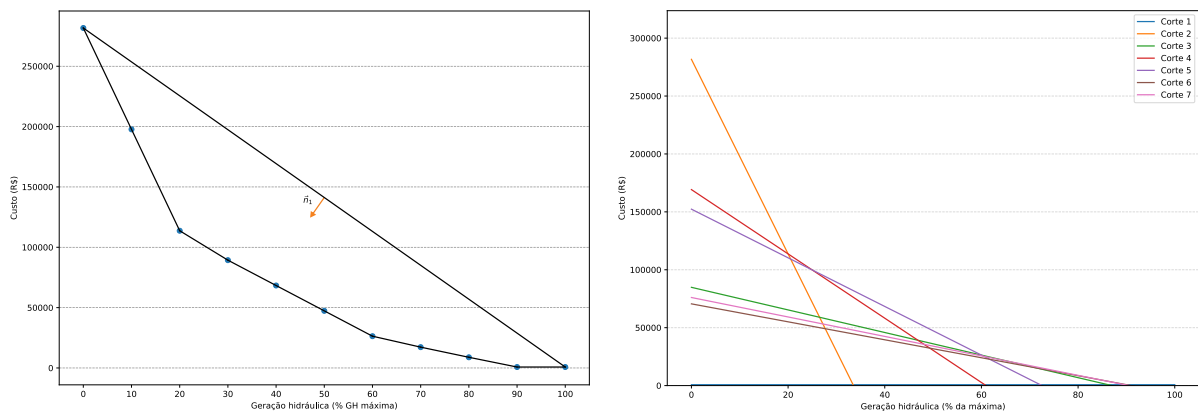
conjunto de pontos, resultando na envoltória convexa ilustrada no lado direito da mesma figura, que representa a aproximação convexa da FCIE construída *a priori*.

Figura 7 – Construção da envoltória convexa para um subsistema.



O corte superior é removido com base na análise do vetor normal associado a cada reta, conforme ilustrado à esquerda da Figura 8. Nessa representação, o corte superior é identificado pelo vetor normal cuja inclinação apresenta módulo negativo, indicando que o corte correspondente não pertence à fronteira convexa inferior da função. Após a eliminação desse corte, os remanescentes, ilustrados à direita da Figura 8, definem a envoltória convexa final, correspondente à Função de Custo Intra-Estágio.

Figura 8 – Remoção do corte superior para um subsistema.

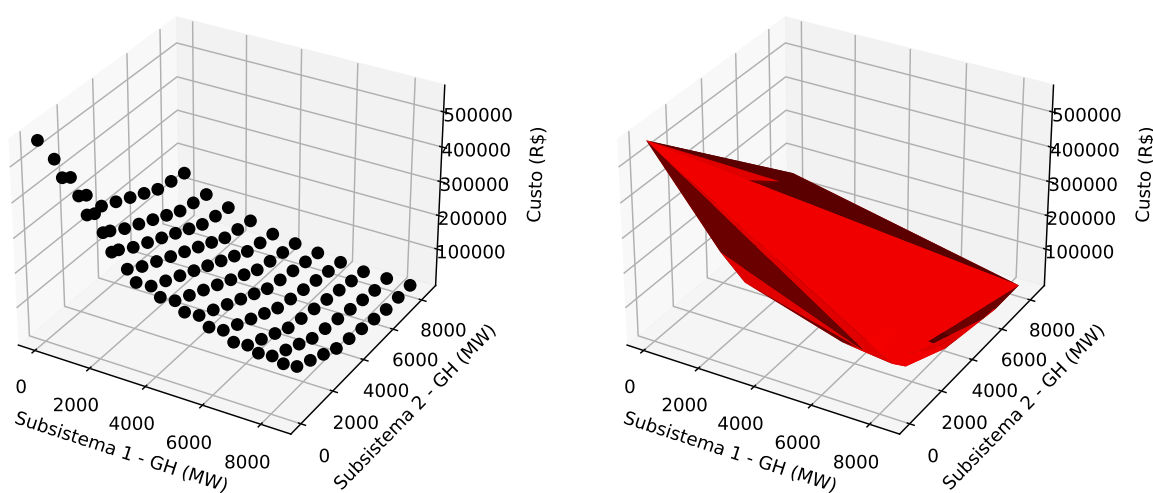


2.4.2 Construção da FCIE para dois subsistemas

Para ilustrar o caso de dois subsistemas, considera-se um exemplo com um cenário de geração eólica e solar e um estágio composto por uma semana, representada por 168 intraestágios horários. Adota-se uma discretização da geração hidráulica com intervalos de 10% para cada subsistema. O problema definido nas Equações 2.6 a 2.11 foi resolvido para todas as combinações possíveis de geração hidráulica, totalizando $11 \times 11 = 121$ subproblemas.

Após o cálculo do custo de operação associado a cada combinação do *grid*, obtém-se a superfície apresentada no lado esquerdo da Figura 9. Em seguida, aplica-se o algoritmo *Convex Hull* aos pontos gerados, resultando na envoltória convexa ilustrada à direita da figura, que representa a aproximação convexa da Função de Custo Intra-Estágio para dois subsistemas.

Figura 9 – Construção da envoltória convexa para dois subsistemas.



Os planos superiores são removidos com base na análise do vetor normal de cada plano, cujo sinal negativo indica a orientação a ser descartada. Esse vetor normal é obtido pelo produto vetorial de dois vetores pertencentes ao plano, definidos pelos pontos que delimitam suas arestas na envoltória convexa. O resultado dessa operação é um vetor perpendicular à superfície, cuja direção indica se o plano pertence ou não à fronteira convexa inferior. Essa etapa é ilustrada no lado esquerdo da Figura 10.

No lado direito da mesma figura, apresentam-se os planos restantes, obtidos a partir dos coeficientes das equações das faces da envoltória convexa, que compõem a FCIE resultante.

Neste caso, a FCIE resultante é composta por 44 planos. A Figura 11 apresenta a região ativa de cada plano, em que cada plano é representado por uma cor distinta, compondo a envoltória convexa inferior efetiva da função.

Uma vez construídas, as FCIEs passam a substituir o custo presente nos subproblemas da PDD ou da PDDE. Assim, cada FCIE fornece, por meio de uma função linear por partes, o custo imediato de operação em função da geração hidrelétrica de cada subsistema, incorporando os efeitos operativos de curto prazo nos modelos de médio e longo prazo.

2.4.3 Desafios na construção *a priori* da FCIE

A construção da FCIE *a priori* apresenta elevada complexidade computacional, especialmente quando se busca uma representação mais precisa. A utilização de um *grid* fino de

Figura 10 – Remoção dos planos superiores para dois subsistemas.

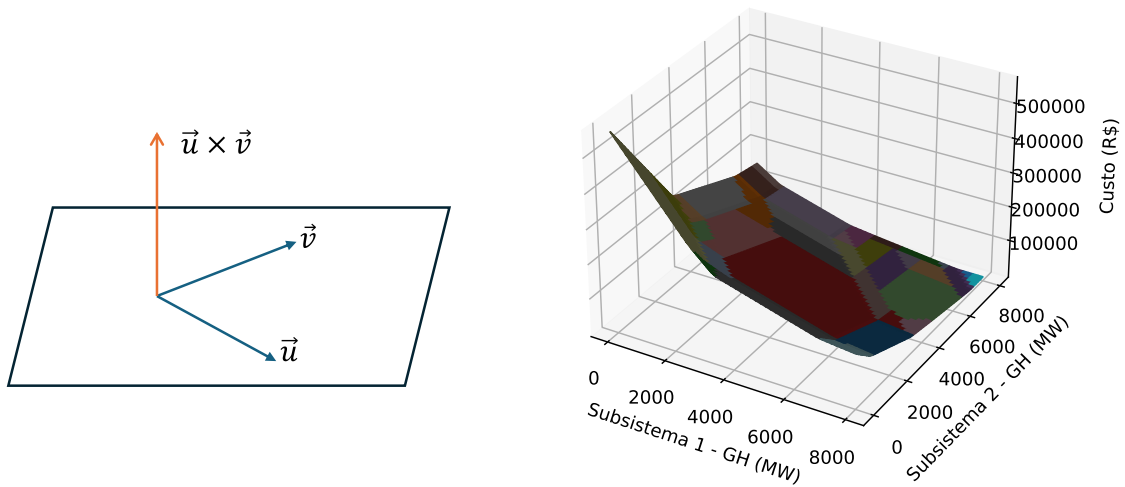
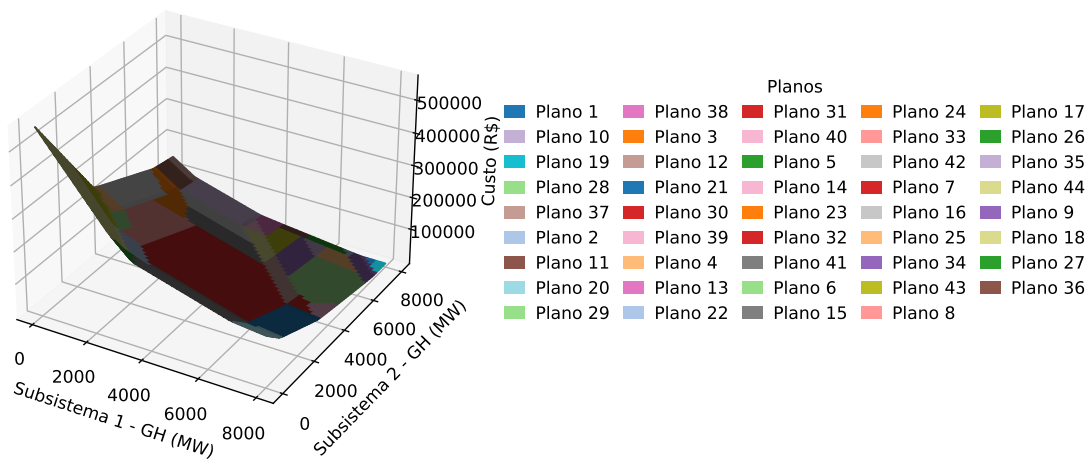


Figura 11 – Região ativa de cada plano da FCIE.



discretização da geração hidráulica (por exemplo, com intervalos de 1%) resulta em um número extremamente elevado de combinações possíveis e, conseqüentemente, de subproblemas a serem resolvidos.

Em sistemas de grande porte, como o Sistema Interligado Nacional, essa abordagem torna-se rapidamente inviável. Por exemplo, considerando um horizonte de cinco anos com etapas mensais, quatro subsistemas e três cenários de geração eólica, o número de subproblemas a serem resolvidos seria da ordem de $60 \times 3 \times 101^4 \approx 18,7$ bilhões, o que inviabiliza a aplicação prática da construção *a priori* da FCIE com elevada resolução.

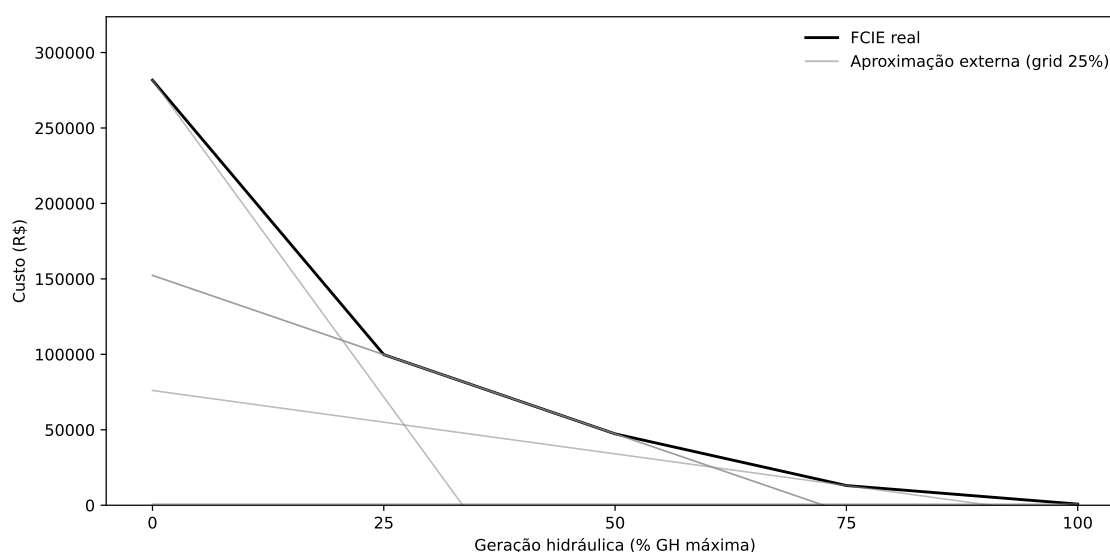
Esse crescimento combinatório evidencia a principal limitação do método: embora forneça uma representação precisa do custo intra-estágio, sua aplicação direta em sistemas reais de grande escala é computacionalmente impraticável, o que motiva o desenvolvimento de abordagens integradas que estimem a FCIE de forma adaptativa ao longo da solução da PDD ou

PDDE.

Por outro lado, a construção da FCIE *a priori* considerando apenas um subconjunto de pontos apresenta dificuldades adicionais, pois não é possível determinar antecipadamente quais pontos serão efetivamente consultados pelo algoritmo da PDD/PDDE ao longo do processo iterativo de convergência. Calcular previamente a FCIE para um conjunto reduzido de pontos (selecionados aleatoriamente, com o objetivo de reduzir o número de subproblemas) pode levar a inconsistências na representação do custo, uma vez que o algoritmo pode realizar consultas em regiões onde a função não foi adequadamente aproximada.

No exemplo ilustrado na Figura 12, a grade foi construída a partir de uma discretização uniforme de 25% da geração hidráulica do subsistema e comparada à função exata, avaliada em todos os pontos da grade. Observa-se que a FCIE fornece uma boa aproximação da função apenas na faixa de 25% e 50% da geração hidráulica, enquanto, nas demais regiões, ocorrem desvios significativos.

Figura 12 – Desvios entre a FCIE real e a aproximação externa (outer-approximation) construída por meio de cortes com discretização uniforme de 25%.



No Capítulo 3, apresenta-se em detalhes, a metodologia proposta neste trabalho para a construção iterativa da Função de Custo Intra-Estágio, integrada à PDD. Nessa abordagem, a grade é gerada de forma adaptativa ao longo do processo de otimização, de modo que apenas os pontos efetivamente consultados pelo algoritmo são avaliados. Essa estratégia reduz significativamente o tempo de processamento e, ao mesmo tempo, preserva a precisão da aproximação, alcançando resultados comparáveis aos obtidos com grades de altíssima resolução.

3 DECOMPOSIÇÃO COMBINADA DA PDD E BENDERS DOIS ESTÁGIOS COM CONSTRUÇÃO ITERATIVA DA FUNÇÃO DE CUSTO INTRA-ESTÁGIO

3.1 Problema tradicional de planejamento hidrotérmico de médio prazo resolvido por PDD

Este trabalho aborda um problema de minimização do custo de geração de energia em um sistema hidrotérmico-eólico-solar, no qual a operação ótima está associada a uma gestão eficiente do uso da água ao longo do tempo, de modo a maximizar a geração hidráulica e minimizar os custos de geração térmica. A complexidade do problema aumenta com a inclusão das incertezas associadas às afluências e à geração eólica e solar, uma vez que as decisões de geração hidráulica tomadas em um determinado estágio afetam as decisões subsequentes.

Embora o planejamento da operação seja, em geral, formulado como um problema estocástico multiestágio [18], neste trabalho adota-se, para fins de exposição da metodologia, uma formulação determinística do problema geral de Planejamento da Operação de Médio Prazo (MTO, do inglês *Medium-Term Operation Problem*). A avaliação e a validação da metodologia proposta são, em sua maior parte, conduzidas nesse contexto determinístico.

As incertezas na geração de fontes renováveis são, contudo, explicitamente consideradas nos subproblemas horários associados a cada estágio, conforme descrito na Seção 3.2. Adicionalmente, em um dos estudos de caso apresentados, considera-se uma formulação estocástica do MTO, resolvida por meio de um algoritmo de PDDE, adotando-se uma abordagem pseudo-determinística para a amostragem dos cenários no passo *forward*. Dessa forma, a metodologia proposta demonstra aplicabilidade tanto em contextos determinísticos quanto em estocásticos, podendo ser naturalmente estendida para uma representação estocástica completa por meio de árvores de cenários mensais.

O problema considerado neste trabalho inclui: um conjunto H de usinas hidrelétricas em cascata, com uma representação detalhada do efeito da queda na geração hidroelétrica; um conjunto J de usinas térmicas; e um conjunto U de subsistemas, interligados pelas principais linhas de transmissão (intercâmbios) de capacidade limitada. Denotamos por H_u e J_u os conjuntos de usinas hidroelétricas e térmicas, respectivamente, pertencentes a cada subsistema u . Os dados do problema também consideram demanda variável ao longo do tempo e incertezas horárias na geração de fontes renováveis. Várias restrições hidroelétricas, térmicas e de sistema devem ser satisfeitas, incluindo restrições operacionais definidas por limites inferiores e superiores para a geração hidráulica e térmica, o armazenamento nos reservatórios e a vazão turbinada.

As duas definições a seguir são úteis para descrever a metodologia proposta mais adiante neste trabalho:

- **Problema de planejamento da operação de médio prazo (MTO):** o problema geral resolvido pelo método de decomposição PDD;

- **Subproblema PDD (PDD-SP):** o subproblema de cada etapa de tempo na decomposição do problema MTOP, executado para aplicar a abordagem PDD.

3.1.1 Problema geral de operação de médio prazo (MTOP)

O problema MTOP, conforme considerado neste trabalho, é formulado como um problema de otimização linear multiestágio, cuja formulação abstrata é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{t \in T} c_t x_t \\
 & \text{s.a} \\
 & A_1 x_1 \leq b_1 \qquad t = 1 \\
 & C_t x_{t-1} + A_t x_t \leq b_t \qquad \forall t \neq 1 \\
 & x_t \in X_t \qquad \forall t
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde, para cada estágio t , c_t são os coeficientes da função de custo linear, x_t denota o conjunto de variáveis de decisão, que pertencem a um conjunto convexo X_t ; A_t , C_t e b_t são matrizes/vetores com dimensões apropriadas que relacionam, respectivamente, variáveis pertencentes ao mesmo estágio t , assim como variáveis pertencentes aos estágios consecutivos t e $t - 1$. Para detalhes sobre a formulação da versão estocástica mais geral do problema de planejamento hidrotérmico de médio prazo, consulte [38].

O problema geral (3.1) pode, teoricamente, ser resolvido como um único grande problema de programação linear, para obter o valor ótimo e a solução para cada estágio. No entanto, como pode ser muito difícil resolver o problema em sistemas reais de grande escala, especialmente em versões estocásticas com um grande conjunto de cenários, a abordagem de PDD de [39] pode ser aplicada para resolvê-lo. Sob essa estratégia, o problema é decomposto em subproblemas para cada estágio, como detalhado na seção 3.1.2, e o problema geral é resolvido por meio da decomposição de Benders em múltiplas etapas, na qual funções de recurso para cada estágio são construídas iterativamente por meio de passagens forward e backward, até que a convergência seja alcançada.

3.1.2 Subproblemas de Programação Dinâmica Dual (PDD-SP)

A formulação do subproblema PDD-SP de cada estágio t da abordagem PDD é apresentada a seguir, para um dado valor $\hat{v}_{h,t-1}$ obtido para o estágio $t - 1$ na iteração atual da PDD.

$$\alpha_t(\hat{v}_{h,t-1}) = \min \sum_{j \in J} CT_{j,t} \cdot gt_{j,t} + \sum_{u \in U} C_{def} \cdot def_{u,t} + \alpha_{t+1}(v_{h,t}) \quad (3.2)$$

s.a

$$\sum_{j \in J_u} gt_{j,t} + \sum_{h \in H_u} gh_{h,t} + def_{u,t} + \sum_{l \in U | l \neq u} Int_{l,u} = d_{u,t} \quad \forall u \in U \quad (3.3)$$

$$v_{h,t} + q_{h,t} + s_{h,t} = \hat{v}_{h,t-1} + I_{h,t} + \sum_{m \in M_u} (q_{m,t} + s_{m,t}) \quad \forall h \in H \quad (3.4)$$

$$gh_{h,t} \leq \gamma_{h,k}^q \cdot q_{h,t} + \gamma_{h,k}^s \cdot s_{h,t} + \gamma_{h,k}^v \cdot v_{h,t} + \gamma_{h,k} \quad \forall h \in H, \forall k \in \kappa_h \quad (3.5)$$

$$\alpha_{t+1} \geq \sum_{h \in H} \pi_{c,h,t} \cdot v_{h,t} + \varepsilon_{c,t} \quad \forall c \in CF_t \quad (3.6)$$

$$\underline{gt}_j \leq gt_{j,t} \leq \overline{gt}_j \quad \forall j \in J \quad (3.7)$$

$$def_{u,t} \geq 0 \quad \forall u \in U \quad (3.8)$$

$$\underline{gh}_h \leq gh_{h,t} \leq \overline{gh}_h \quad \forall h \in H \quad (3.9)$$

$$\underline{v}_h \leq v_{h,t} \leq \overline{v}_h \quad \forall h \in H \quad (3.10)$$

$$\underline{q}_h \leq q_{h,t} \leq \overline{q}_h \quad \forall h \in H \quad (3.11)$$

$$s_{h,t} \geq 0 \quad \forall h \in H \quad (3.12)$$

A função objetivo (3.2) visa minimizar a soma dos custos de geração $gt_{j,t}$ para as usinas térmicas $j \in J$, e os custos relacionados ao déficit (corte de carga) $def_{u,t}$ para os subsistemas u , onde C_{def} é o custo de penalidade do déficit; $CT_{j,t}$ é o custo incremental da usina térmica j , mas funções lineares por partes convexas mais gerais podem ser facilmente modeladas com unidades artificiais para cada segmento, com diferentes capacidades e custos de geração; O termo α_{t+1} indica o custo futuro no estágio t , que depende do vetor de estado $v_{h,t}$ que representa o armazenamento nos reservatórios ao final do estágio t . Essa relação é modelada pela chamada “Função de Custo Futuro” (FCF) (3.6), que é a função de recurso de cada estágio obtida ao longo do algoritmo PDD [39]. Ela é formulada como uma função linear por partes composta por um conjunto CF_t de cortes, em que $\pi_{c,h,t}$ é o coeficiente do corte c para a usina hidroelétrica h e $\varepsilon_{c,t}$ é o termo independente do corte c . A função de custo futuro α_T do último instante de tempo T consiste em dados de entrada fornecidos por um modelo de planejamento de longo prazo.

As restrições do problema são definidas da seguinte forma. A equação (3.3) refere-se ao atendimento da demanda $d_{u,t}$ em cada subsistema u e intervalo de tempo t , onde $Int_{l,u}$ é o intercâmbio de energia entre os subsistemas l e u (valores negativos expressam fluxos na direção oposta); a expressão (3.4) representa o balanço hídrico em cada usina hidrelétrica h , onde q e s são as vazões turbinadas e vertidas, e $I_{h,t}$ é a afluência para cada usina hidrelétrica. O termo $\sum_{m \in M_h} (q_{m,t} + s_{m,t})$ representa a soma das vazões turbinadas e vertidas do conjunto M_h de usinas hidrelétricas a montante da usina h ; a variação da eficiência das usinas hidrelétricas com a altura

líquida d'água é considerada pela chamada Função de Produção Hidráulica (FPH), que é um modelo linear por partes multivariado (3.5) composto por um conjunto κ_h de cortes, no qual a geração de energia é uma função quadridimensional do volume médio armazenado no intervalo de tempo, da vazão turbinada e da vertida, com coeficientes $\gamma_{h,k}^v$, $\gamma_{h,k}^q$ e $\gamma_{h,k}^s$, respectivamente, para cada corte. Para mais detalhes sobre como construir essa função, consulte [52]. Finalmente, (3.7)-(3.12) estabelece os limites inferior e superior para as variáveis do problema.

A principal característica que deve ser destacada nesta formulação tradicional do problema de planejamento de médio prazo (MTO) é que todas as expressões relacionam os valores *médios* das variáveis (ou os valores finais, no caso do armazenamento) ao intervalo mensal, sem restrições no intervalo de tempo. Por exemplo, o custo total de geração térmica em cada subsistema pode ser modelado exatamente como uma única curva linear por partes composta, em função da soma das gerações de todas as usinas térmicas do subsistema [53]. No entanto, tal função baseia-se na curva de custo incremental *instantânea* das usinas térmicas, como se a geração total do sistema fosse constante ao longo de todo o intervalo de tempo. Portanto, como essa função composta de custo térmico é convexa, o custo real incorrido quando a geração térmica é discretizada em etapas horárias (para gerar a mesma geração média ao longo do estágio) é, por construção, maior do que o valor indicado por essa curva. Mesmo que patamares de carga possam ser aplicados a este problema para considerar níveis de consumo de energia baixos e altos no estágio [38], eles não tem cronologia e ainda podem ser uma aproximação grosseira do custo associado à curva de carga horária, especialmente com o aumento de fontes intermitentes, nas quais a demanda líquida horária pode apresentar grandes variações no estágio.

Nesse sentido, torna-se muito importante considerar a curva de custo horária no problema de MTO. Para isso, consideramos a Função de Custo Intra-Estágio (FCIE) (ver [36, 37] e a seção 1.2.1), que representa o custo real incorrido quando se considera uma discretização horária do tempo, mas com uma abordagem diferente em comparação com esses trabalhos. Na próxima seção, apresentamos a formulação do problema de MTO com aspectos estocásticos nos horários nos subproblemas PDD-SP, e na seção 3.2.1 a abordagem proposta para resolver o problema.

3.2 MTO com restrições estocásticas horárias

Para considerar a incerteza na geração de fontes renováveis FER, dividi-se cada estágio t do problema MTO original em $\tau = 1, \dots, T'_t$ intra-estágios horários e considera-se $s = 1, \dots, S_t$ cenários de intra-estágio para cada estágio t , cada um com probabilidade $p_{t,s}$. Portanto, a formulação do subproblema PDD-SP original (3.2)-(3.12) é ampliada para incluir restrições de demanda de energia (3.13) para cada intra-estágio τ e cenário s , onde $d'_{u,\tau,s}$ é a demanda líquida a ser atendida pelas usinas hidrelétricas e térmicas após a subtração da geração das fontes renováveis em cada subsistema. Variáveis adicionais $gt'_{j,\tau,s}$, $gh'_{h,\tau,s}$ e $def'_{u,\tau,s}$ para geração térmica, geração hidroelétrica e déficit de energia em cada intra-estágio/cenário são incluídas,

com os limites correspondentes (3.14)-(3.16).

$$\sum_{j \in J_u} gt'_{j,\tau,s} + \sum_{h \in H_u} gh'_{h,\tau,s} + def'_{u,\tau,s} + \sum_{l \in U | l \neq u} Int_{l,u} = d'_{\tau,s} \quad \forall \tau, \forall s, \forall u \in U \quad (3.13)$$

$$\underline{gt}_j \leq gt'_{j,\tau,s} \leq \overline{gt}_j \quad \forall \tau, \forall s, \forall j \in J \quad (3.14)$$

$$def'_{u,\tau,s} \geq 0 \quad \forall \tau, \forall s, \forall u \in U \quad (3.15)$$

$$\underline{gh}'_h \leq gh'_{h,\tau,s} \leq \overline{gh}_h \quad \forall \tau, \forall s, \forall h \in H \quad (3.16)$$

A função objetivo original (3.2) também é ampliada para incluir o custo médio ao longo de todos os cenários, levando em consideração as variáveis de cada intra-estágio:

$$\alpha_t(v_{h,t-1}) = \min \sum_{s=1}^{S_t} p_{t,s} \left[\sum_{\tau=1}^{T'_t} \left(\sum_{u \in U} C_{def} \cdot def'_{u,\tau,s} + \sum_{j \in J} C_{gt_j} \cdot gt'_{j,\tau,s} \right) \right] + \alpha_{t+1}(v_{h,t}) \quad (3.17)$$

Como a principal preocupação consiste em atender à demanda de pico/vale no estágio, as variáveis $v_{h,t}$, $q_{h,t}$, $s_{h,t}$ e as restrições relacionadas à operação dos reservatórios (3.4), (3.10)-(3.12) permanecem com uma formulação por estágio e não variam ao longo dos cenários, assim como a função de custo futuro (3.6). O mesmo ocorre com a função de produção hidrelétrica (3.5), mas, nesse caso, a decomposição proposta neste trabalho induz restrições (3.18) para estabelecer a relação entre as variáveis intra-estágio $gh'_{h,\tau,s}$ e as variáveis de nível superior $gh_{h,t}$ para cada usina hidrelétrica, como pode ser visto mais adiante nas expressões (3.21) e (3.24) na próxima seção.

$$\sum_{h \in H_u} gh_{h,t} = \sum_{h \in H_u} \sum_{\tau=1}^{T'_t} gh'_{h,\tau,s} \quad \forall s, \forall u \in U \quad (3.18)$$

O subproblema PDD-SP aprimorado para o problema MTOP considerado neste trabalho, com restrições horárias estocásticas dentro de cada estágio, pode ser apresentado de forma compacta por meio de referências às equações já definidas, conforme mostrado em (3.19a). Para facilitar a interpretação do modelo, sua forma expandida é apresentada em (3.19b).

$$\min \quad (3.17)$$

s.a

$$(3.4) - (3.6), (3.10) - (3.12)$$

$$(3.13) - (3.16), (3.18)$$

(3.19a)

$$\min \sum_{j \in J} CT_{j,t} \cdot gt_{j,t} + \sum_{u \in U} C_{def} \cdot def_{u,t} + \alpha_{t+1}(v_{h,t})$$

s.a. (3.19b)

$$v_{h,t} + q_{h,t} + s_{h,t} = \hat{v}_{h,t-1} + I_{h,t} + \sum_{m \in M_u} (q_{m,t} + s_{m,t}) \quad \forall h \in H$$

$$gh_{h,t} \leq \gamma_{h,k}^q q_{h,t} + \gamma_{h,k}^s s_{h,t} + \gamma_{h,k}^v v_{h,t} + \gamma_{h,k} \quad \forall h \in H, \forall k \in \kappa_h$$

$$\alpha_{t+1} \geq \sum_{h \in H} \pi_{c,h,t} v_{h,t} + \epsilon_{c,t} \quad \forall c \in CF_t$$

$$\underline{v}_h \leq v_{h,t} \leq \overline{v}_h \quad \forall h \in H$$

$$\underline{q}_h \leq q_{h,t} \leq \overline{q}_h \quad \forall h \in H$$

$$s_{h,t} \geq 0 \quad \forall h \in H$$

$$\sum_{j \in J_u} gt'_{j,\tau,s} + \sum_{h \in H_u} gh'_{h,\tau,s} + def'_{u,\tau,s} + \sum_{l \in U \setminus l \neq u} Int_{l,u} = d'_{\tau,s} \quad \forall \tau, \forall s, \forall u \in U$$

$$\underline{gt}_j \leq gt'_{j,\tau,s} \leq \overline{gt}_j \quad \forall \tau, \forall s, \forall j \in J$$

$$def'_{u,\tau,s} \geq 0 \quad \forall \tau, \forall s, \forall u \in U$$

$$\underline{gh}'_h \leq gh'_{h,\tau,s} \leq \overline{gh}_h \quad \forall \tau, \forall s, \forall h \in H$$

$$\sum_{h \in H_u} gh_{h,t} = \sum_{h \in H_u} \sum_{\tau=1}^{T'_t} gh'_{h,\tau,s} \quad \forall s, \forall u \in U$$

3.2.1 PDD combinada com DB de dois estágios e construção iterativa da função FCIE

O subproblema PDD-SP (3.19) contm um grande número de intra-estágios e pode apresentar um número potencialmente elevado de cenários em cada estágio. Portanto, seguindo as ideias discutidas na seção 1.2.1, aplica-se o conceito de Funções de Custo Intra-Estágio (FCIE) para reduzir o tamanho desse subproblema. No entanto, diferentemente de trabalhos anteriores, propõe-se a aplicação combinada da abordagem de PDD e da DB para construir iterativamente a função FCIE.

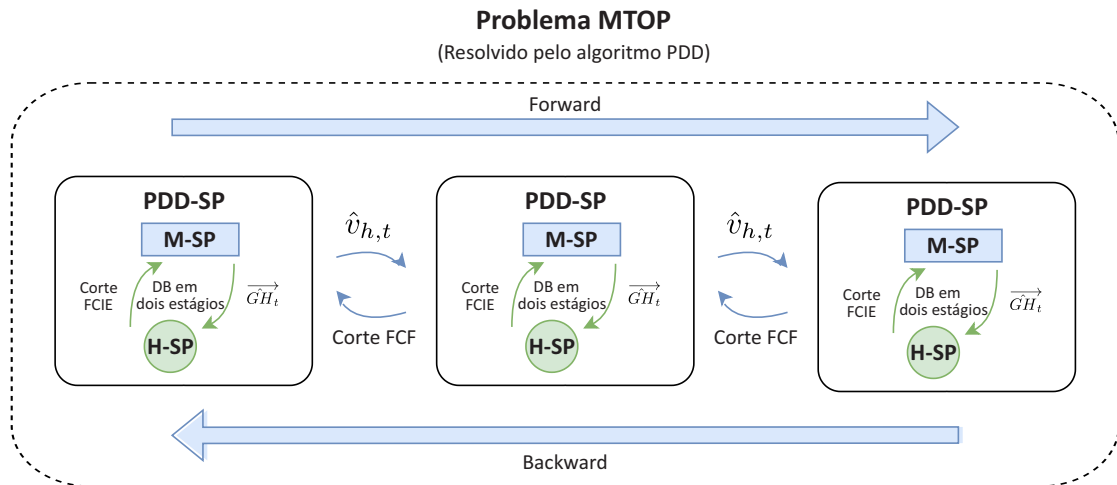
O modelo de FCIE proposto neste trabalho visa considerar a geração horária e estocástica de fontes de FER no planejamento de operação de médio/longo prazo resolvido pela PDD, mas evitando: (i) o enorme aumento no esforço computacional que ocorreria se a discretização do tempo fosse refinada para estágios horários na estratégia de solução da PDD ao longo de um horizonte de vários meses; (ii) a necessidade de construir a FCIE *a priori*, como em [36, 37], o que leva a um enorme esforço computacional, uma vez que precisa ser construída ao longo de todo o domínio das combinações de valores de geração hidrelétrica em todos os subsistemas. Portanto, a FCIE é criada iterativamente a partir da resolução de subproblemas de nível inferior para cada subproblema PDD-SP, o que se mostra mais adequado  medida que o problema se torna maior e abrange muitos subsistemas.

Primeiro, aplicamos a seguinte decomposição interna do subproblema PDD-SP (3.19):

- **subproblema mensal de nível superior (M-SP):** corresponde ao subproblema de nível superior do subproblema PDD, que consiste no problema de despacho econômico mensal para um determinado estágio;
- **subproblema horário de nível inferior (H-SP):** corresponde ao subproblema de nível inferior de cada subproblema PDD, com discretização horária e considerando todos os cenários de geração renovável do estágio.

A Figura 13 ilustra a integração entre o problema MTOP e os subproblemas PDD-SP definidos na seção 3.1, bem como entre os dois subproblemas definidos acima, cujas formulações são descritas nas seções 3.2.2 e 3.2.3. A figura também indica o fluxo geral de informações nas passagens forward e backward do algoritmo PDD externo, bem como na decomposição em duas etapas interna dentro de cada estágio. A combinação das duas estratégias é explicada na seção 3.2.4.

Figura 13 – Abordagem integrada da PDD e DB em duas etapas para resolver o problema geral de médio prazo com subproblemas estocásticos e discretização horária.



3.2.2 Subproblema mensal de nível superior com uma função de custo intra-estágio (M-SP)

O subproblema mensal de nível superior (MP-subproblema) é obtido substituindo as curvas de custo para geração térmica e déficit de energia em (3.17) pela aproximação atual $\tilde{\beta}_t(\cdot)$ da função FCIE, modelada como uma função linear por partes (3.22) do vetor de geração hidrelétrica total $\vec{GH}_t := GH_{u,t}, u \in U$ de cada subsistema, conforme mostrado em (3.21). Os componentes de \vec{GH}_t são variáveis de estado do subproblema H-SP (seção 3.2.3), e os cortes da função FCIE (3.22) são obtidos conforme descrito na seção 3.2.4.

O subproblema M-SP com a função objetivo modificada (3.20) é formulado da seguinte maneira:

$$\alpha_t(\hat{v}_{h,t-1}) = \min \tilde{\beta}_t(\overrightarrow{GH}_t) + \alpha_{t+1}(v_{h,t}) \quad (3.20)$$

s.a

$$(3.4), (3.5), (3.6), (3.10) - (3.12)$$

$$\sum_{h \in H_u} gh_{h,t} = \overrightarrow{GH}_{u,t} \quad \forall u \in U \quad (3.21)$$

$$\tilde{\beta}_t(\overrightarrow{GH}_t) \geq \tilde{\beta}_t^{(k)} + \sum_{u \in U} \tilde{\lambda}_{u,t}^{(k)} \cdot \overrightarrow{GH}_{u,t} \quad \forall k \in K_t \quad (3.22)$$

3.2.3 Subproblema horário de nível inferior para cada valor médio semanal/mensal de geração hidrelétrica (H-SP)

O subproblema de nível inferior possui discretização horária e diversos cenários, a fim de considerar a alta variabilidade e a incerteza na geração de fontes renováveis FER, o que causa uma grande variação na demanda líquida horária a ser atendida pelas usinas térmicas e hidrelétricas convencionais. A metodologia permite a consideração de um único perfil determinístico (baseado em uma previsão específica) ou de um conjunto de cenários de geração FER, que podem ser obtidos a partir de registros históricos ou gerados sinteticamente por um modelo estatístico. Em ambas as variantes, o valor médio da geração hidrelétrica é imposto como restrição aplicada simultaneamente a todos os cenários.

A entrada para o subproblema H-SP é um valor conhecido \overrightarrow{GH}_t para o vetor de geração hidrelétrica total em cada subsistema, obtido como resultado do subproblema de nível superior M-SP para o estágio t , com a aproximação atual obtida até o momento para a FCIE. Pode-se ver esse valor como uma solução “de teste” (*trial solution*) para o subproblema M-SP, e o objetivo de resolver o subproblema H-SP é obter o valor exato, e as respectivas derivadas, da função FCIE no ponto \overrightarrow{GH}_t , a fim de melhorar sua aproximação.

A formulação do subproblema H-SP é a seguinte:

$$\beta_t(\overrightarrow{GH}_t) = \min \sum_{s=1}^{S_t} p_{t,s} \left[\sum_{\tau=1}^{T'_t} \left(\sum_{u \in U} C_{def} \cdot def'_{u,\tau,s} + \sum_{j \in J} C_{gt_j} \cdot gt'_{j,\tau,s} \right) \right] \quad (3.23)$$

s.a

$$(3.13) - (3.16)$$

$$\sum_{\tau=1}^{T'_t} \sum_{h \in H_u} gh'_{h,\tau,s} \leq \hat{GH}_{u,t} \quad \forall s, \forall u \in U \quad (3.24)$$

A restrição (3.24) foi modelada como uma desigualdade, de modo a evitar a ocorrência de inviabilidades quando a meta de geração hidrelétrica excede a capacidade do sistema de absorver energia. Essa formulação assegura uma interpretação econômica consistente dos multiplicadores duais associados à restrição de geração hidrelétrica. Quando a restrição está ativa, o multiplicador dual indica o valor marginal da ampliação da meta de geração hidrelétrica, refletindo o benefício econômico associado à redução da geração térmica ou ao déficit. Por outro lado, quando a meta de geração hidrelétrica é excessiva, a restrição deixa de ser ativa e o multiplicador dual assume valor nulo, indicando que incrementos adicionais na geração hidrelétrica não geram benefícios econômicos para o sistema.

3.2.4 Estratégia de solução do subproblema PDD-SP e construção da FCIE por decomposição de Benders em duas etapas

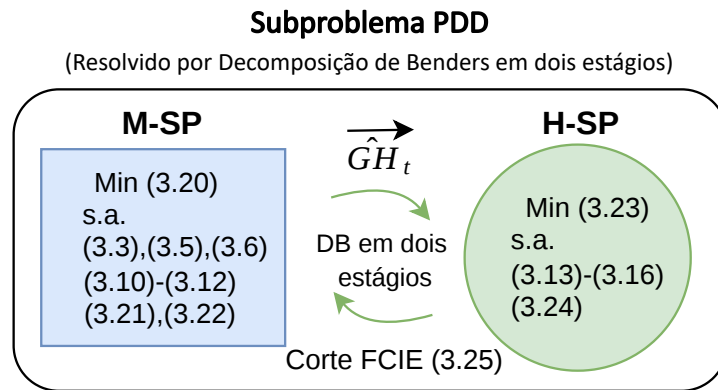
Os subproblemas M-SP e H-SP, descritos nas seções anteriores, são aplicados ao subproblema PDD-SP de todas as etapas do problema MTOP, conforme ilustrado na Figura 13. Como também mostrado na mesma figura, cada subproblema PDD-SP contendo ambos os subproblemas é resolvido por Decomposição de Benders em duas etapas [40], cujos detalhes são apresentados a seguir, para uma determinada recursão k (veja a seção 3.2.5) na resolução deste subproblema:

- conforme indicado em (3.20), o programa linear M-SP (3.20)-(3.22) deve ser resolvido na etapa t , para valores iniciais de armazenamento $v_{h,t-1}^{(k)}$ dados nos reservatórios; ele fornece valores ótimos de geração hidrelétrica $\hat{g}_{h,t}^{(k)}$ para cada usina hidrelétrica h , bem como valores correspondentes $\hat{GH}_{u,t}^{(k)}$ para a geração total de cada subsistema u , de acordo com (3.21);
- então, conforme indicado em (3.23), o vetor $\overrightarrow{\hat{GH}_t^{(k)}}$ é um parâmetro de entrada para o subproblema H-SP (3.23)-(3.24), que inclui restrições para todos os cenários eólicos S_t da etapa t , e também deve ser resolvido como um programa linear. O valor ótimo $\beta_t^{(k)} := \beta_t(\overrightarrow{\hat{GH}_t^{(k)}})$ deste problema é o custo intra-estágio, e $(\overrightarrow{\hat{GH}_t^{(k)}}, \beta_t^{(k)})$ é um ponto da função FCIE exata da etapa t , que deve ser de alguma forma representada no subproblema M-SP de nível superior;
- como o subproblema H-SP de nível inferior é convexo, a função de valor $\beta_t(\cdot)$ em (3.23) é convexa [40], permitindo assim uma aproximação inferior linear por partes. Com base nos multiplicadores $\lambda_{u,t,s}^{(k)}$ das equações alvo (3.24) para cada subsistema u e cenário s , criamos um corte linear adicional para aproximar tal função por baixo, de acordo com (3.25), o que resulta na k -ésima aproximação da função FCIE em (3.22), onde $\tilde{\lambda}_{u,t}^{(k)} = \sum_{s \in S_t} \lambda_{u,t,s}^{(k)}$ e $\tilde{\beta}_t^{(k)} = \beta_t^{(k)} - \sum_{s \in S_t} \sum_{u \in U} \lambda_{u,t,s}^{(k)} \hat{GH}_{u,t}^{(k)}$.

$$\tilde{\beta}_t(\overrightarrow{GH}_t) \geq \beta_t^{(k)} + \sum_{s \in \mathcal{S}_t} \sum_{u \in U} \lambda_{u,t,s}^{(k)} \cdot (GH_{u,t} - \hat{GH}_{u,t}^{(k)}) \quad (3.25)$$

Resumidamente, para cada resolução do subproblema PDD-SP, a abordagem de BD em duas etapas é aplicada até a convergência, na qual a função de custo futuro (3.6) é a aproximação obtida até o momento na iteração atual da PDD externa. O subproblema de nível superior M-SP fornece o resultado da geração hidrelétrica para o subproblema de nível inferior H-SP, que retorna um corte para o problema de nível superior, como ilustrado na Figura 14. Nota-se que este procedimento é o mesmo proposto em [40] para problemas de programação inteira mista em duas etapas, com a diferença de que, neste trabalho, ambos os subproblemas de níveis superior e inferior são convexos, enquanto, naquele artigo, apenas o subproblema da segunda etapa é convexo.

Figura 14 – Decomposição de Benders em duas etapas para construir aproximações da função FCIE do subproblema PDD de cada estágio.



3.2.5 Integração entre as abordagens PDD e BD em duas etapas

A estratégia geral de solução do problema MTOP (Figura 13) é uma combinação do algoritmo PDD externo de [39], brevemente descrito na seção 3.1, e da Decomposição de Benders em duas etapas interna de [40], descrita na seção 3.2.4. O procedimento geral é o seguinte:

- prossegue-se com os passos habituais de forward/backward do algoritmo PDD, mas, ao resolver o subproblema para cada estágio t no passo de forward, a abordagem de Decomposição de Benders em duas etapas descrita na seção 3.2.4 é realizada, onde as gerações hidrelétricas $\overrightarrow{GH}_t^{(k)}$ são obtidas pelo subproblema M-SP de nível superior e um novo corte de Benders para a aproximação (3.22) da função de custo FCIE do estágio t é construído. O contador k indica o número de vezes que o subproblema PDD-SP de um dado estágio foi resolvido, abrangendo todas as iterações PDD e passos de forward/backward, e o número total de cortes K_t varia com t . Após a abordagem de DB em duas etapas para

resolver o subproblema PDD-SP na iteração atual do subproblema PDD do estágio t ser concluída, Prossegue-se da seguinte forma:

- durante o passo forward da PDD: os valores de armazenamento final $v_{h,t}$ obtidos como solução do subproblema M-SP são enviados como armazenamentos iniciais para a resolução do subproblema PDD-SP do estágio $t + 1$ (a menos que $t = T$);
- durante o passo backward da PDD: a solução final do subproblema M-SP é utilizada para construir um novo corte para a função de recuso PDD (3.6) do estágio $t - 1$ (a menos que $t = 1$).

3.2.6 Convergência e critério de parada

A abordagem integrada possui dois critérios de parada, descritos a seguir.

3.2.6.1 Convergência da decomposição de Benders em duas etapas

A decomposição de Benders em duas etapas é aplicada à resolução do subproblema PDD-SP em cada estágio e iteração da PDD, a partir de um vetor dado $\hat{v}_{h,t-1}$. O limite inferior $Z_{lb_{BD}}$ é o valor ótimo do subproblema M-SP, uma vez que foi obtido com uma aproximação inferior $\tilde{\beta}$ da função FCIE. O limite superior $Z_{ub_{BD}}$ é o custo da solução viável atual, dado pela soma do termo $\alpha_{t+1}(v_{h,t})$ do subproblema M-SP e o custo do subproblema H-SP, na iteração atual $\overrightarrow{\hat{GH}}_t^{(k)}$. A decomposição de Benders em duas etapas é concluída quando esses dois limites são iguais:

$$\alpha_t(\hat{v}_{h,t-1}) = Z_{lb_{BD}} = Z_{ub_{BD}} = \alpha_{t+1}(v_{h,t}) + \beta_t(\overrightarrow{\hat{GH}}_t) \quad (3.26)$$

A convergência do método proposto, no contexto da estratégia de resolução integrada, é demonstrada com base no método L-shaped de [54], que aplica a decomposição de Benders em duas etapas, originalmente proposta por [40], a um problema linear de duas etapas, correspondente ao contexto específico do subproblema PDD-SP. A garantia de convergência é estabelecida mediante a satisfação dos seguintes requisitos:

- (i) a função FCIE é poliedral e convexa, uma vez que os subproblemas H-SP são lineares e, à medida que as soluções da primeira etapa $\hat{v}_{h,t-1}$ variam no domínio viável do subproblema M-SP, apenas um número finito de cortes pode ser construído (Proposição 4 de [54]). Além disso, observamos que os subproblemas H-SP são sempre viáveis, devido à não limitação das variáveis de déficit $def'_{u,\tau,s}$ e ao fato de que os limites inferiores e superiores das variáveis $gh'_{h,\tau,s}$ no subproblema H-SP são os mesmos que no subproblema M-SP, garantindo assim a satisfação das restrições (3.24).

- (ii) se a estimativa atual $\tilde{\beta}_t(\overrightarrow{\hat{G}H}_t)$ da função FCIE (obtida ao resolver o subproblema M-SP) estiver estritamente abaixo do valor real $\beta_t(\overrightarrow{\hat{G}H}_t)$, obtido ao resolver o subproblema H-SP, um *novo* corte da FCIE é construído, eliminando o ponto $(\overrightarrow{\hat{G}H}_t, \tilde{\beta}_t(\overrightarrow{\hat{G}H}_t))$ da região viável do subproblema M-SP.
- (iii) por outro lado, se $\tilde{\beta}_t(\overrightarrow{\hat{G}H}_t) = \beta_t(\overrightarrow{\hat{G}H}_t)$, então uma solução ótima para o subproblema PDD-SP foi encontrada.

Os aspectos (ii) e (iii) compõem o critério de otimalidade apresentado em [54], e o processo é finito, uma vez que o conjunto de bases do programa linear H-SP é finito em número.

3.2.6.2 Convergência do algoritmo PDD

A convergência do algoritmo PDD é alcançada quando a diferença entre os limites superior e inferior do problema se torna menor ou igual a uma tolerância pré-definida [39]:

$$Z_{ub_{PDD}} - Z_{lb_{PDD}} \leq \varepsilon_{PDD} \quad (3.27)$$

O limite inferior $Z_{lb_{PDD}}$ é o custo total do subproblema do primeiro estágio (incluindo o valor da função de custo futuro), que é monotonamente não decrescente. O limite superior $Z_{ub_{PDD}}$ é o valor mínimo da soma dos custos operacionais presentes de todos os estágios, ao longo de todas as iterações da PDD.

A convergência do algoritmo PDD para a solução ótima do problema geral, uma vez que todos os subproblemas são resolvidos de forma ótima e os cortes são devidamente construídos, é demonstrada em [39], que, por sua vez, também se baseia nas provas de convergência do método L-shaped apresentadas em [54]. O problema proposto neste trabalho atende aos requisitos necessários à convergência do algoritmo PDD, uma vez que se trata de um programa linear (convexo) com estrutura aninhada, função objetivo limitada e recurso relativamente completo. Este último é garantido pela presença das variáveis de déficit de energia e de vertimento, que atuam como variáveis de folga naturais das equações de balanço hídrico e de atendimento à demanda de energia, respectivamente.

3.2.6.3 Convergência global

Por fim, a garantia de convergência para a solução ótima do problema MTOP é estabelecida ao atingir-se a convergência do algoritmo PDD, conforme declarado na Seção 3.2.6.1, ao resolver todos os subproblemas PDD até a otimalidade, conforme mencionado na Seção 3.2.6.2. Mais especificamente, o critério PDD (3.27) deve ser atendido ao final de uma iteração forward da PDD, em que todos os subproblemas PDD-SP foram resolvidos atendendo ao critério

da Decomposição de Benders de duas etapas (3.26). Uma vez que o problema é convexo e os conjuntos de cortes tanto da Função de Custo Futuro da PDD quanto da função FCIE em cada estágio são finitos, ao atingir esses critérios, podemos garantir que chegamos à solução ótima, dentro da tolerância de convergência requerida.

O Algoritmo 1 apresenta, passo a passo, a abordagem integrada da Programação Dinâmica Dual à Decomposição de Benders em dois estágios.

Algorithm 1: Integração da PDD com a Decomposição de Benders em dois estágios

Data: Leitura dos dados do sistema

```

1 /* Problema de nível superior (PDD) */
2  $Z_{lbPDD} \leftarrow [0.]$ ;
3  $Z_{ubPDD} \leftarrow [\infty]$ ;
4 while  $Z_{ubPDD} - Z_{lbPDD} > \epsilon_{PDD}$  do
5     /* Passo Forward (loop para cada estágio) */
6     for  $t = 1$  to  $T$  do
7         Resolve o problema M-SP do estágio  $t$  conforme a Eq. (3.20);
8         Obtém a solução  $\vec{GH}_t$  de geração hidrelétrica, vetor cujos elementos
           correspondem à geração total de cada subsistema;
9         /* Problema de nível inferior (Benders dois estágios) */
10         $Z_{lbBD} \leftarrow [0.]$ ;
11         $Z_{ubBD} \leftarrow [\infty]$ ;
12        while  $Z_{lbBD} \neq Z_{ubBD}$  do
13            Resolve o subproblema H-SP para todos os cenários  $s \in S_t$ , com a variável de
              estado da geração hidrelétrica ( $\vec{GH}_t$ ) fixada na solução obtida do problema
              M-SP, conforme a Eq. (3.23);
14            Adiciona o corte médio obtido conforme a Eq. (3.25) à representação da
              função  $\beta_t(\vec{GH}_t)$  definida pela Eq. (3.22);
15            Atualiza o limitante superior  $Z_{ubBD}$ ;
16            Resolve novamente o problema M-SP conforme a Eq. (3.20);
17            Obtém a solução  $\vec{GH}_t$  de geração hidrelétrica, vetor cujos elementos
              correspondem à geração total de cada subsistema;
18            Atualiza o limitante inferior  $Z_{lbBD}$ ;
19        Atualiza o limitante superior  $Z_{ubPDD}$ ;
20        /* Passo Backward (loop para cada estágio) */
21        for  $t = T$  to  $2$  do
22            Resolve o problema M-SP do estágio  $t$  conforme a Eq. (3.20);
23            Adiciona um novo corte à função de custo futuro Eq. (3.6) do estágio  $t$ ;
24        Atualiza o limitante inferior  $Z_{lbPDD}$ ;
25 /* Passo forward final (loop para cada estágio) */
26 for  $t = 1$  to  $T$  do
27     Resolve o problema M-SP do estágio  $t$  conforme a Eq. (3.20);

```

Result: Resultados da operação do sistema ao longo do horizonte de planejamento

3.2.7 Comentários gerais

Nota-se que uma das principais preocupações ao considerar aspectos intra-estágios e horários em problemas de planejamento de médio e longo prazo, no contexto da intermitência e incerteza na geração de fontes renováveis eólicas e solares, é verificar se há energia suficiente para atender à demanda horária em todos os cenários, bem como obter uma melhor estimativa do custo operacional em cada estágio, devido à variação de sua demanda horária. Portanto, podemos afirmar que a abordagem proposta considera o chamado modelo “risco de decisão” (*decision-hazard*) [55, 56] no despacho de geração diante dos cenários de vento em cada estágio da PDD, uma vez que a quantidade de geração hidráulica (e, conseqüentemente, térmica) decidida em cada estágio da PDD é definida *antes* de conhecer o cenário específico de vento que será revelado ao longo da semana/mês. Dessa forma, quaisquer variações horárias na geração de vento em comparação ao valor médio semanal/mensal considerado no correspondente estágio da PDD serão seguidas por um ajuste nos perfis de geração $gh'_{j,\tau,s}$, $gt'_{j,\tau,s}$ dentro das horas τ do estágio (e, se necessário, com o déficit de energia $def'_{u,\tau,s}$), dados os valores mensais alvo $\overrightarrow{\widehat{GH}}_t$ para cada subsistema.

Outra observação importante é que a abordagem proposta é facilmente estendida à aplicação da PDD a um problema estocástico multiestágio mais geral, em formato de árvore, com afluências estocásticas mensais. Se a incerteza na geração de FER for independente da incerteza nas afluências de água, a FCIE pode até ser compartilhada entre os nós do mesmo passo temporal da árvore de cenários, uma vez que os subproblemas H-SP correspondentes são os mesmos.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo são apresentados estudos de caso desenvolvidos com o objetivo de avaliar, em diferentes contextos, a metodologia proposta no Capítulo 3. Os primeiros estudos, descritos nas Seções 4.1 e 4.2, têm caráter ilustrativo e visam evidenciar o funcionamento e as particularidades da aplicação do método. O estudo seguinte, detalhado na Seção 4.3, baseia-se em dados reais do sistema elétrico brasileiro e tem por finalidade avaliar a aplicabilidade, a robustez e o desempenho computacional da metodologia em um cenário de grande escala.

Por fim, a Seção 4.4 apresenta um estudo adicional que considera a incerteza hidrológica e inclui uma simulação de curto prazo que representa a rede elétrica e os *unit commitments* térmicos e hidráulicos, utilizando a FCF construída com base na abordagem proposta. De modo geral, este capítulo tem como objetivo demonstrar a aplicabilidade, a robustez e o desempenho da metodologia proposta em diferentes níveis de complexidade, abrangendo desde casos ilustrativos até cenários baseados em condições reais de operação do sistema elétrico.

A FPFA utilizada neste trabalho, exceto nos casos ilustrativos, foi gerada pelo modelo *DESSEM*, utilizando uma discretização com cinco pontos equidistantes no volume útil, no intervalo de 0 a 100%, e cinco pontos equidistantes na janela de turbinamento, conforme a metodologia descrita no manual do modelo [49].

Nos casos ilustrativos, com usinas fictícias, a produção de energia hidrelétrica foi representada por uma relação linear entre a vazão turbinada e a potência gerada, definida a partir de um coeficiente de produtividade para cada usina. Dessa forma, não se utilizou a função de produção FPFA, adotando-se uma formulação linear simplificada, expressa como:

$$P_{h,t} = \rho_h \cdot q_{h,t} \quad (4.1)$$

em que $P_{h,t}$ representa a potência gerada pela usina h no instante t [MW], $q_{h,t}$ é a vazão turbinada no instante t [m³/s] e ρ_h é o coeficiente de produtividade da usina h [MW/(m³/s)].

O código desenvolvido para este trabalho foi implementado majoritariamente em *Python* 3.10. Os estudos de caso ilustrativos foram executados em um processador *Intel(R) Core(TM) i3-7020U*, com frequência de 2,30 GHz, utilizando a versão acadêmica gratuita do solver *Gurobi*. O estudo de caso de grande porte, por sua vez, foi realizado em um processador *Intel(R) Xeon(R) Gold 6248R*, com frequência de 3,00 GHz, empregando o solver *CPLEX Optimization*, licenciado para o ONS.

Adicionalmente, a simulação de curto prazo apresentada na Subseção 4.4.1 foi implementada em *Julia* v1.12, utilizando o solver *GLPK* para os problemas lineares (PLs) e o solver *HiGHS* para o problema de programação linear inteira mista (MILP) ¹.

¹ O modelo de curto prazo utilizado nesta simulação foi desenvolvido em parceria com o ONS.

4.1 Estudo de caso ilustrativo 1

Neste primeiro estudo de caso, avalia-se o desempenho da metodologia proposta, que integra a FCIE ao algoritmo de PDD, em comparação com a formulação convencional da PDD. O sistema considerado é propositalmente simplificado, a fim de evidenciar as diferenças fundamentais entre as duas metodologias.

A configuração adotada para este estudo é apresentada a seguir:

- **Estrutura do sistema:** 1 subsistema, 2 usinas hidrelétricas e 2 usinas termelétricas;
- **Horizonte de estudo:** 10 semanas, com discretização semanal;
- **Cenários:** geração eólica e vazões consideradas determinísticas.

As características das usinas termelétricas utilizadas neste estudo estão apresentadas na Tabela 1, enquanto as especificações das usinas hidrelétricas são apresentadas na Tabela 2. Neste estudo, assume-se que as hidrelétricas não apresentam acoplamento hidráulico entre si, sendo, portanto, modeladas como reservatórios independentes.

Tabela 1 – Características das usinas termelétricas – estudo de caso ilustrativo 1.

Térmica	Capacidade (MW)	Custo (\$/MWh)
UTE 1	30	10
UTE 2	80	25
Déficit	Infinita	100

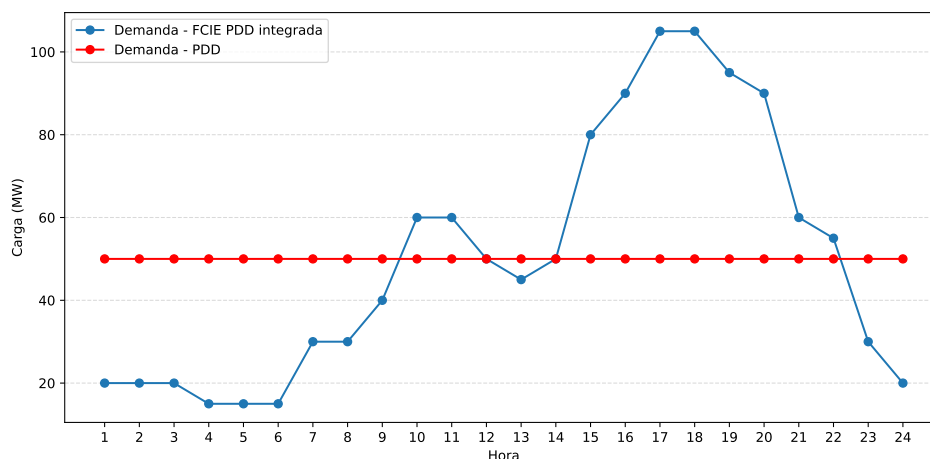
Tabela 2 – Características das usinas hidrelétricas – estudo de caso ilustrativo 1.

Hidrelétrica	Capacidade (MW)	Produtividade (MW/(m³/s))
UHE 1	25	1
UHE 2	25	1

A Figura 15 apresenta o perfil de demanda considerado para o primeiro dia deste estudo de caso. Observa-se que a PDD-FCIE permite representar a variação horária da demanda, em contraste com a média horária adotada na formulação convencional da PDD, que considera um único patamar de carga. Embora a demanda média horária seja de 50 MW (valor idêntico à demanda média utilizada na PDD convencional), observa-se uma diferença importante entre as abordagens.

A energia total a ser atendida é a mesma em ambos os modelos; entretanto, a PDD convencional, ao contrário da FCIE integrada à PDD, não reconhece a necessidade de potência adicional para atender aos picos de carga. Como ilustrado na figura, a demanda ultrapassa

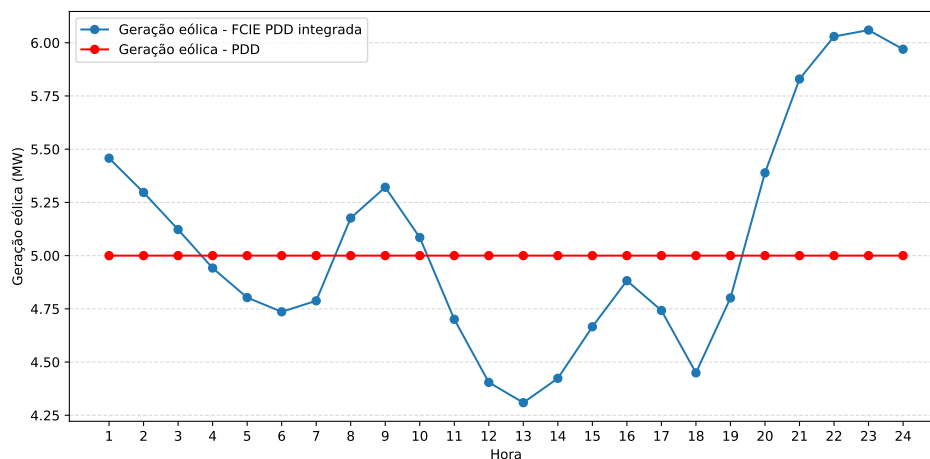
Figura 15 – Perfil de demanda do primeiro dia considerado no estudo de caso ilustrativo 1.



100 MW entre 17h e 18h, sendo impossível suprir esse pico apenas com a geração hidráulica disponível.

A Figura 16 apresenta o perfil de geração eólica ao longo do primeiro dia, considerando a variação horária representada na FCIE e o valor médio adotado na formulação convencional da PDD. Assim como ocorre com a demanda, embora a geração eólica apresente uma média diária de 5 MW (valor idêntico ao considerado pela PDD convencional), o modelo convencional não é capaz de capturar a natureza intermitente dessa fonte ao longo das diferentes horas do dia.

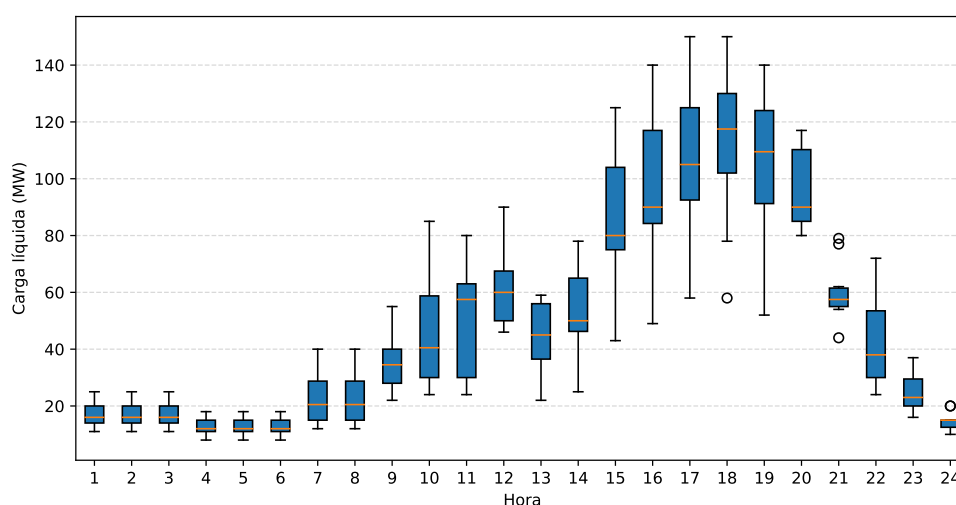
Figura 16 – Perfil de geração eólica do primeiro dia considerado no estudo de caso ilustrativo 1.



A Figura 17 apresenta a variabilidade da demanda líquida horária (definida como a diferença entre a carga e a geração eólica) ao longo do horizonte de estudo. Para cada hora do dia, o boxplot representa os valores observados ao longo dos diferentes dias do horizonte considerado. A análise da resolução horária considerada pela FCIE evidencia a ocorrência de variações significativas na demanda de energia ao longo do dia. Essas flutuações refletem a natureza dinâmica e a complexidade dos padrões de consumo, aspectos que não são capturados quando se utilizam valores médios, ressaltando a importância de uma abordagem mais granular

para a avaliação da interação entre a demanda e a geração eólica em escalas horárias.

Figura 17 – Variabilidade da carga líquida horária ao longo do horizonte do estudo de caso ilustrativo 1.



Os dados completos utilizados neste estudo de caso estão disponíveis em repositório público no *GitHub*².

Com base na configuração adotada, nas características das usinas, no perfil de carga e na geração eólica, realiza-se uma análise comparativa entre os resultados obtidos com o modelo proposto (que constrói a FCIE de forma integrada à PDD) em relação à formulação convencional da PDD.

A Tabela 3 apresenta uma comparação entre o número de subproblemas resolvidos neste caso utilizando a metodologia proposta, com a construção iterativa da FCIE dentro da PDD, e o número de subproblemas que seriam necessários caso se adotasse a construção *a priori* da FCIE, empregando uma grade predefinida com precisão de 1%. Nesse último caso, o número total de subproblemas é proporcional ao número de estágios e às combinações de pontos da grade, conforme Seção 2.4.

Tabela 3 – Número de subproblemas resolvidos – estudo de caso ilustrativo 1.

Metodologia	Número de subproblemas
Grade de 1% definida <i>a priori</i>	$10 \times 101 = 1.010$
PDD-FCIE	59

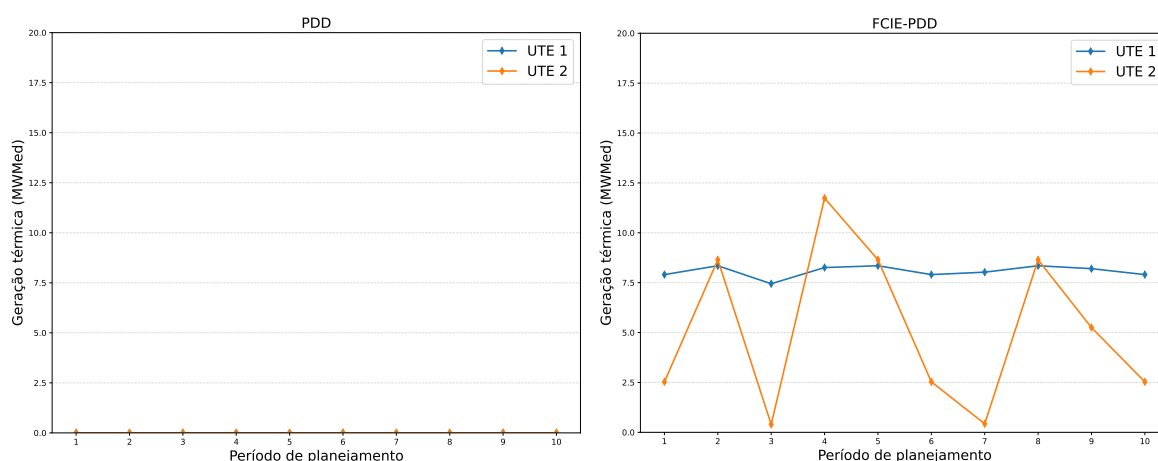
No caso da abordagem proposta (PDD-FCIE), foram resolvidos 59 subproblemas ao longo do processo iterativo da PDD até a convergência do algoritmo. Diferentemente da abordagem com discretização *a priori*, na qual a FCIE deve ser avaliada em todos os pontos de uma grade predefinida, a metodologia proposta constrói a FCIE apenas nos pontos do espaço de decisão que são efetivamente visitados durante o processo iterativo da PDD. Dessa forma,

² Disponível em: *GitHub – Estudo de caso ilustrativo 1*.

o número de subproblemas resolvidos depende das consultas realizadas à FCIE ao longo da trajetória de convergência do algoritmo, sendo tipicamente muito inferior ao requerido por uma discretização uniforme do espaço de decisão.

Na Figura 18, o lado esquerdo apresenta a geração térmica obtida pela formulação convencional da PDD, enquanto o lado direito mostra a geração térmica resultante da PDD integrada à FCIE. Observa-se que, na PDD convencional, as usinas térmicas não são despachadas, uma vez que a demanda média pode ser atendida apenas com a geração hidráulica. Por outro lado, a PDD integrada à FCIE, ao considerar a variação horária da demanda, reconhece que, embora a geração hidráulica seja suficiente para suprir a demanda energética média, sua potência não é capaz de atender aos picos de carga, tornando necessário o acionamento da geração térmica.

Figura 18 – Geração térmica – estudo de caso ilustrativo 1.



Na Figura 19, o lado esquerdo exibe a geração hidráulica da PDD convencional, enquanto o lado direito mostra a geração hidráulica da PDD integrada à FCIE. Percebe-se que a geração hidráulica é mais elevada na PDD convencional, uma vez que esta não leva em consideração a demanda de ponta e consegue atender a demanda média apenas com a geração hidráulica. Por outro lado, a PDD integrada à FCIE, que reconhece a necessidade de acionar a geração térmica para atender à demanda de pico, devido à limitação de potência das usinas hidrelétricas consideradas no estudo para atender ao requisito de potência do sistema sozinhas, apresenta uma redução na geração hidráulica média.

Na Figura 20, o lado esquerdo apresenta a evolução do volume armazenado segundo o modelo de PDD convencional, enquanto o lado direito mostra a evolução correspondente ao modelo de PDD integrada à FCIE. Observa-se que a PDD convencional utiliza integralmente o volume disponível, ao passo que a PDD-FCIE não o faz. Esse comportamento decorre do acionamento de usinas térmicas pela PDD-FCIE para suprir a demanda de ponta do sistema.

Nos estudos de caso, foi aplicada uma penalidade de 0,1 R\$ por m^3/s para o vertimento, com o objetivo de favorecer o armazenamento quando há indiferença entre verter e armazenar água. Tanto a PDD convencional quanto a PDD integrada à FCIE não apresentaram vertimento

Figura 19 – Geração hidráulica – estudo de caso 1.

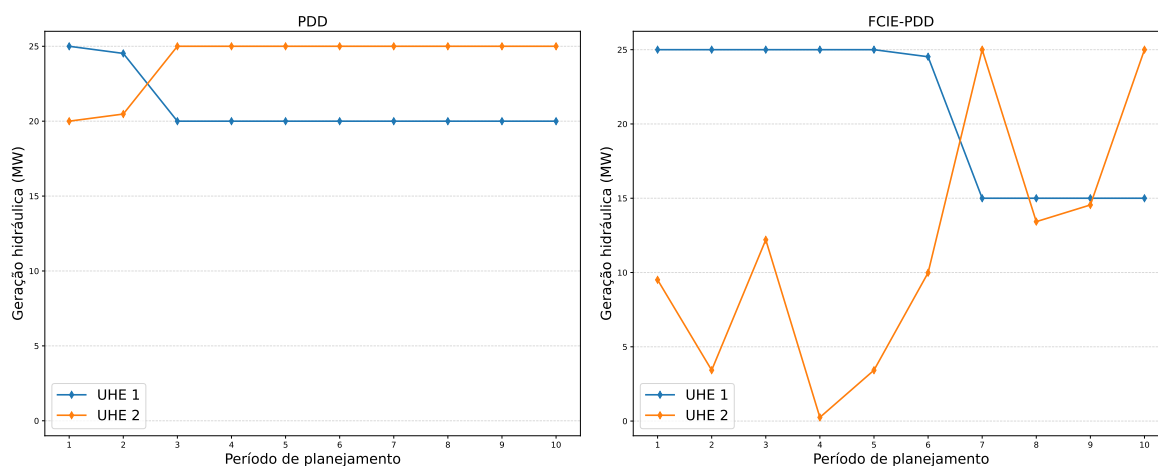
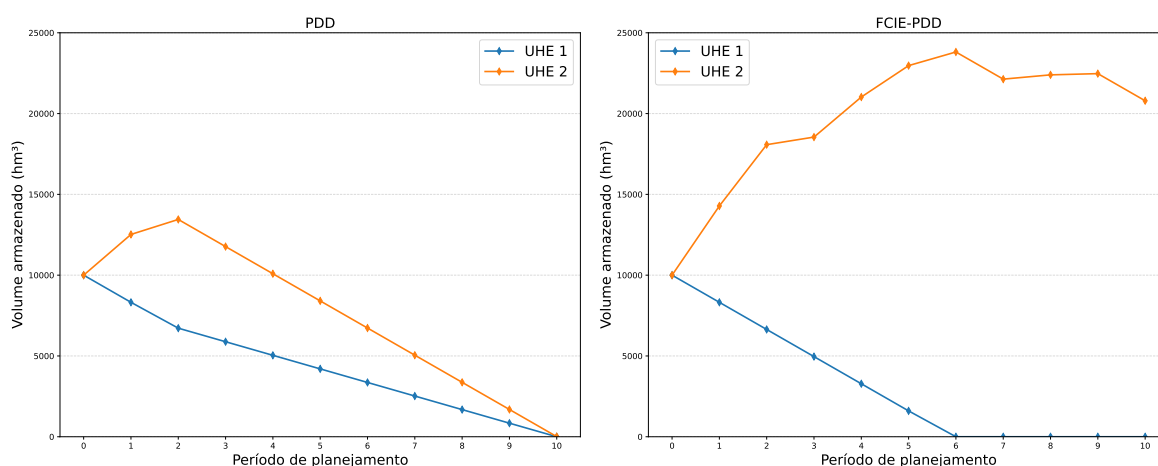


Figura 20 – Volume armazenado – estudo de caso 1.



ao longo de todo o horizonte de estudo.

Neste estudo de caso, tanto a PDD convencional quanto a PDD integrada à FCIE atenderam integralmente à demanda ao longo de todo o horizonte, não ocorrendo déficit em nenhum período.

Em síntese, o estudo de caso ilustrativo 1 demonstrou que a metodologia proposta permite representar de forma mais realista o atendimento à demanda de ponta, aspecto não capturado adequadamente pela PDD convencional. Verificou-se que a abordagem proposta conduz a decisões de operação mais consistentes, com o acionamento térmico necessário para o atendimento aos picos de carga.

4.2 Estudo de caso ilustrativo 2

Neste segundo estudo de caso, que considera dois subsistemas interligados, o modelo proposto no Capítulo 3 é comparado com a formulação tradicional apresentada na Seção 3.1, bem como com o modelo que adota a discretização prévia da geração hidrelétrica em intervalos

de 1% em relação à geração total de cada subsistema para a construção da FCIE *a priori*. Os resultados obtidos são, adicionalmente, confrontados com uma simulação da PDD com discretização horária, utilizada como modelo de referência (*benchmark*).

Devido ao elevado tempo computacional exigido para a simulação dos casos que envolvem a construção *a priori* da FCIE, bem como a discretização horária da PDD ao longo de todo o horizonte de planejamento, conforme detalhado na Seção 1.2.1, este estudo de caso foi estruturado com um número reduzido de usinas térmicas e hidrelétricas, além de um horizonte de simulação curto. Essa configuração tem como objetivo reduzir o número de subproblemas, tornando viável a execução das simulações em tempo computacional adequado.

A configuração adotada para este estudo é apresentada a seguir:

- **Estrutura do sistema:** 2 subsistemas, 4 usinas hidrelétricas e 4 usinas termelétricas;
- **Horizonte de estudo:** 10 semanas, com discretização semanal;
- **Cenários:** geração eólica e vazões consideradas determinísticas.

As características das usinas termelétricas utilizadas estão apresentadas na Tabela 4, enquanto as especificações das usinas hidrelétricas estão apresentadas na Tabela 5. Neste estudo, assume-se que as hidrelétricas não apresentam acoplamento hidráulico entre si, sendo, portanto, modeladas como reservatórios independentes.

Tabela 4 – Características das usinas termelétricas – estudo de caso ilustrativo 2.

Térmica	Capacidade (MW)	Custo (\$/MWh)	Subsistema
GT1	15	10	1
GT2	20	25	1
GT3	15	10	2
GT4	20	25	2

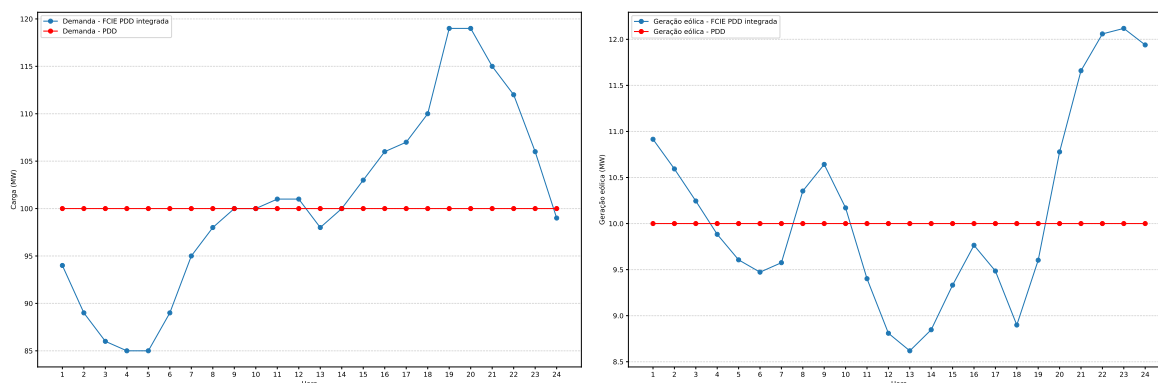
Tabela 5 – Características das usinas hidrelétricas – estudo de caso ilustrativo 2.

Hidrelétrica	Capacidade (MW)	Produtividade (MW/(m³/s))	Subsistema
UHE1	25	1	1
UHE2	25	1	1
UHE3	25	1	2
UHE4	25	1	2

A Figura 21 apresenta os perfis horários de demanda e de geração eólica considerados para um dia do horizonte de estudo no estudo de caso ilustrativo 2. A demanda média diária é de 100 MW; entretanto, apenas a FCIE-PDD é capaz de capturar a variação horária e atender à demanda de pico. De forma análoga, a FCIE permite representar a intermitência da geração

eólica ao longo do dia, aspecto não contemplado na formulação convencional da PDD, que utiliza valores médios.

Figura 21 – Perfis horários considerados no estudo de caso ilustrativo 2 – demanda elétrica (esquerda) e geração eólica (direita).



Os dados completos utilizados neste estudo de caso estão disponíveis em repositório público no *GitHub*³.

A seguir, são apresentados e discutidos os resultados obtidos para o estudo de caso ilustrativo 2, com ênfase na avaliação dos impactos da integração da FCIE à PDD em comparação com a formulação convencional da PDD, com o modelo baseado na construção *a priori* da FCIE e com a PDD com discretização horária.

A Figura 22 apresenta a convergência dos quatro casos simulados, mostrando a evolução dos limites inferior (Z_{inf}) e superior (Z_{sup}) ao longo das iterações. Verifica-se que os modelos FCIE-PDD, FCIE *a priori* com grid de 1% e a Programação Dinâmica Dual Horária (PDDH), que considera explicitamente a cronologia horária dentro de cada estágio, convergem para um mesmo valor de custo, enquanto o caso PDD converge para um valor mais baixo.

A Figura 23 apresenta a evolução do *gap* de otimalidade, expresso como a diferença percentual entre Z_{sup} e Z_{inf} , normalizada pelo valor do limite superior. Essa métrica permite comparar de forma direta a velocidade de redução do GAP entre os métodos, independentemente da magnitude absoluta dos custos.

Ao longo do algoritmo PDD-FCIE, uma FCIE é construída para cada estágio. Na metodologia proposta, o número de pontos a serem utilizados nessa construção não é definido *a priori*, sendo determinado iterativamente a partir dos valores de geração hidrelétrica obtidos no subproblema PDD-SP. A Tabela 6 compara o número de subproblemas efetivamente resolvidos com essa abordagem e o que seria necessário caso se adotasse uma grade predefinida com precisão de 1%, conforme descrito na Seção 2.4. Observa-se que apenas uma pequena fração dessa grade foi avaliada pela metodologia proposta.

³ Disponível em: *GitHub – Estudo de caso ilustrativo 2*.

Figura 22 – Evolução dos limites inferior (Z_{inf}) e superior (Z_{sup}) ao longo das iterações para os quatro casos estudados.

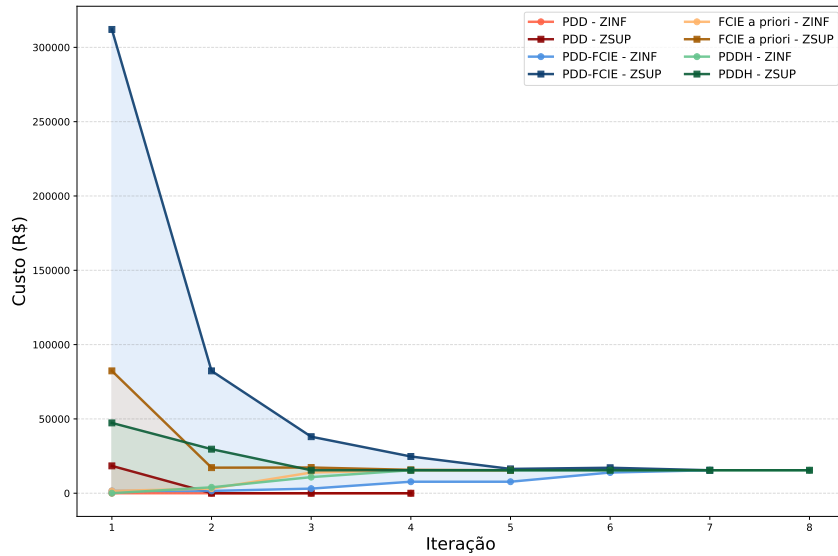


Figura 23 – Evolução do *gap* de otimalidade ao longo das iterações para os quatro casos estudados.

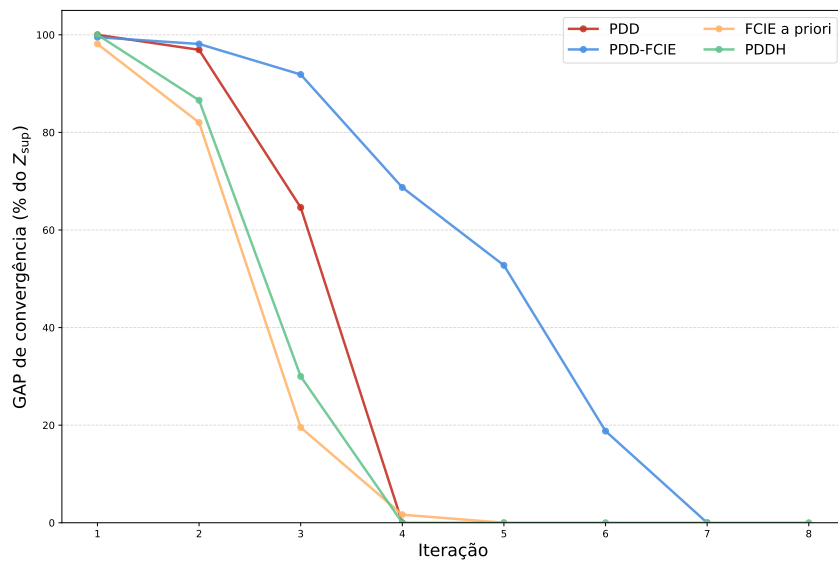


Tabela 6 – Número de subproblemas resolvidos – estudo de caso ilustrativo 2.

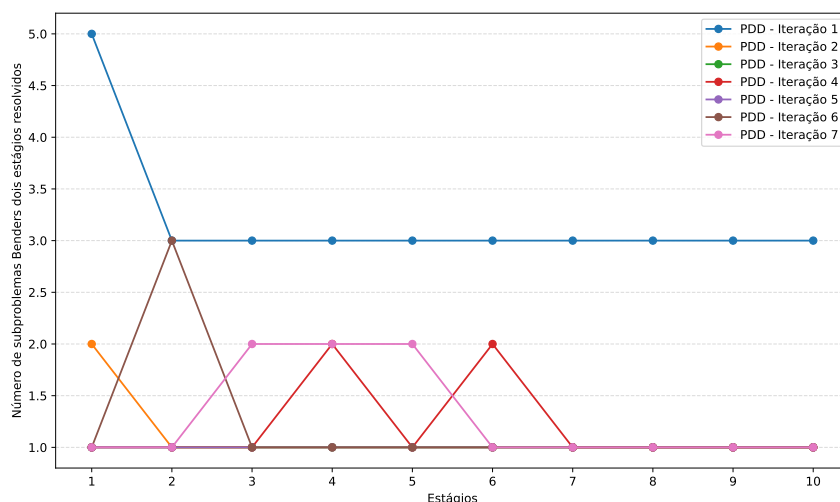
Metodologia	Número de subproblemas
Grade de 1% definida <i>a priori</i>	$10 \times 101^2 = 102\ 010$
PDD-FCIE	100

No caso da abordagem proposta (PDD-FCIE), foram resolvidos 100 subproblemas ao longo do processo iterativo da PDD até a convergência do algoritmo. Assim como no estudo de caso anterior, esse número não é definido *a priori*, pois depende dos pontos do espaço de decisão efetivamente visitados durante as consultas à FCIE ao longo da trajetória de convergência do algoritmo.

Entretanto, neste segundo estudo de caso, a FCIE é função da geração hidráulica de dois subsistemas. Dessa forma, uma discretização uniforme com precisão de 1% exigiria a avaliação de todas as combinações possíveis de geração hidráulica para ambos os subsistemas, resultando em 101^2 pontos por estágio. Observa-se que a metodologia proposta avalia apenas uma pequena fração desse conjunto de pontos, concentrando a construção da FCIE nas regiões do espaço de decisão efetivamente relevantes para a convergência da PDD.

A Figura 24 apresenta a evolução do número de subproblemas da Decomposição de Benders em duas etapas resolvidos em cada iteração do algoritmo PDD. Observa-se que a quantidade de subproblemas varia ao longo das iterações, refletindo o caráter adaptativo da construção iterativa da FCIE, que ajusta o número de pontos calculados conforme a necessidade de refinamento da aproximação.

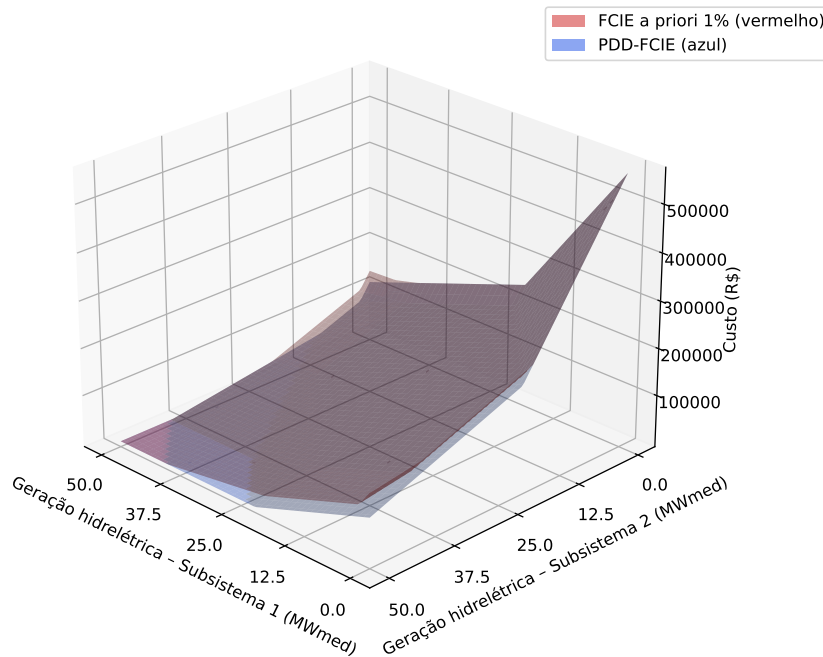
Figura 24 – Número de subproblemas da Decomposição de Benders em duas etapas resolvidos por estágio e iteração do algoritmo PDD.



A Figura 25 apresenta uma comparação entre a FCIE construída iterativamente pela metodologia proposta (PDD-FCIE) e a FCIE construída *a priori*, a partir de um grid com discretização de 1% da geração hidráulica, ambas referentes ao primeiro estágio. A figura mostra as superfícies PDD-FCIE e FCIE *a priori* sobrepostas, permitindo visualizar diretamente as regiões de maior proximidade e de maior divergência entre as duas funções de custo. Observa-se que, de modo geral, a PDD-FCIE acompanha adequadamente a curvatura da FCIE *a priori*, reproduzindo seu comportamento convexo ao longo do espaço bidimensional de geração (x, y) . As diferenças observadas em algumas regiões refletem as regiões onde a função FCIE não foi consultada no processo iterativo da PDD, portanto, não foi bem aproximada, pois não era necessário construir a função nesses pontos.

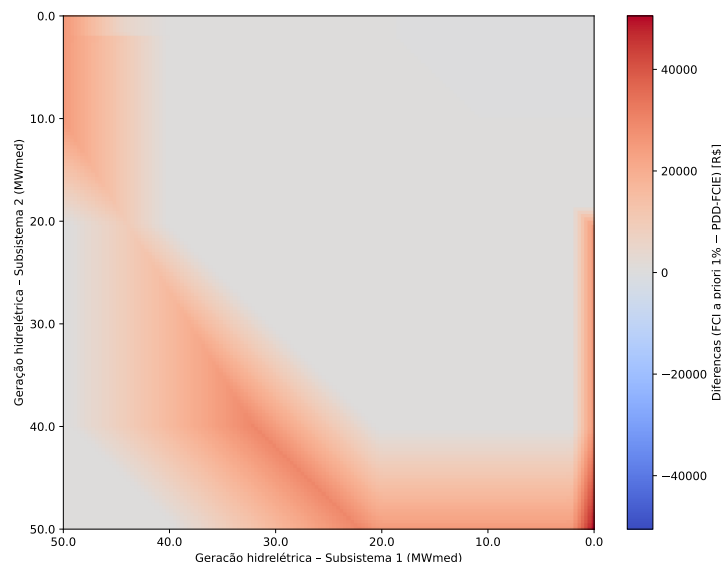
A Figura 26 apresenta o mapa de diferenças, custo da FCIE *a priori* menos o custo da FCIE construída de forma iterativa com a PDD, indicando, para cada combinação de geração hidrelétrica dos subsistemas 1 e 2, o quanto a PDD-FCIE se afasta da FCIE *a priori*. Valores positivos (vermelhos) correspondem a regiões em que a PDD-FCIE subestima o custo da FCIE *a*

Figura 25 – Comparação entre a FCIE *a priori* 1% e a PDD-FCIE para dois subsistemas: superfícies sobrepostas.



priori, enquanto valores negativos (azuis) representam superestimação; tons claros indicam boa aderência entre as duas superfícies.

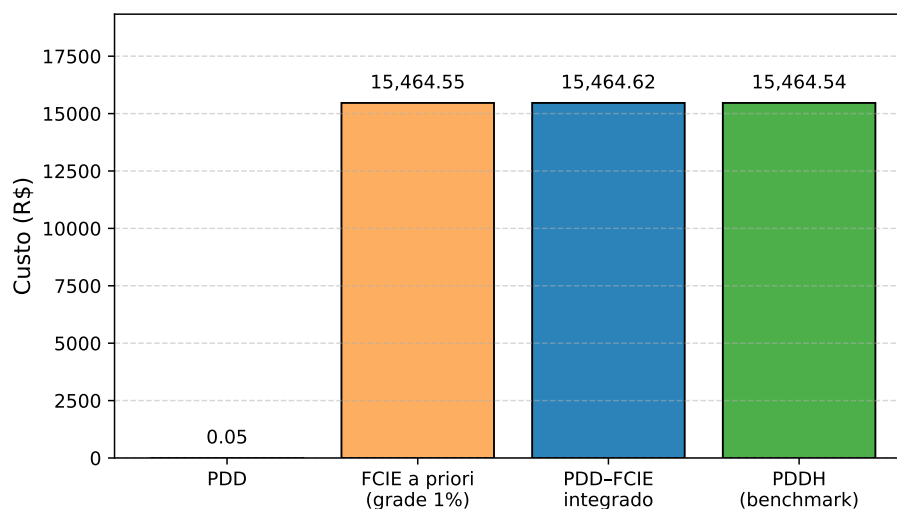
Figura 26 – Comparação entre a FCIE *a priori* 1% e a PDD-FCIE para dois subsistemas: mapa de diferenças.



O custo total de operação dos casos simulados é apresentado na Figura 27. Observe-se que os custos obtidos a partir da simulação da PDD com discretização horária (caso de referência) são idênticos aos verificados tanto com a metodologia proposta quanto com a grade de discretização de 1%. Esse resultado evidencia a equivalência entre as duas abordagens na representação das características horárias no problema de PDD. Por outro lado, a metodologia

proposta apresenta uma vantagem significativa ao requerer a resolução de apenas uma fração muito pequena do total de subproblemas necessários na construção *a priori* da FCIE.

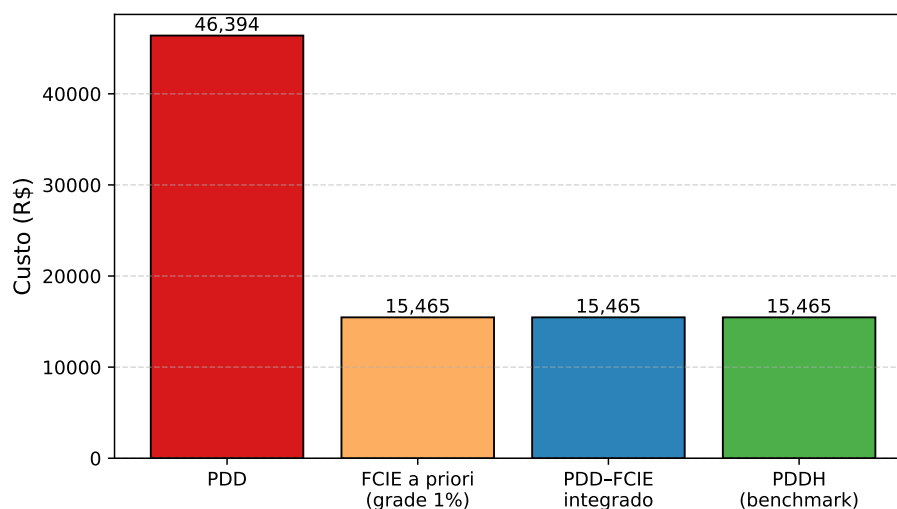
Figura 27 – Custo total de operação dos diferentes modelos no estudo de caso ilustrativo 2.



Em comparação, a formulação convencional da PDD resulta em um custo de operação artificialmente menor do que o obtido com a PDD horária. Essa diferença decorre do fato de que o modelo convencional não considera a demanda de pico nem as variações horárias da geração eólica, avaliando apenas os valores médios de carga e de geração. Dessa forma, a PDD convencional atende integralmente à demanda com base apenas nas gerações hidrelétricas e eólicas médias, sem necessidade de despacho térmico. Esse resultado decorre da simplificação estrutural do modelo, que amplia artificialmente o espaço de soluções viáveis ao desconsiderar a cronologia horária da operação. Quando se considera o perfil horário real da demanda e a variabilidade da geração eólica, a geração hidrelétrica isolada não dispõe de potência suficiente para suprir a demanda de pico. A metodologia proposta, por sua vez, captura essa limitação e aciona a geração térmica sempre que necessário, resolvendo apenas cerca de 0,1% dos subproblemas em total.

O custo da simulação da operação, considerando o perfil horário de carga e a variabilidade da geração eólica, conforme a política de operação definida pelas diferentes metodologias avaliadas, é apresentado na Figura 28. Nessa simulação, foram utilizadas as FCFs associadas às políticas obtidas pela PDD convencional e pela metodologia proposta. Observa-se que, no caso da PDD convencional, o custo total de operação aumentou expressivamente, em virtude da necessidade de corte de carga, decorrente da impossibilidade de atender à demanda de ponta do sistema. Essa limitação ocorre porque a política de operação obtida pela PDD convencional resulta em utilização inadequada dos volumes armazenados nos reservatórios, o que leva à falta de potência hidráulica disponível nos momentos de maior demanda. Esse resultado confirma que o custo mais baixo observado anteriormente é ilusório, uma vez que o modelo convencional não representa adequadamente as restrições horárias e, conseqüentemente, subestima o custo real de operação.

Figura 28 – Custo da simulação da operação – estudo de caso ilustrativo 2.



4.3 Estudo de caso com base no sistema elétrico brasileiro – sem incerteza hidrológica

Este estudo de caso apresenta os resultados da aplicação da metodologia proposta a um sistema baseado no SIN, operado pelo ONS, considerando o planejamento da operação de longo prazo. O caso abrange todas as usinas hidrelétricas e termelétricas despachadas de forma centralizada pelo ONS. Os conjuntos de dados correspondentes às usinas hidrelétricas e termelétricas simuladas são apresentados no Apêndice A, nas Tabelas 15 e 16, respectivamente.

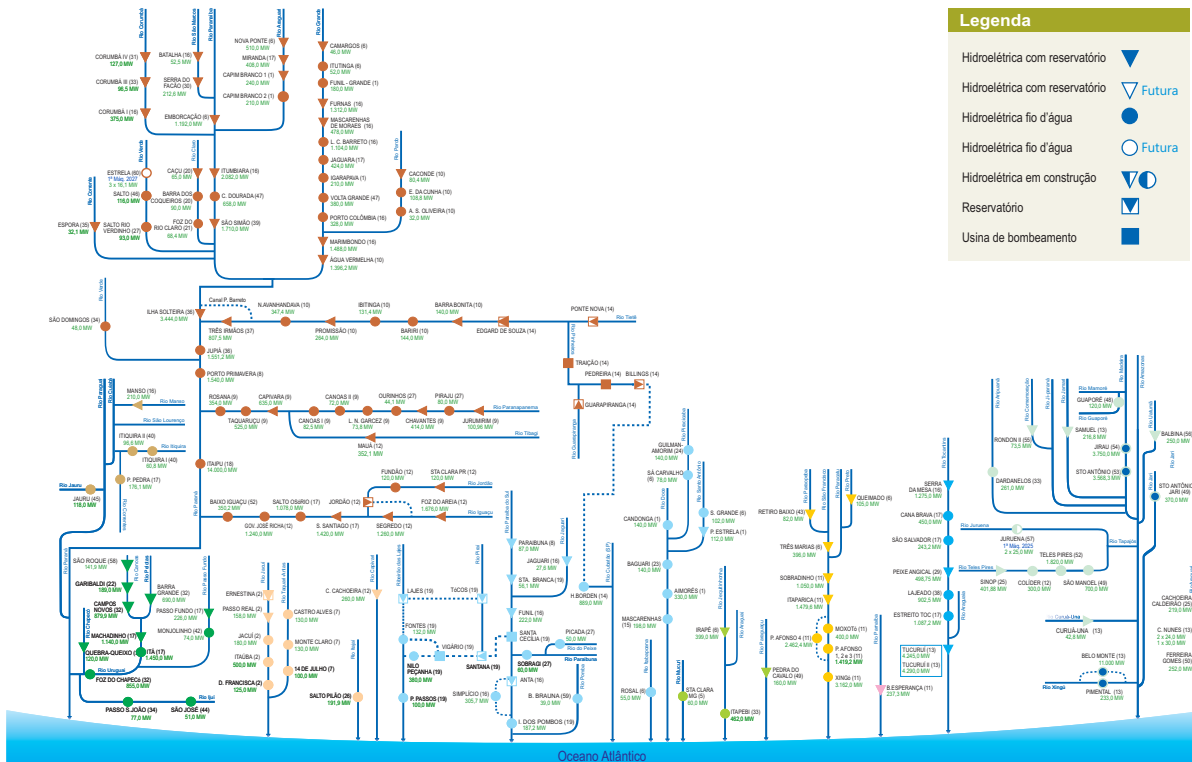
A configuração adotada para este estudo é apresentada a seguir:

- **Estrutura do sistema:** 4 subsistemas, 164 usinas hidrelétricas e 101 usinas termelétricas;
- **Horizonte de estudo:** 5 anos, com discretização mensal;
- **Cenários:** 3 cenários de geração eólica, organizados em formato de pente.

Devido à inviabilidade de percorrer uma árvore de cenários de grande dimensão na abordagem PDD, adotou-se um único cenário de afluições ao longo de todo o horizonte de planejamento. Ressalta-se que a consideração de múltiplos cenários em cada passo temporal exigiria a aplicação da versão amostral da PDD, conhecida como PDDE [18], o que dificultaria a avaliação precisa do limite superior do valor ótimo. Além disso, estudos recentes têm proposto aprimoramentos no processo de avaliação, conforme discutido em [57].

A Figura 29 apresenta o diagrama esquemático das usinas hidrelétricas consideradas neste estudo de caso, evidenciando a interdependência espacial entre os aproveitamentos dispostos em cascata ao longo das bacias hidrográficas. Esse conjunto de usinas é despachado de forma centralizada pelo ONS para a otimização da operação eletroenergética do SIN, conforme descrito em [38].

Figura 29 – Diagrama esquemático das usinas hidrelétricas consideradas no estudo de caso baseado no sistema elétrico brasileiro.



Os dados completos utilizados neste estudo de caso estão disponíveis em um repositório público no *GitHub*⁴.

Com base na configuração descrita e nos dados apresentados anteriormente, procede-se à análise dos resultados obtidos. Essa etapa tem como objetivo avaliar o desempenho computacional da metodologia proposta em comparação com a abordagem de construção *a priori* da FCIE.

O estudo de caso utilizando a metodologia proposta (PDD–FCIE) convergiu em cinco iterações, apresentando um *gap* de otimalidade de $-9,5367 \times 10^{-7}$. O custo total de operação foi de aproximadamente R\$ 2,7 bilhões. Observa-se que o número reduzido de iterações (o que pode não ocorrer em problemas de planejamento hidrotérmico estocástico de maior complexidade) não favorece, em princípio, nenhum dos métodos em particular, uma vez que tanto a abordagem proposta quanto a formulação tradicional resolvem o mesmo tipo de subproblema em cada estágio da PDD até a optimalidade, diferindo apenas na forma de tratamento dos cortes FCIE. Assim, o estudo de caso pode ser considerado adequado para comparar o desempenho dos dois algoritmos.

A Tabela 7 apresenta o número de subproblemas resolvidos pela abordagem proposta, bem como uma estimativa do número de subproblemas necessários caso a FCIE fosse construída

⁴ Disponível em: *GitHub – Estudo de caso com base no sistema elétrico brasileiro*.

com uma grade definida *a priori*. Essa segunda quantidade não foi efetivamente simulada, devido ao número extremamente elevado de subproblemas envolvidos, mas foi calculada analiticamente a partir da combinação de pontos da grade e do número de estágios da PDD. Observa-se que apenas uma fração dessa grade foi resolvida com a metodologia proposta. Considerando, por exemplo, uma grade de discretização de 1%, seriam necessários mais de 18,7 bilhões de subproblemas. Admitindo um tempo médio de 30 segundos para a resolução de cada subproblema, a Tabela 7 também apresenta o tempo total estimado de processamento (em horas) para as grades de 1%, 2% e 5%, em comparação com o tempo obtido pela metodologia de construção iterativa proposta.

Tabela 7 – Número de subproblemas resolvidos (PDD-FCIE) e estimados (grades pré-definidas) e o tempo total de processamento correspondente.

Metodologia	Número de subproblemas	Tempo (h)
Grade de 1% definida <i>a priori</i>	18 730 872 180	156 090 602
Grade de 2% definida <i>a priori</i>	1 217 736 180	10 147 802
Grade de 5% definida <i>a priori</i>	35 006 580	291 722
PDD-FCIE	661	33

Observa-se que o tempo de processamento da metodologia proposta pode ser significativamente reduzido por meio do uso de técnicas de paralelização, uma vez que os subproblemas associados aos diferentes cenários de geração eólica são independentes entre si. Dessa forma, cada subproblema pode ser resolvido simultaneamente para os valores de geração hidrelétrica fornecidos pelo problema mestre da PDD.

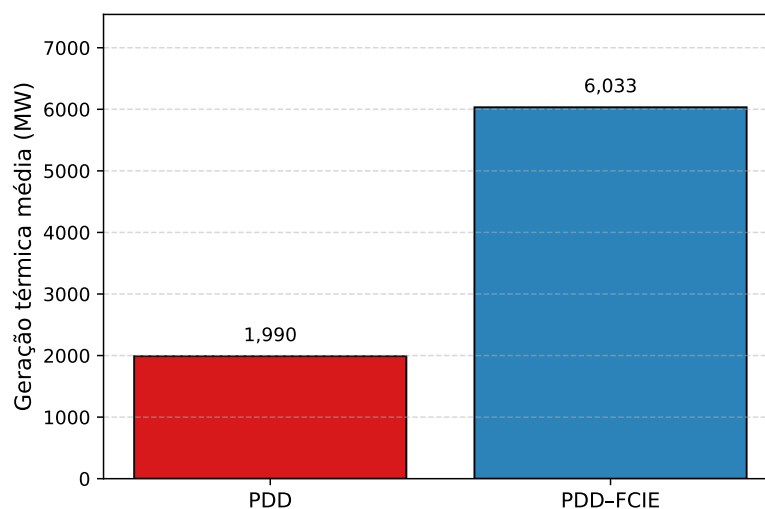
A Figura 30 apresenta a geração térmica média total obtida pela formulação convencional da PDD (à esquerda) e pela PDD integrada à FCIE (à direita). Observa-se que a inclusão da variabilidade horária da demanda e da geração eólica na PDD-FCIE resulta em um despacho térmico médio mais elevado, o que reflete a necessidade adicional de potência para atender aos picos de carga e compensar as flutuações da geração renovável.

A Tabela 8 apresenta os custos totais de operação obtidos para as formulações PDD convencional e PDD-FCIE. Como esperado, a abordagem integrada resulta em custos mais elevados, uma vez que incorpora explicitamente as variações horárias da demanda e da geração eólica. Com isso, o modelo PDD-FCIE é capaz de capturar a necessidade de despacho adicional de usinas térmicas para atender aos picos de carga, refletindo as limitações de potência das usinas hidrelétricas.

Tabela 8 – Custos totais de operação obtidos para as formulações PDD e PDD-FCIE.

Metodologia	Custo (BRL)
PDD	2 063 453 040,00
PDD-FCIE	2 722 249 745,31

Figura 30 – Geração térmica média total obtida nos modelos PDD e PDD-FCIE.



Em síntese, o estudo de caso baseado no sistema elétrico brasileiro demonstrou a viabilidade e a eficiência computacional da metodologia proposta, quando comparada à construção *a priori* da FCIE, em aplicações a sistemas de grande porte. A integração da FCIE à PDD permitiu representar de forma mais adequada a variabilidade horária da operação, capturando a necessidade de despacho térmico adicional. Além disso, observou-se uma redução expressiva no número de subproblemas resolvidos, o que evidencia o potencial da abordagem para aplicação em contextos reais de planejamento da operação do Sistema Interligado Nacional.

4.4 Estudo de caso considerando incerteza hidrológica

Com o objetivo de avaliar o desempenho da metodologia proposta diante da incerteza hidrológica, este estudo de caso considera cenários de vazão ao longo do horizonte de planejamento. Até este ponto, os estudos anteriores utilizaram apenas vazões determinísticas, isto é, um único cenário representativo, o que simplifica a formulação, mas não captura a variabilidade natural das afluições.

Neste estudo, a incerteza é representada da seguinte forma: a cada iteração *forward*, adota-se um procedimento de amostragem do tipo Monte Carlo, no qual se sorteia uma série dentre um conjunto de N séries multiestágio possíveis, sorteadas *a priori*. O objetivo desse processo é gerar trajetórias operacionais factíveis, identificando-se os pontos de armazenamento (*trial points*), que servem de base para a construção dos cortes da FCF.

Na etapa *backward*, a FCF é construída considerando todos os N possíveis cenários de afluição do estágio (referentes a cada série *forward*), correspondentes à resolução dos subproblemas associados a cada cenário para os pontos de armazenamento obtidos na etapa *forward*. Os multiplicadores duais resultantes são então empregados na construção de cortes médios, que fornecem uma aproximação convexa ao valor esperado do custo futuro.

Ressalta-se que, embora a formulação do equivalente determinístico deste problema, considerando os cenários backward resolvidos, corresponda ao problema estocástico com N^T cenários multiestágio, a etapa *forward* **não percorre todos os caminhos da árvore**, mas apenas os N caminhos correspondentes às séries em pente, um em cada iteração do algoritmo, sorteados aleatoriamente. Desta forma, não se garante a convergência do algoritmo.

Pela dificuldade de estimar o limite superior e pela inexatidão do método no que diz respeito aos requisitos de sorteio das séries forward para a convergência (reamostragem a cada iteração e considerando todos os possíveis cenários de multiestágio), o critério de parada correspondeu a um número fixo de iterações.

Além disso, este estudo inclui uma simulação de curto prazo que representa a rede elétrica e o *unit commitment* térmico e hidráulico, acoplada à Função de Custo Futuro (FCF) gerada.

Na simulação de curto prazo, utilizou-se o sistema IEEE de 24 barras, adaptado a partir do caso-base original [58]. A adoção de um sistema reduzido, amplamente empregado na literatura, permite avaliar, de forma controlada, o desempenho e as características da formulação proposta, mantendo o foco na análise conceitual da metodologia e na validação de sua consistência numérica.

Neste contexto, a configuração adotada para este estudo é apresentada a seguir.

- **Estrutura do sistema:** 1 subsistema, 2 usinas hidrelétricas e 5 usinas termelétricas;
- **Horizonte de estudo:** 8 semanas, com discretização semanal;
- **Cenários:** 3 cenários de afluência em formato pente, 1 cenário de geração programada eólica e 1 cenário de geração programada solar.

A Tabela 9 apresenta as principais características das usinas termelétricas consideradas neste estudo, e a Tabela 10 apresenta as especificações correspondentes das usinas hidrelétricas.

Tabela 9 – Características das usinas termelétricas – estudo de caso considerando incerteza hidrológica.

Térmica	Capacidade (MW)	Custo (\$/MWh)
GT1	200	100
GT2	200	200
GT3	100	400
GT4	100	700
GT5	200	1000
Déficit	Infinita	4000

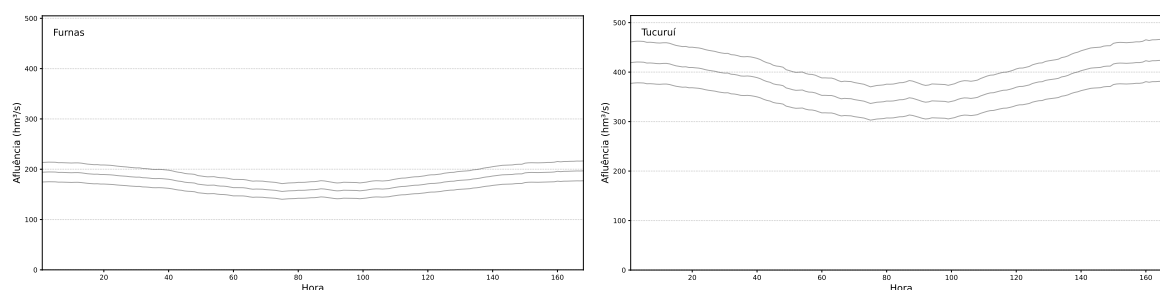
Para ilustrar a variabilidade hidrológica considerada neste estudo de caso, a Figura 31 apresenta os perfis de afluência horária correspondentes à primeira semana para as usinas

Tabela 10 – Características das usinas hidrelétricas – estudo de caso considerando incerteza hidrológica.

Hidrelétrica	Potência máx. MW	Volume mín. hm ³	Volume máx. hm ³	Vol. inicial hm ³	Produtividade MW/(m ³ /s)
Furnas	304	5733	22950	20950	FPHA
Tucuruí	762.5	11293	50275	48275	FPHA

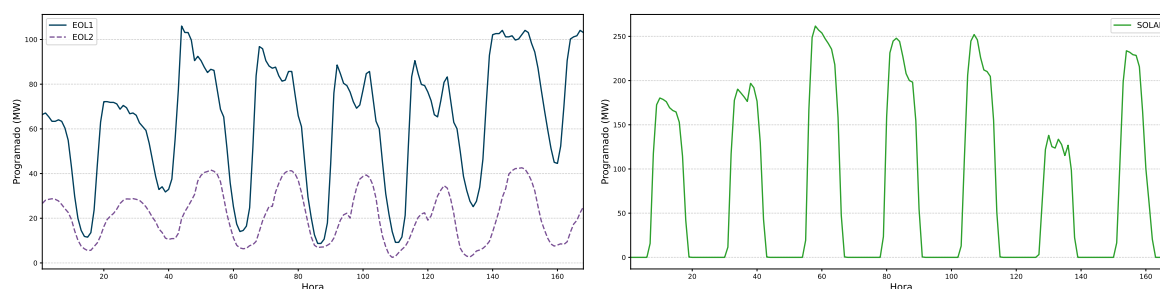
hidrelétricas UHE1 e UHE2. Esses perfis estão associados aos diferentes cenários hidrológicos considerados no modelo de médio prazo (PDD), no qual a incerteza das afluências é representada por cenários semanais. Para cada cenário semanal, adota-se um perfil horário consistente com a afluência média do cenário, utilizado na construção da FCIE para representar a cronologia intra-estágio. Dessa forma, a incerteza hidrológica é tratada no nível do modelo de médio prazo, enquanto a FCIE captura a variabilidade horária dentro de cada cenário.

Figura 31 – Cenários de afluência horária das UHEs Furnas e Tucuruí na primeira semana.



A Figura 32 apresenta os perfis horários de geração programada das usinas eólicas (EOL1 e EOL2) e da usina solar fotovoltaica (SOLAR) considerados na primeira semana do estudo. À esquerda, são apresentadas as séries de geração eólica das duas plantas, destacando-se a variabilidade intradiária e as diferenças estruturais entre os perfis de geração das usinas EOL1 e EOL2. À direita, observa-se o perfil de geração da usina SOLAR, caracterizado pela concentração de produção durante o período diurno e pela ausência de geração nos horários noturnos, o que reflete o padrão esperado da disponibilidade de radiação solar.

Figura 32 – Perfis horários de geração programada das usinas eólicas (EOL1 e EOL2) e da usina solar fotovoltaica (SOLAR) considerados no estudo para a primeira semana.



Os dados completos utilizados neste estudo de caso estão disponíveis em repositório

público no *GitHub*⁵.

4.4.1 Simulação de curto prazo com acoplamento da FCF obtida pela metodologia proposta

Com base na FCF obtida para o acoplamento ao final da primeira semana do estudo de caso, foi realizada uma simulação de curto prazo com horizonte horário de 7 dias (168 horas), utilizando o cenário hidrológico 1, selecionado como cenário representativo (intermediário) entre os três considerados. O objetivo desta simulação foi comparar o desempenho da FCF gerada pela metodologia proposta com o obtido na formulação da PDD estocástica convencional.

A análise buscou avaliar o impacto da FCF proposta sobre os principais resultados operacionais do sistema, incluindo o Custo Marginal de Operação (CMO), a evolução dos volumes armazenados, a geração hidráulica, térmica, eólica e solar, bem como os fluxos de potência na rede elétrica.

O modelo de curto prazo incorporou o *unit commitment* das usinas térmicas e hidrelétricas, bem como a representação da rede elétrica, permitindo avaliar, de forma mais realista, os efeitos operacionais decorrentes do acoplamento da FCF.

A Figura 33 apresenta o fluxograma do algoritmo de solução adotado no modelo de simulação de curto prazo. Esse procedimento foi desenvolvido com base no fluxograma do modelo DESSEM [49]. O processo inicia-se com a resolução de um problema de programação linear (PL), seguida da verificação das restrições da rede elétrica. Em caso de violação dos limites de fluxo, novos limites são definidos e o problema é resolvido novamente. Quando a rede atinge a factibilidade, o modelo passa à resolução de um problema de programação linear inteira mista (MILP), considerando o *unit commitment*. As restrições de rede são então reavaliadas e, caso sejam identificadas novas violações, resolve-se novamente um PL com as variáveis inteiras fixadas. Uma vez alcançada a factibilidade final da rede, um último PL é resolvido para a obtenção do CMO.

Para a simulação de curto prazo, foram consideradas as principais características operacionais das usinas termelétricas, incluindo a potência mínima de operação quando acionadas e os tempos mínimos de permanência ligada e desligada (*Ton/Toff*). Essas informações estão apresentadas na Tabela 11.

Além desses parâmetros, as usinas termelétricas também estão sujeitas a restrições de variação de potência, modeladas por passos discretos de tomada e de alívio de carga (*Rup/Rdown*). A Tabela 12 sintetiza os dois passos necessários para que cada unidade alcance sua potência mínima a partir do estado desligado e, de forma análoga, para que reduza sua geração até o desligamento completo a partir dessa potência mínima.

As usinas hidrelétricas também foram modeladas considerando tanto as características

⁵ Disponível em: *GitHub – Estudo de caso considerando incerteza hidrológica*.

Figura 33 – Fluxograma do algoritmo de solução do modelo de simulação de curto prazo.

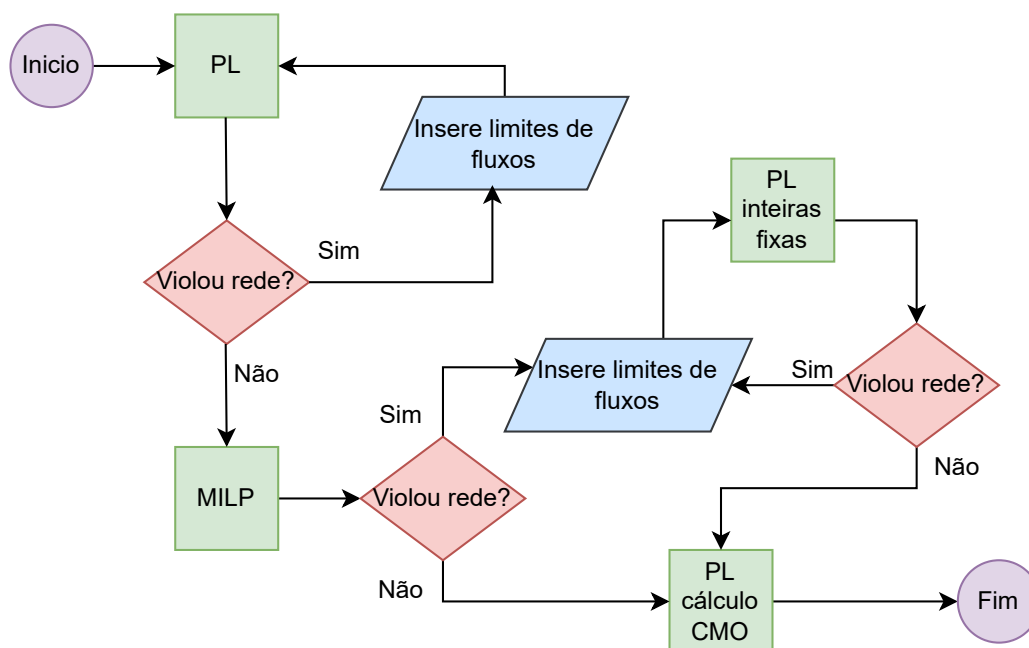


Tabela 11 – Características operacionais das usinas termelétricas consideradas na simulação de curto prazo.

Térmica	Potência mín. (MW)	Potência máx. (MW)	Ton (h)	Toff (h)	Barra	Custo (\$/MWh)
GT1	50	200	5	5	11	100
GT2	50	200	5	5	12	200
GT3	20	100	5	5	23	400
GT4	20	100	5	5	24	700
GT5	50	200	5	5	17	1000

operacionais de suas unidades geradoras, incluindo os tempos mínimos de permanência ligada e desligada (*Ton/Toff*), limites de potência e barras de conexão, quanto os parâmetros associados aos respectivos reservatórios, como volumes mínimos, máximos e iniciais. Essas informações estão resumidas nas Tabelas 13 e 14.

A Figura 34 apresenta a função de produção hidráulica aproximada (FPHA) das usinas hidrelétricas de Furnas e de Tucuruí. A FPHA corresponde à envoltória inferior obtida a partir dos segmentos linearizados da função de produção polinomial, relacionando a geração hidráulica disponível à vazão turbinada e ao volume armazenado médio no reservatório, conforme descrito na Seção 2.2.2.4. Essa formulação permite representar, de forma convexa e computacionalmente eficiente, o comportamento físico da conversão hidráulica, incluindo as variações de produtividade decorrentes do nível do reservatório.

Embora o modelo considere explicitamente o efeito do vertimento no cálculo da pro-

Tabela 12 – Rampas de tomada e alívio de carga das usinas termelétricas consideradas na simulação de curto prazo.

Térmica	Tomada de carga (MW/h)		Alívio de carga (MW/h)	
	Passo 1	Passo 2	Passo 1	Passo 2
GT1	50	–	50	0
GT2	10	50	50	0
GT3	10	20	20	0
GT4	10	20	20	0
GT5	10	50	50	0

Tabela 13 – Características operacionais das usinas hidrelétricas – parâmetros das unidades geradoras.

Hidrelétrica	Conj. máq.	P. mín. (MW)	P. máx. (MW)	Ton (h)	Toff (h)	Barra	Condição inicial
Furnas	1	15.2	152	5	5	18	deslig.
	2	15.2	152	5	5	18	deslig.
Tucuruí	1	2.25	22.5	5	5	21	deslig.
	2	35	350	5	5	21	deslig.
	3	39	390	5	5	21	deslig.

Tabela 14 – Características operacionais das usinas hidrelétricas – parâmetros dos reservatórios.

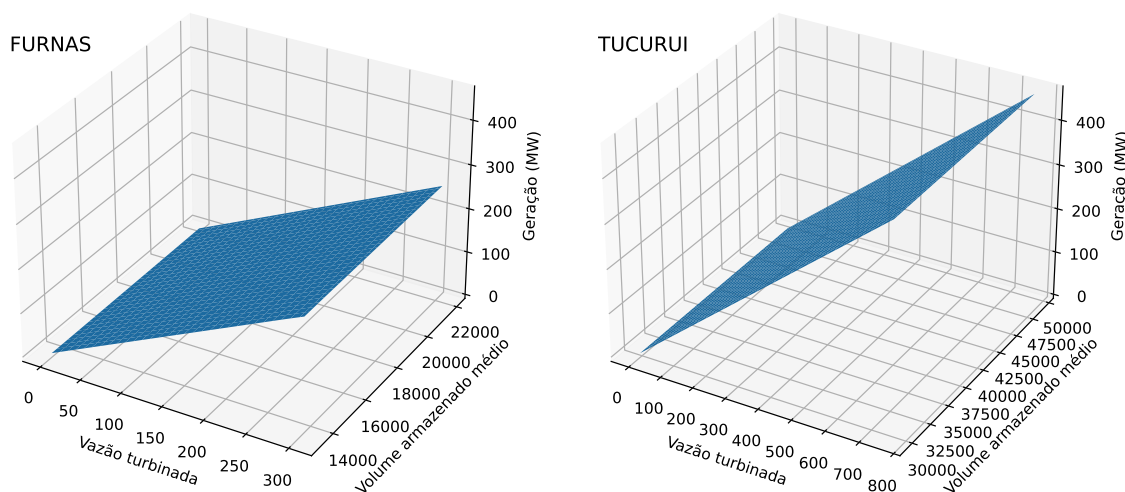
Hidrelétrica	Volume mín. (hm ³)	Volume máx. (hm ³)	Vol. inicial (hm ³)	Produtividade (MW/(m ³ /s))
Furnas	5733	22950	20950	FPHA
Tucuruí	11 293	50275	48 275	FPHA

dução hidráulica, esse eixo adicional não é representado na figura, pois sua inclusão exigiria a visualização de uma função em quatro dimensões. Assim, opta-se por ilustrar apenas o caso sem vertimento, o que permite visualizar claramente a superfície correspondente à envoltória inferior empregada nos modelos de otimização.

A rede elétrica considerada neste estudo corresponde ao sistema IEEE de 24 barras, adaptado a partir do caso-base original [58]. A Figura 35 apresenta o diagrama unifilar adotado, incluindo os barramentos, linhas de transmissão e conexões com as usinas hidrelétricas, termelétricas e eólicas modeladas. A utilização desse sistema permite avaliar o desempenho da metodologia proposta em um ambiente de teste padronizado, possibilitando a análise dos fluxos de potência, restrições de transmissão e eventuais congestionamentos.

Para a representação dos fluxos de potência, foi adotado o modelo de fluxo DC (corrente contínua), amplamente utilizado em estudos de programação da operação. Esse modelo lineariza as equações de fluxo de potência, considerando apenas as reatâncias das linhas de transmissão e desprezando perdas ôhmicas e quedas de tensão. Apesar das simplificações, o fluxo DC

Figura 34 – Função de produção hidráulica aproximada – FPHA



fornece uma aproximação adequada para capturar os principais efeitos da rede elétrica, como o carregamento das linhas e a identificação de possíveis congestionamentos, mantendo a viabilidade computacional do problema.

Os dados completos utilizados neste estudo de caso estão disponíveis em repositório público no *GitHub*⁶. Além das informações completas das usinas hidrelétricas e térmicas, o repositório contém os valores de capacidade e reatância das linhas de transmissão, bem como a distribuição das cargas nas barras do sistema elétrico.

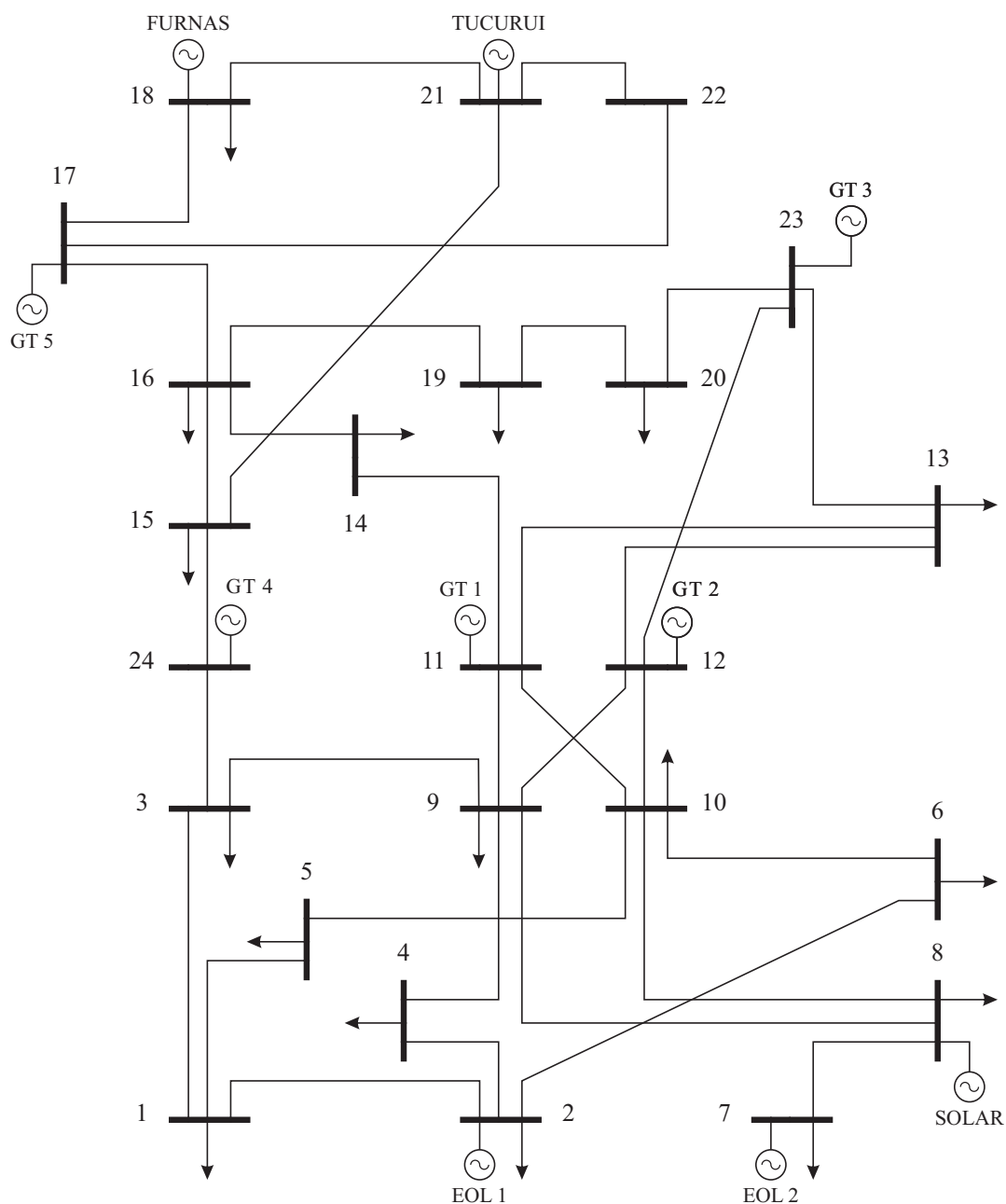
Com base na configuração do estudo e nos dados disponíveis, a seguir são analisados os principais resultados da simulação de curto prazo, com destaque para os efeitos do acoplamento da FCF sobre as variáveis operativas do sistema.

A Figura 36 apresenta a evolução do CMO médio do sistema ao longo do horizonte de curto prazo, calculado como a média dos CMOs nas barras com carga, ponderada pela respectiva demanda. Verifica-se que os valores obtidos com a *FCF (FCIE-PDD)* são superiores aos do caso convencional, em razão do maior valor implícito à água na FCF proposta. Essa valorização leva o modelo a adotar uma política de operação mais conservadora, caracterizada pela preservação dos volumes armazenados e pelo consequente aumento do despacho térmico, o que se reflete em níveis mais elevados de CMO ao longo do período analisado.

As Figuras 37 e 38 apresentam a evolução do volume armazenado das hidrelétricas Furnas e Tucuruí ao longo do horizonte de curto prazo considerado. Em ambos os casos, o acoplamento à FCF construída pela metodologia proposta, *FCF (FCIE-PDD)*, resulta em níveis de armazenamento superiores aos obtidos com a *FCF (PDD)*, indicando uma política de operação mais conservadora. Em Furnas, essa diferença é de pequena magnitude, enquanto, em Tucuruí, o efeito é mais pronunciado, com maior preservação de água ao final do período. Esse

⁶ Disponível em: *GitHub – Simulação de curto prazo*.

Figura 35 – Diagrama unifilar do sistema – simulação de curto prazo.



comportamento está associado à maior capacidade da FCIE em representar adequadamente as variações horárias de geração eólica/solar e demanda, permitindo uma avaliação mais realista dos custos nos períodos de ponta e, conseqüentemente, do valor da água.

As Figuras 39 e 40 apresentam a geração das hidrelétricas Furnas e Tucuruí, respectivamente. Verifica-se que o caso acoplado à FCF obtida pela metodologia proposta resulta em menor geração hidrelétrica do que a PDD convencional. Essa diferença está associada à estratégia de operação mais conservadora induzida pela FCF (*FCIE-PDD*), que valoriza de forma mais pronunciada o uso futuro da água. Assim, embora o modelo continue utilizando os reservatórios para atender à demanda corrente, ele tende a preservar uma parcela maior do

Figura 36 – CMO – simulação de curto prazo.

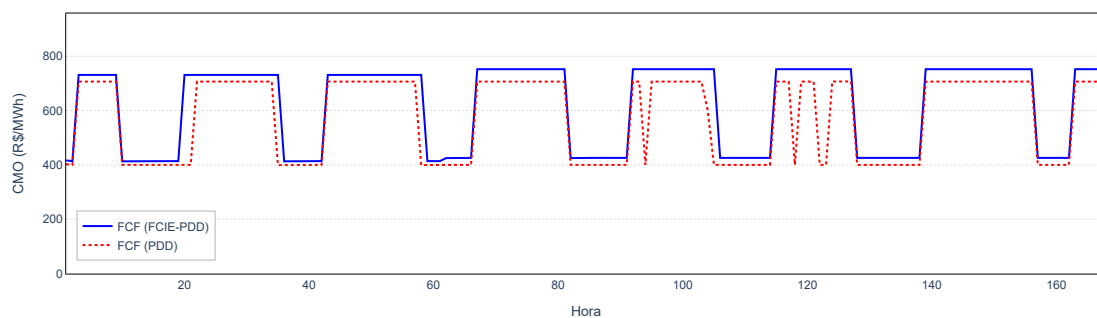


Figura 37 – Volume armazenado UHE Furnas – simulação de curto prazo.

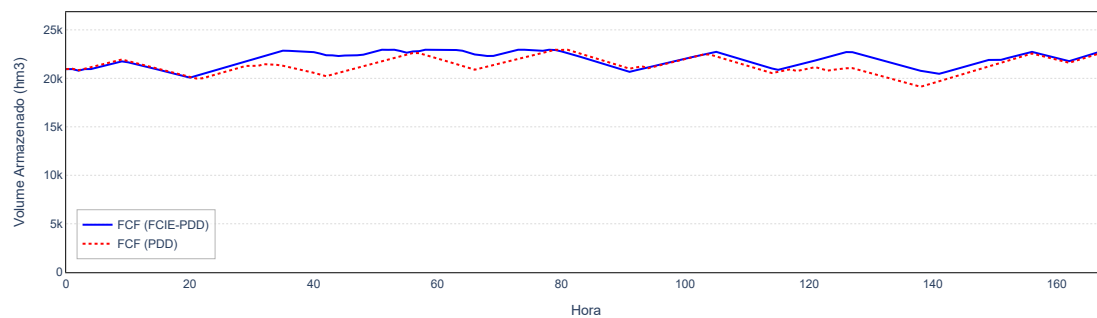
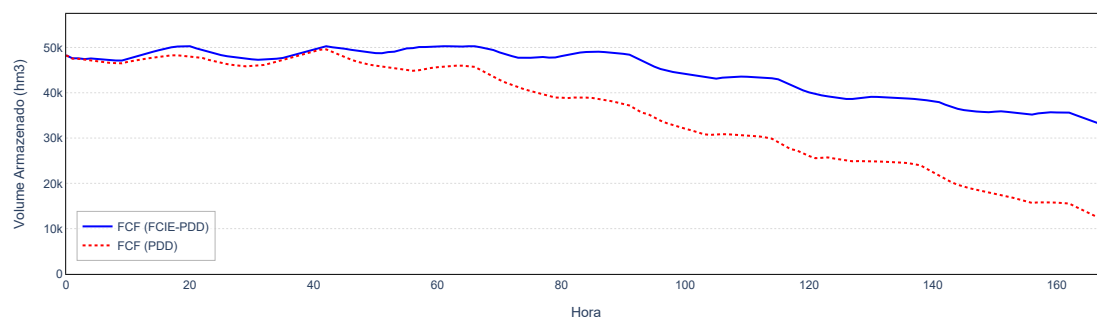


Figura 38 – Volume armazenado UHE Tucuruí – simulação de curto prazo.



volume armazenado do que a política obtida pela PDD convencional.

Em contrapartida, as Figuras 41, 42 e 43 apresentam a geração das usinas térmicas GT1, GT2 e GT3 ao longo do horizonte de curto prazo. Observa-se que, para compensar a menor geração hidráulica associada à política de operação mais conservadora induzida pela *FCF (FCIE-PDD)*, a térmica GT3 apresenta maior despacho do que na PDD convencional. Esse

Figura 39 – Geração hidrelétrica da UHE Furnas – simulação de curto prazo.

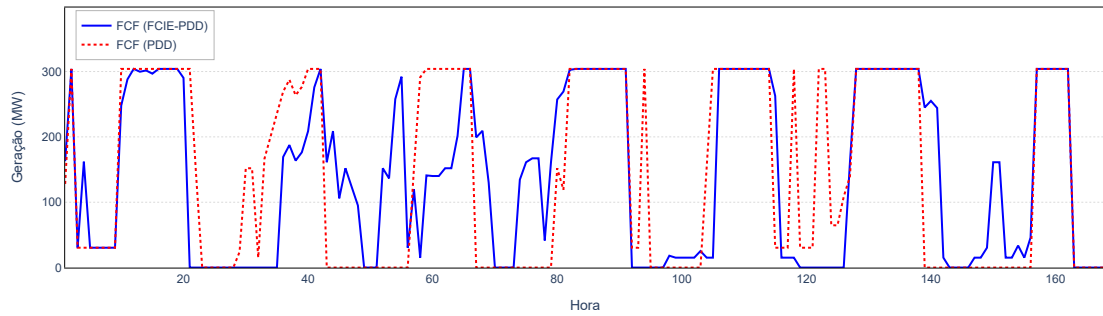
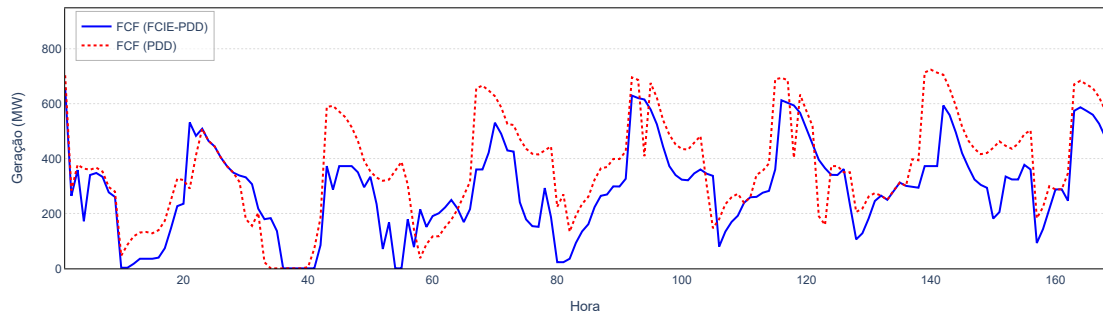


Figura 40 – Geração hidrelétrica da UHE Tucuruí – simulação de curto prazo.



aumento reflete o maior valor atribuído à água pela metodologia proposta, que conduz a um uso mais parcimonioso dos reservatórios.

Destaca-se ainda que as usinas térmicas GT4 e GT5 não foram despachadas em nenhum dos dois casos analisados, o que se justifica por seus custos operacionais mais elevados, tornando-as menos competitivas em relação às demais térmicas consideradas.

Figura 41 – Geração térmica GT1 – simulação de curto prazo.

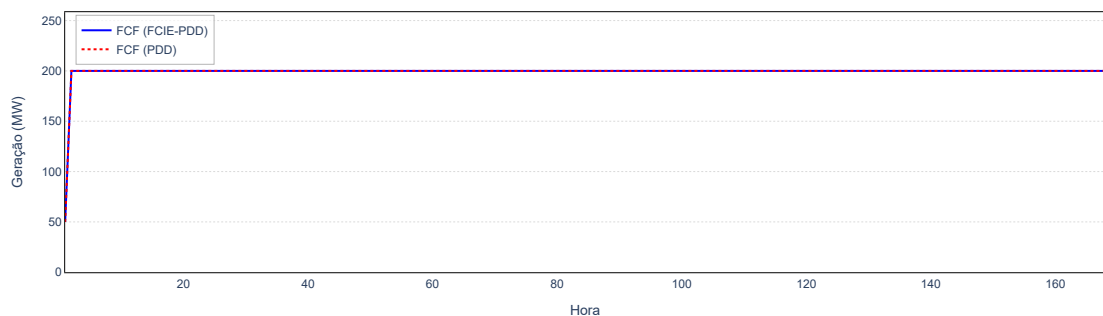


Figura 42 – Geração térmica GT2 – simulação de curto prazo.

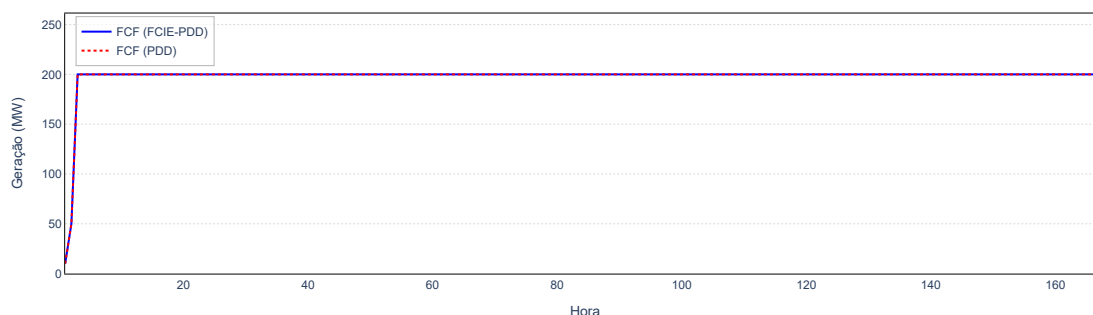
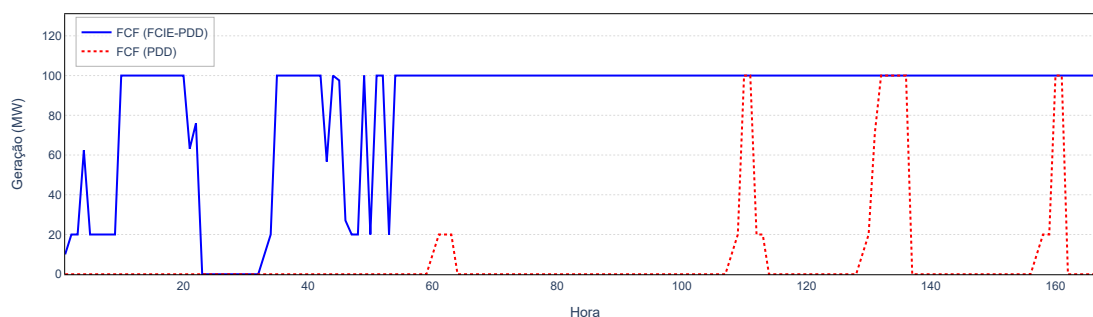


Figura 43 – Geração térmica GT3 – simulação de curto prazo.



As Figuras 44, 45 e 46 apresentam a geração dos parques eólicos e do parque solar ao longo do horizonte de curto prazo considerado. A curva denominada *Geração máx. disponível* corresponde ao limite máximo de geração de cada parque, determinado pelas condições de vento e pela disponibilidade das unidades geradoras, no caso das usinas eólicas, e pela radiação solar, no caso da usina fotovoltaica. Observa-se que os parques UEE EOL2 e UFV SOLAR operam, em ambos os casos analisados, no seu limite máximo disponível ao longo de todo o horizonte, não estando sujeitos a restrições de transmissão que impliquem *curtailment*.

Embora os casos PDD e PDD-FCIE apresentem a mesma topologia de rede, os mesmos parâmetros elétricos e o mesmo parque gerador, observa-se maior *curtailment* da geração eólica UEE EOL2 no caso PDD-FCIE, conforme ilustrado na Figura 44. Essa diferença decorre do maior valor da água adotado no caso PDD-FCIE, o qual eleva o custo marginal de despacho das usinas hidrelétricas e altera o despacho ótimo das demais fontes de geração. Em um modelo de fluxo de potência DC, essa redistribuição do despacho modifica o padrão espacial das injeções de potência na rede, resultando em fluxos distintos nas linhas de transmissão, mesmo com limites térmicos e reatâncias inalterados. Como consequência, determinadas restrições de transmissão tornam-se ativas no caso PDD-FCIE, reduzindo a capacidade de escoamento da geração a

Figura 44 – Geração eólica EOL1 – simulação de curto prazo

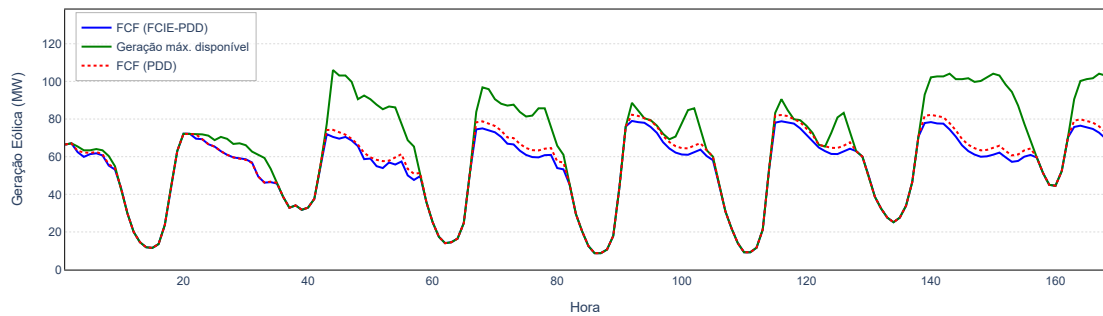


Figura 45 – Geração eólica EOL2 – simulação de curto prazo

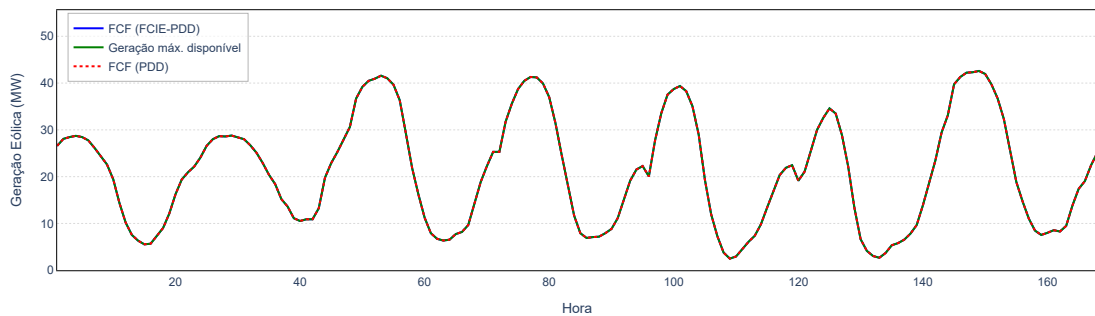
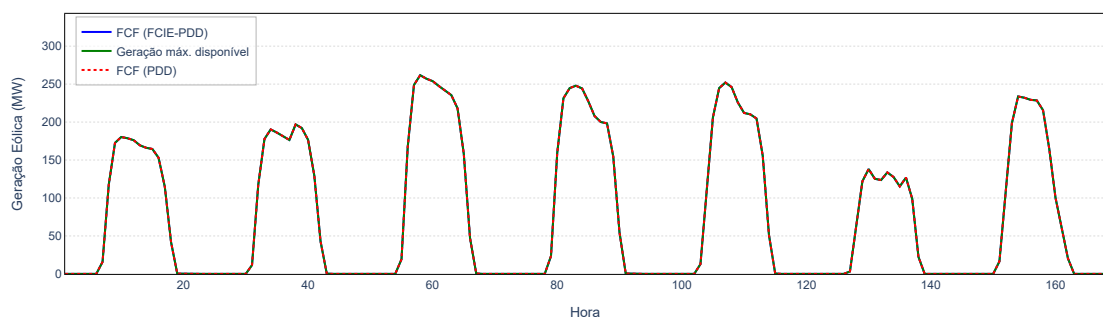


Figura 46 – Geração solar UFV SOLAR – simulação de curto prazo



montante do gargalo. Nesse contexto, a geração eólica EOL2 passa a competir por capacidade de transmissão com outras fontes, o que leva a um nível mais elevado de *curtailment* em relação ao caso PDD, sem qualquer alteração na rede elétrica em si. A identificação das linhas de transmissão mais carregadas em cada cenário é apresentada no Apêndice B.

Observou-se um custo de operação mais elevado na primeira semana no caso acoplado à

FCF da metodologia PDD-FCIE, associado a um maior despacho térmico e a menor utilização da geração hidráulica, em comparação com o caso acoplado à FCF da PDD convencional. Com o objetivo de verificar se a política de operação obtida pela metodologia PDD-FCIE apresenta desempenho superior ao longo de um horizonte mais amplo, o modelo de curto prazo foi utilizado como simulador por oito semanas. Para esse fim, ao final de cada semana, foi realizado o acoplamento da FCF correspondente a cada metodologia.

A Figura 47 apresenta os custos semanais de operação e a Figura 48 o custo total acumulado ao longo das semanas simuladas. Observa-se que, embora o caso acoplado com a FCF da metodologia PDD-FCIE resulte em um custo maior na primeira semana, efeito esperado em razão do maior valor da água na FCF, à medida que as semanas avançam, os custos diminuem em função da maior preservação do nível dos reservatórios. Como consequência, o custo total de operação, calculado como a soma dos custos ao longo das oito semanas, torna-se menor.

Figura 47 – Simulação modelo de curto prazo – custos semanais.

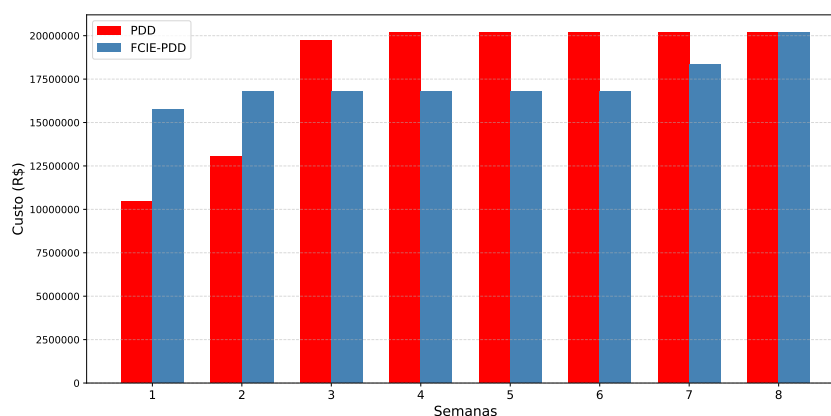
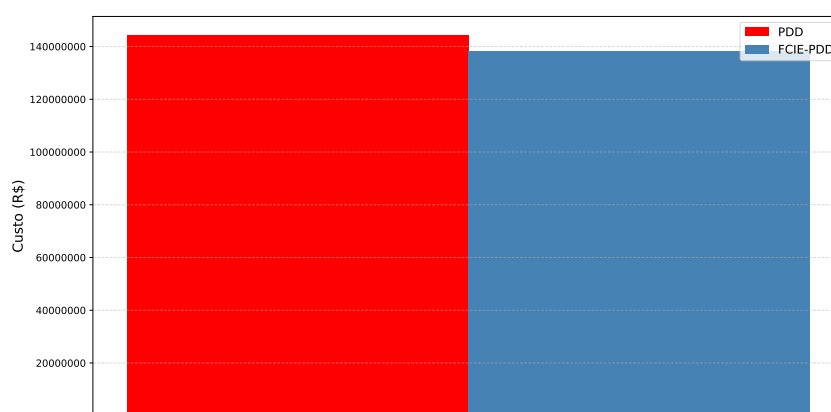


Figura 48 – Simulação modelo de curto prazo – custo total acumulado.



Os estudos de caso aqui desenvolvidos permitiram avaliar a metodologia proposta sob diferentes perspectivas. Nos casos ilustrativos (Estudos de Caso 1 e 2), verificou-se a consistência conceitual do método, evidenciando sua capacidade de representar adequadamente a variabilidade horária da carga e a intermitência das fontes eólica e solar, especialmente no atendimento à demanda de ponta. No estudo de caso de grande porte, baseado em dados reais do sistema

elétrico brasileiro, comprovou-se a viabilidade prática da abordagem, destacando-se a expressiva redução do esforço computacional em relação à metodologia de construção *a priori* da Função de Custo Intra-Estágio. Por fim, o estudo com incerteza hidrológica demonstrou os efeitos positivos da utilização da FCF derivada do modelo proposto no acoplamento ao modelo de curto prazo.

Os resultados apresentados neste capítulo, portanto, fornecem uma visão abrangente do desempenho da metodologia em diferentes contextos e servirão de base para as conclusões e recomendações do Capítulo 5.

5 CONCLUSÕES E PROPOSTAS FUTURAS

5.1 Conclusões

Este trabalho propôs uma abordagem integrada para a resolução do problema de planejamento hidrotérmico–eólico–solar de médio e longo prazo, incorporando características horárias em cada etapa semanal ou mensal do planejamento. A metodologia considera explicitamente os efeitos da intermitência e da incerteza associados à geração eólica e solar, por meio de uma formulação que combina Programação Dinâmica Dual (PDD) com uma Decomposição de Benders (DB) em duas etapas.

A estratégia proposta baseia-se na construção iterativa das Funções de Custo Intra-Estágio (FCIE), integradas ao processo de otimização da PDD. Essa integração elimina a necessidade de discretização horária explícita do horizonte de planejamento e dispensa a construção *a priori* das FCIEs para todas as combinações possíveis de níveis de geração hidrelétrica, reduzindo significativamente o esforço computacional exigido em sistemas de grande porte.

Foram analisados quatro estudos de caso: dois de caráter ilustrativo, um baseado em dados reais do sistema elétrico brasileiro e outro que incorpora a incerteza hidrológica, incluindo uma simulação de curto prazo com representação da rede elétrica e do *unit commitment* térmico e hidráulico. Os resultados obtidos demonstram que a abordagem proposta é capaz de representar, de forma eficiente e realista, a modelagem multi-horizonte em sistemas de grande escala, eliminando a necessidade de construção exaustiva da FCIE e reduzindo substancialmente o número de subproblemas a serem resolvidos, sem comprometer a qualidade das soluções.

5.2 Propostas futuras

Com base no conhecimento adquirido ao longo do desenvolvimento deste trabalho e nos resultados obtidos, identificam-se diversas oportunidades de aprimoramento e extensão da metodologia proposta, tanto em aspectos computacionais quanto em modelagem e formulação matemática.

- **Aprimoramentos de implementação:** incluir técnicas de processamento paralelo para resolver os subproblemas independentes associados a cada cenário de geração eólica e solar, além da reimplementação do código em uma linguagem de baixo nível, como C++ ou Fortran, com o objetivo de reduzir o tempo de cálculo e melhorar a escalabilidade do modelo.
- **Aprimoramentos de modelagem:** incorporar a representação da rede elétrica nos subproblemas de construção da FCIE, o que aumentaria ainda mais o realismo e a precisão da modelagem da operação do sistema.

- **Aprimoramentos metodológicos e conceituais:**

- Considerar múltiplos cenários de afluência em cada etapa, o que leva à aplicação da abordagem proposta num ambiente de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) em vez de PDD;
- Introduzir mecanismos de aversão ao risco, como o CVaR [59], aplicáveis tanto às incertezas hidrológicas quanto à variabilidade da geração eólica e solar;
- Integrar o *Unit Commitment* Hidráulico (UCH) e Térmico (UCT) diretamente nos subproblemas hidrotérmico–eólico-solar responsáveis pela construção da FCIE, de modo a representar de forma mais completa as decisões operativas de despacho e partida das unidades geradoras.

5.3 Breve análise das propostas futuras

A incorporação de processamento paralelo para a resolução de subproblemas independentes associados aos diferentes cenários de geração eólica e solar constitui uma estratégia promissora para aprimorar a eficiência computacional do método. Essa abordagem permite a execução simultânea de múltiplas tarefas, reduzindo significativamente o tempo total de processamento, pois, para cada combinação de cenários de geração, é necessário resolver um subproblema por estágio e iteração, e esses subproblemas são completamente independentes entre si.

A reimplementação do código em uma linguagem de baixo nível, como C++ ou Fortran, também se mostra uma escolha estratégica para obter ganhos de desempenho. Essas linguagens são amplamente reconhecidas por sua eficiência e maior controle sobre os recursos de hardware, o que pode resultar em reduções significativas no tempo de execução. Essa mudança é particularmente relevante, considerando que o modelo proposto visa a aplicações em sistemas de grande porte, nos quais o tempo computacional constitui um fator crítico.

A inclusão da rede elétrica nos subproblemas de construção da FCIE permitiria capturar com maior precisão as interações e restrições operativas entre os diferentes componentes do sistema. Essa extensão tornaria o modelo mais realista e abrangente, pois a consideração explícita da rede pode revelar gargalos de transmissão que, em determinadas situações, induzem a um maior despacho térmico para atender à carga ou até ao corte de geração eólica por limitações de escoamento. Dessa forma, os custos associados a cada ponto de geração hidrelétrica fornecido pelo problema de nível superior seriam estimados com maior precisão.

A extensão da metodologia para incluir múltiplos cenários de afluência em cada etapa, no contexto da PDDE, é particularmente relevante, uma vez que a incerteza hidrológica constitui a principal fonte de variabilidade no planejamento energético de longo prazo. Entretanto, essa generalização implica um aumento considerável na complexidade computacional, exigindo um tratamento mais sofisticado da árvore de cenários.

Além disso, a introdução de mecanismos de aversão ao risco, como o CVaR, apresenta-se como uma alternativa adequada para reduzir a probabilidade de ocorrência de estados críticos do sistema, como racionamento ou déficit energético. A implementação da PDDE com aversão ao risco permite equilibrar o custo esperado e a segurança operativa, tornando o modelo mais robusto diante das incertezas.

Por fim, a inclusão do *Unit Commitment* Hidráulico (UCH) e do *Unit Commitment* Térmico (UCT) diretamente nos subproblemas de nível inferior é um avanço conceitualmente relevante, porém desafiador. Essa extensão aumenta substancialmente a complexidade do problema, pois introduz variáveis inteiras que tornam os subproblemas não convexos, o que resulta em uma função FCIE também não convexa. Tal característica inviabiliza o uso direto das abordagens clássicas de PDD ou de sua versão estocástica (PDDE), sendo necessária a adoção de métodos alternativos, como o *Stochastic Dual Dynamic Integer Programming* (SDDiP) [60, 61], capazes de lidar com problemas de natureza inteira e estrutura multiestágio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BREYER, C. et al. On the history and future of 100% renewable energy systems. *IEEE Access*, v. 10, p. 78176–78218, 2022.
- [2] ROSS, D. W.; KIM, S. Dynamic economic dispatch of generation. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, v. 99, n. 6, p. 2060–2068, 1980.
- [3] SHEBLE, G.; FAHD, G. Unit commitment literature synopsis. *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 9, n. 1, p. 128–135, 1994.
- [4] ACKOOIJ, W. van et al. Large-scale unit commitment under uncertainty: an updated literature. *Ann. Oper. Res.*, v. 271, n. 1, 2018.
- [5] UMMELS, B. C. et al. Impacts of wind power on thermal generation unit commitment and dispatch. *IEEE Trans. Energy Conv.*, IEEE, v. 22, n. 1, p. 44–51, 2007.
- [6] DOHERTY, R. et al. An assessment of the impact of wind generation on system frequency control. *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 25, n. 1, p. 452–460, 2010.
- [7] WOO, C.-K. et al. The impact of wind generation on wholesale electricity prices in the hydro-rich pacific northwest. *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 28, n. 4, p. 4245–4253, 2013.
- [8] COTIA, B. P.; BORGES, C. L.; DINIZ, A. L. Optimization of wind power generation to minimize operation costs in the daily scheduling of hydrothermal systems. *Int. J. Elect. Power & Energy Syst.*, v. 113, p. 539–548, 2019. ISSN 0142-0615.
- [9] RINGKJØB, H.-K. et al. Short-term solar and wind variability in long-term energy system models-a european case study. *Energy*, Elsevier, v. 209, p. 118377, 2020.
- [10] HELSETH, A. et al. Hydropower scheduling toolchains: comparing experiences in Brazil, Norway, and USA and implications for synergistic research. *Journal of Water Resources Planning and Management*, American Society of Civil Engineers, v. 149, n. 7, p. 04023030, 2023.
- [11] CHEN, Y. et al. Distributionally robust hydro-thermal-wind economic dispatch. *Appl. Energy*, Elsevier, v. 173, p. 511–519, 2016.
- [12] XIONG, P.; JIRUTITIJAROEN, P.; SINGH, C. A distributionally robust optimization model for unit commitment considering uncertain wind power generation. *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 32, n. 1, p. 39–49, 2017.
- [13] ACKOOIJ, W. van; FINARDI, E. C.; RAMALHO, G. M. An exact solution method for the hydrothermal unit commitment under wind power uncertainty with joint probability constraints. *IEEE Trans. Power Syst.*, IEEE, v. 33, n. 6, p. 6487–6500, 2018.
- [14] DAS, P. et al. Implications of short-term renewable energy resource intermittency in long-term power system planning. *Energy strategy reviews*, Elsevier, v. 22, p. 1–15, 2018.
- [15] PONCELET ERIK DELARUE, W. D. K. Unit commitment constraints in long-term planning models: Relevance, pitfalls and the role of assumptions on flexibility. *Applied Energy*, 2019.

- [16] COLLINS, S. et al. Integrating short term variations of the power system into integrated energy system models: A methodological review. *Ren. Sust. Energy Reviews*, v. 76, p. 839–856, 2017. ISSN 1364-0321.
- [17] MORILLO, J. L. et al. Risk-averse stochastic dual dynamic programming approach for the operation of a hydro-dominated power system in the presence of wind uncertainty. *Int. J. Elect. Power & Energy Syst.*, v. 115, p. 105469, 2020. ISSN 0142-0615.
- [18] PEREIRA, M. V.; PINTO, L. M. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, Springer, v. 52, n. 1-3, p. 359–375, 1991.
- [19] GONZÁLEZ, I. G. *Long-term optimal hydropower reservoir operation with minimum flows and maximum ramping rates*. Tese (Doutorado) — Universidad Tecnica de Madrid, 2016.
- [20] PEREIRA, M.; PINTO, L. Application of decomposition techniques to the mid - and short - term scheduling of hydrothermal systems. *IEEE Trans. Power Appar. Syst*, PAS-102, n. 11, p. 3611–3618, 1983.
- [21] LYZWA, W.; WIERZBOWSKI, M. Load duration curve in the long-term energy mix optimization. In: *2016 13th Int. Conf. Eur. Energy Market (EEM)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–5.
- [22] NORVAISA ARVYDAS GALINIS, E. N. E. Incorporation of wind power probabilities into long-term energy system development analysis using bottom-up models. *Energy Strategy Reviews*, 2021.
- [23] LIU, Y.; SIOSHANSI, R.; CONEJO, A. J. Hierarchical clustering to find representative operating periods for capacity-expansion modeling. *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 33, n. 3, p. 3029–3039, 2018.
- [24] PONCELET, K. et al. Selecting representative days for capturing the implications of integrating intermittent renewables in generation expansion planning problems. *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 32, n. 3, p. 1936–1948, 2017.
- [25] SARAJPOOR, N. et al. Time aggregation in presence of multiple variable energy resources. *IEEE Trans. Power Syst.*, p. 1–15, 2023.
- [26] WOGGRIN, S. et al. A new approach to model load levels in electric power systems with high renewable penetration. *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 29, n. 5, p. 2210–2218, 2014.
- [27] WOGGRIN, S.; GALBALLY, D.; RENESES, J. Optimizing storage operations in medium- and long-term power system models. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 31, n. 4, p. 3129–3138, 2016.
- [28] PEREIRA, S.; FERREIRA, P.; VAZ, A. A simplified optimization model to short-term electricity planning. *Energy*, v. 93, p. 2126–2135, 2015. ISSN 0360-5442. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544215014085>>.
- [29] MONTERO, L. et al. A computationally efficient formulation to accurately represent start-up costs in the medium-term unit commitment problem. *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 38, n. 6, p. 5623–5634, 2022.
- [30] HELSETH, A.; MO, B. Hydropower aggregation by spatial decomposition—an SDDP approach. *IEEE Trans. Sust. Energy*, v. 14, n. 1, p. 381–392, 2023.

- [31] PRITCHARD, G.; PHILPOTT, A.; NEAME, P. Hydroelectric reservoir optimization in a pool market. *Mathematical Programming*, v. 203, n. 3, p. 445–461, 2005.
- [32] KAUT, M. et al. Multi-horizon stochastic programming. *Comp. Manag. Sci.*, v. 11, p. 179–193, 2014.
- [33] ABGOTTSPON, H. *Hydro power planning: Multi-horizon modeling and its applications*. Tese (Doutorado) — ETH Zurich, 2015.
- [34] DENSING, M. Dispatch planning using newsvendor dual problems and occupation times: Application to hydropower. *Eur. J. Oper. Res.*, v. 228, n. 2, p. 321–330, 2013. ISSN 0377-2217.
- [35] LÖHNDORF, N.; WOZABAL, D.; MINNER, S. Optimizing trading decisions for hydro storage systems using approximate dual dynamic programming. *Oper. Res.*, v. 61, n. 4, p. 810–823, 2013.
- [36] METELLO, C. *Analytical representation of immediate cost function in SDDP*. Dissertação (Mestrado) — PUC-Rio. <https://doi.org/10.17771/PUCRio.acad.28092>, 2016.
- [37] FERNANDES, A. da S. et al. Representation of wind energy scenarios in the mid-term hydrothermal systems operation scheduling. *J. Control, Automation and Electrical Systems*, v. 30(3), p. 413 – 423, 2019.
- [38] DINIZ, A. L. et al. Short/mid-term hydrothermal dispatch and spot pricing for large-scale systems - the case of brazil. In: *Power System Comp. Conf. (PSCC)*. [S.l.: s.n.], 2018.
- [39] BIRGE, J. R. Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs. *Oper. Res.*, INFORMS, v. 33, n. 5, p. 989–1007, 1985.
- [40] BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, v. 4, n. 1, p. 238–252, 1962.
- [41] JÚNIOR, C. A.; DIAS, B.; DINIZ, A. Integrated two-stage benders decomposition and dual dynamic programming for hydrothermal-wind planning with intra-stage cost functions. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, v. 15, n. 4, p. 2263–2275, 2024.
- [42] HELSETH, A.; MO, B. Considering short-term variability and uncertainty in long-term hydropower scheduling. *TechRxiv*, jan. 2025. Preprint.
- [43] ONS — Operador Nacional do Sistema Elétrico. *DADOS ABERTOS*. 2026. <https://dados.ons.org.br/organization/ons>. Acessado em: 2026-01-10.
- [44] CEPEL — Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. *Modelo NEWAVE — Documentação — Libs*. 2025. https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos_computacionais/modelo_newave.html. Acesso em: 14/10/2025.
- [45] CEPEL — Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. *Modelo GEVAZP — Documentação — Libs*. 2025. https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos_computacionais/modelo_gevazp.html. Acesso em: 14/10/2025.
- [46] SHAPIRO, A. et al. Risk neutral and risk averse stochastic dual dynamic programming method. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 224, n. 2, p. 375–391, 2013.

- [47] DINIZ, A. et al. Uma abordagem direta para consideração do cvar no problema de planejamento da operação hidrotérmica. *XII SEPOPE—Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica, Rio de Janeiro-RJ*, 2012.
- [48] CEPEL — Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. *Modelo DECOMP — Documentação — Libs*. 2025. https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos_computacionais/modelo_decomp.html. Acesso em: 14/10/2025.
- [49] CEPEL — Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. *Modelo DESSEM — Documentação — Libs*. 2025. https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos_computacionais/modelo_dessem.html. Acesso em: 14/10/2025.
- [50] ONS — Operador Nacional do Sistema Elétrico. *Revisão dos polinômios nível de jusante x vazão defluente conforme metodologia estabelecida pelo GTDP*. Rio de Janeiro, 2018. Nota Técnica 0135/2018.
- [51] CEPEL — Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. *Manual de Metodologia do Modelo DESSEM: Versão 21*. Rio de Janeiro, 2025. Seção 9.15 — Função de Produção Hidrelétrica Aproximada (FPHA).
- [52] DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects. *IEEE Trans. Power Systems*, IEEE, v. 23, n. 3, p. 1298–1308, 2008.
- [53] ENNES, M. I.; DINIZ, A. L. An efficient equivalent thermal cost function model for nonlinear mid-term hydrothermal generation planning. *Int. J. of Elect. Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 63, p. 705–712, 2014.
- [54] SLYKE, V.; WETS, R. R. J.-B. L-shaped linear programs with application to optimal control and stochastic programming. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, v. 17, n. 4, p. 638–663, 1969.
- [55] BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F. *Introduction to stochastic programming*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011.
- [56] KALL, P.; WALLACE, S. W.; KALL, P. *Stochastic programming*. [S.l.]: Springer, 1994.
- [57] ÁVILA, D.; PAPAVALIOU, A.; LÖHNDORF, N. Batch learning SDDP for long-term hydrothermal planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, p. 1–14, 2023.
- [58] IEEE Reliability Test System Task Force. IEEE reliability test system. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-98, n. 6, p. 2047–2054, 1979.
- [59] PHILPOTT, A. B.; MATOS, V. L. D. Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 218, n. 2, p. 470–483, 2012.
- [60] ZOU, J.; AHMED, S.; SUN, X. A. Multistage stochastic unit commitment using stochastic dual dynamic integer programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 34, n. 3, p. 1814–1823, 2018.
- [61] ZOU, J.; AHMED, S.; SUN, X. A. Stochastic dual dynamic integer programming. *Mathematical Programming*, Springer, v. 175, p. 461–502, 2019.

**APÊNDICE A – UHES E UTEs CONSIDERADAS NO ESTUDO DE CASO COM
BASE NO SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO**

Os dados presentes nas Tabelas 15 e 16 foram extraídos do deck oficial do Programa Mensal de Operação (PMO)

Tabela 15 – Usinas hidroelétricas – estudo de caso com o sistema elétrico brasileiro.

Nome	Nº	Regularização	Capacidade (MW)	Jusante	Subsistema
CAMARGOS	1	sim	46	2	1
ITUTINGA	2	não	52	4	1
FUNIL-GRANDE	4	não	180	6	1
FURNAS	6	sim	1216	7	1
M. DE MORAES	7	sim	476	8	1
ESTREITO	8	não	1050	9	1
JAGUARA	9	não	424	10	1
IGARAPAVA	10	não	210	11	1
VOLTA GRANDE	11	não	380	12	1
P. COLOMBIA	12	não	320	17	1
CACONDE	14	sim	80.4	15	1
E. DA CUNHA	15	não	108.8	16	1
A.S.OLIVEIRA	16	não	32	17	1
MARIMBONDO	17	sim	1440	18	1
A. VERMELHA	18	sim	1396.2	34	1
BATALHA	20	sim	52.5	21	1
SERRA FCAO	21	sim	212.58	24	1
EMBORCACAO	24	sim	1192	31	1
NOVA PONTE	25	sim	510	26	1
MIRANDA	26	sim	408	27	1
CAPIM BRANC1	27	sim	240	28	1
CAPIM BRANC2	28	não	210	31	1
CORUMBA IV	29	sim	129.2	203	1
CORUMBA I	30	sim	375	31	1
ITUMBIARA	31	sim	2082	32	1
CACH.DOURADA	32	não	658	33	1
SAO SIMAO	33	sim	1710	34	1
I. SOLTEIRA	34	sim	3444	44	1
BARRA BONITA	37	sim	140.76	38	1

Continua na próxima página

Tabela 15 – Continuação

Nome	Nº	Regularização	Capacidade (MW)	Jusante	Subsistema
A.S. LIMA	38	não	143.1	39	1
IBITINGA	39	não	131.49	40	1
PROMISSAO	40	sim	264	42	1
NAVANHANDAVA	42	não	347.4	43	1
TRES IRMAOS	43	sim	807.5	44	1
JUPIA	45	não	1551.2	46	1
P. PRIMAVERA	46	não	1540	66	1
A.A. LAYDNER	47	sim	100.96	48	1
PIRAJU	48	não	80	49	1
CHAVANTES	49	sim	414	249	1
L.N. GARCEZ	50	não	73.8	51	1
CANOAS II	51	não	72	52	1
CANOAS I	52	não	82.5	61	1
MAUA	57	sim	352.08	58	2
CAPIVARA	61	sim	643	62	1
TAQUARUCU	62	não	525	63	1
ROSANA	63	não	354	66	1
ITAIPU	66	sim	12768	0	1
STA CLARA PR	71	sim	120.17	72	2
FUNDAO	72	não	120.17	73	2
JORDAO	73	sim	0	77	2
G.B. MUNHOZ	74	sim	1676	76	2
SEGREDO	76	sim	1260	77	2
SLT.SANTIAGO	77	sim	1420	78	2
SALTO OSORIO	78	não	1078	82	2
SALTO CAXIAS	82	não	1240	83	2
BAIXO IGUACU	83	não	350.2	0	2
BARRA GRANDE	86	sim	690	91	2
SAO ROQUE	88	sim	141.9	89	2
GARIBALDI	89	sim	189	90	2
CAMPOS nãoVOS	90	sim	880	91	2
MACHADINHO	91	sim	1140	92	2
ITA	92	não	1450	103	2
PASSO FUNDO	93	sim	226	94	2
MONJOLINHO	94	não	74	103	2
QUEBRA QUEIX	95	sim	120	0	2

Continua na próxima página

Tabela 15 – Continuação

Nome	Nº	Regularização	Capacidade (MW)	Jusante	Subsistema
CASTRO ALVES	97	não	130	98	2
MONTE CLARO	98	não	130	99	2
14 DE JULHO	99	não	100	0	2
SAO JOSE	101	não	51	102	2
PASSO S JOAO	102	não	77	0	2
FOZ CHAPECO	103	não	855	0	2
EDGARD SOUZA	107	não	0	37	1
TRAICAO	108	não	0	107	1
PEDREIRA	109	não	0	108	1
ERNESTINA	110	sim	0	111	2
PASSO REAL	111	sim	158	112	2
JACUI	112	não	180	113	2
ITAUBA	113	não	500.4	114	2
D. FRANCISCA	114	não	125	0	2
G.P. SOUZA	115	sim	260	0	2
GUARAPIRANGA	117	sim	0	109	1
BILLINGS	118	sim	0	109	1
HENRY BORDE4	119	não	889	0	1
JAGUARI	120	sim	27.6	123	1
PARAIBUNA	121	sim	87.02	122	1
SANTA BRANCA	122	sim	56.05	123	1
FUNIL	123	sim	216	125	1
LAJES	124	sim	0	183	1
STA CECILIA	125	não	0	128	1
PICADA	126	não	50	127	1
SOBRAGI	127	não	60	128	1
SIMPLICIO	129	não	305.7	130	1
ILHA POMBOS	130	não	187.17	186	1
NILO PECANHA	131	não	380.03	133	1
P. PASSOS	133	não	99.9	0	1
SALTO GRANDE	134	não	102	135	1
P. ESTRELA	135	sim	112	141	1
CANDONGA	139	não	140	141	1
BAGUARI	141	não	140	143	1
AIMORES	143	não	330	144	1
MASCARENHAS	144	não	198	0	1

Continua na próxima página

Tabela 15 – Continuação

Nome	Nº	Regularização	Capacidade (MW)	Jusante	Subsistema
FONTES C	146	não	44	0	1
FONTES AB	147	não	87.99	0	1
IRAPE	148	sim	399	149	1
SAO DOMINGOS	153	não	48	46	1
ITAPEBI	154	não	462.01	0	3
RETIRO BAIXO	155	sim	83.66	156	1
TRES MARIAS	156	sim	396	169	1
QUEIMADO	162	sim	105	169	1
SOBRADINHO	169	sim	1050.3	172	3
ITAPARICA	172	sim	1479.6	173	3
MOXOTO	173	não	400	174	3
P.AFONSO 123	174	não	1417.2	178	3
P.AFONSO 4	175	não	2462.4	178	3
XINGO	178	não	3162	0	3
TOCOS	180	não	0	181	1
SANTANA	181	não	0	128	1
VIGARIO	182	não	0	131	1
BARRA BRAUNA	185	não	39	0	1
P. CAVALO	189	sim	160	0	3
B. ESPERANCA	190	sim	237.3	0	3
GUILMAN-AMOR	192	não	140	193	1
SA CARVALHO	193	não	78	141	1
JAURU	195	não	118	0	1
GUAPORE	196	não	120	285	1
CORUMBA III	203	sim	96.45	30	1
CACH.CALDEIR	204	não	219	280	4
SALTO PILAO	215	não	191.89	0	2
ROSAL	217	não	55	0	1
SINOP	227	sim	401.88	228	1
COLIDER	228	não	300	229	1
TELES PIRES	229	não	1819.8	230	1
SAO MANOEL	230	não	735.84	0	1
SLT VERDINHO	241	não	93	34	1
OURINHOS	249	não	44	50	1
SERRA MESA	251	sim	1275	252	1
CANA BRAVA	252	não	450	253	1

Continua na próxima página

Tabela 15 – Continuação

Nome	Nº	Regularização	Capacidade (MW)	Jusante	Subsistema
SAO SALVADOR	253	não	243.2	257	1
PEIXE ANGIC	257	sim	498.75	261	1
LAJEADO	261	não	902.5	267	1
SALTO	262	não	116	241	1
ESTREITO TOC	267	não	1087	268	4
CURUA-UNA	272	sim	42.8	0	4
TUCURUI	275	sim	7795	0	4
RONDO4II	276	sim	73.5	0	1
BALBINA	277	sim	249.75	0	4
MANSO	278	sim	210	0	1
SAMUEL	279	sim	216.75	0	1
COARACY NUNE	280	não	78	284	4
PONTE PEDRA	281	não	176.1	0	1
STA CLARA MG	283	não	60	0	1
FERREIRA GOM	284	não	252	0	4
JIRAU	285	não	3750	287	1
STO ANT JARI	286	não	389.55	0	4
STO ANTONIO	287	não	3568.3	0	1
BELO MONTE	288	não	11000	0	4
ESFORA	290	sim	32	282	1
ITIQUEIRA I	304	não	60.8	305	1
ITIQUEIRA II	305	não	96.57	0	1
DARDANELOS	310	não	261	0	1
CACU	311	sim	65	312	1
B. COQUEIROS	312	não	90	313	1
PIMENTAL	314	não	233.1	0	4
FOZ R. CLARO	315	não	68.4	34	1

Tabela 16 – Usinas termoeletricas – estudo de caso com o sistema elétrico brasileiro.

Nome	Nº	Capacidade (MW)	Custo (R\$/MW)	Subsistema
ANGRA 1	1	640	31.17	1
ST.CRUZ 34	4	436	310.41	1
CUIABA CC	12	980	0	1
ANGRA 2	13	1350	20.12	1
LUIZORMELO	15	204	242.19	1

Continua na próxima página

Tabela 16 – Continuação

Nome	Nº	Capacidade (MW)	Custo (R\$/MW)	Subsistema
TERMORIO	47	989	388.83	1
VIANA	49	174.6	1098.15	1
PIRAT.12 O	50	200	470.34	1
J.FORA	54	42	898	1
SEROPEDICA	62	360	515.07	1
IBIRITE	63	235	622.31	1
ATLAN_CSA	65	148.2	0	1
T.LAGOAS	68	350	320.94	1
SANTA CRUZ	86	500	162.63	1
T.MACAE	90	900	908.6	1
CUBATAO	97	209	415.65	1
XAVANTES	108	53.5	3681.07	1
NPIRATINGA	110	560	816.76	1
UTE GNA I	137	1338	306.08	1
UTE STA VI	146	41.4	143.16	1
DAIA	153	44.44	0	1
GOIANIA 2	155	136	2702.09	1
NORTEFLU 1	171	400	103.71	1
NORTEFLU 2	172	100	120.72	1
NORTEFLU 3	173	200	232.06	1
NORTEFLU 4	174	126	697.76	1
PALMEIR_GO	182	20	2252.41	1
ATLANTICO	183	218.7	239.48	1
TNORTE 2	194	1502.41	910.86	1
BAIXADA FL	211	530	159.65	1
O.PINTADA	229	50	132.53	1
M.AZUL	236	0	158.54	1
KARKEY 013	245	239	794.59	1
KARKEY 019	246	116	794.59	1
LORM_PCS	247	36	1154.87	1
PAULINIA	248	15.7	1130.11	1
PORSUD I	249	116	922.55	1
PORSUD II	250	76	921.26	1
POVOACAO I	251	74.96	1154.87	1
VIANA I	253	37.5	1154.87	1
W.ARJONA	334	177.11	0	1

Continua na próxima página

Tabela 16 – Continuação

Nome	Nº	Capacidade (MW)	Custo (R\$/MW)	Subsistema
W.ARJONA O	434	177.11	0	1
J.LACER. C	24	330	311.53	2
J.LACER. B	25	32.495	362.67	2
J.LAC. A1	26	80	434.59	2
J.LAC. A2	27	110	372.62	2
FIGUEIRA	28	20	330.64	2
URUGUAIANA	35	1065	0	2
ARAUCARIA	48	952	0	2
CANOAS	64	243.1	1016.69	2
PAMPA SUL	107	345	82.18	2
SAO SEPE	149	8	103.4	2
CANDIOTA_3	156	350	107.7	2
MADEIRA	169	3	385.64	2
B.BONITA I	254	9.39	708.84	2
FORTALEZA	42	326.6	285.83	3
T.BAHIA	43	158.9	671.14	3
CAMPINA_GR	52	169	1098.17	3
GLOBAL I	53	144	1244.22	3
GLOBAL II	55	144	1244.22	3
MARACANAU	57	162.9	1068.15	3
TERMOCEARA	58	217.3	567.29	3
TERMONE	67	162	1088.71	3
TERMOPB	69	162	1088.71	3
VALE ACU	83	310	450.86	3
TERMOPE	96	532.7	232.31	3
PERNAMBU_3	98	201	946.82	3
ERB CANDEI	106	12	103.47	3
CURUMIM	112	24	1261.72	3
PETROLINA	144	132	2033.12	3
PROSP_I	147	28	195.14	3
POTIGUAR	151	50.643	3023.28	3
TERMOCABO	152	49.7	1084.6	3
TERMOMANAU	159	143	3375.27	3
PAU FERRO	160	94	3375.27	3
POTIGUAR_3	161	52.562	3023.24	3
P.PECM2	163	365	344.5	3

Continua na próxima página

Tabela 16 – Continuação

Nome	Nº	Capacidade (MW)	Custo (R\$/MW)	Subsistema
APOENA	164	136	1853.11	3
GUARANI	166	123	1853.11	3
P.PECEM1	167	720	338.93	3
SUAPE II	170	381.3	1122.82	3
SYKUE I	221	1060	510.12	3
PROSP_III	223	56	198.84	3
PSERGIPE I	224	1593	354.08	3
PROSP_II	241	37.4	297.59	3
MARANHAO V	21	332.3	151.7	4
MARANHAOIV	36	332.3	151.7	4
N.VENECIA2	46	174.743	273.69	4
GERAMAR2	70	159.2	1098.13	4
GERAMAR1	73	159.2	1098.13	4
PARNAIB_IV	116	56.28	151.69	4
UTE MAUA 3	140	498.167	85.86	4
P. ITAQUI	176	360.1	337.1	4
APARECIDA	201	110.9	85.86	4
C. ROCHA	203	65	0	4
JARAQUI	204	63	0	4
MANAUARA	205	64.895	0	4
PONTA NEGR	207	64	0	4
TAMBAQUI	209	63	0	4
MARANHAO3	212	506.781	101	4
PARNAIBA_V	239	365.3	190.77	4

APÊNDICE B – RESULTADOS POR LINHA DE TRANSMISSÃO

A Tabela 17 apresenta os resultados para as 34 linhas de transmissão do sistema IEEE de 24 barras, obtidos a partir da simulação no horizonte semanal de 168 horas. Considerando, para cada linha, o maior carregamento máximo observado ao longo das 168 horas entre os casos FCF (PDD) e FCF (FCIE-PDD).

Tabela 17 – Comparação das 34 linhas de transmissão do sistema IEEE de 24 barras considerando os casos FCF (PDD) e FCF (FCIE-PDD) ao longo de 168 horas.

Linha (i-j)	FCF (PDD)			FCF (FCIE-PDD)			Δ (pp)
	Máx. (%)	Horas \geq 90% (%)	Margem min. (MW)	Máx. (%)	Horas \geq 90% (%)	Margem min. (MW)	
1-2	100.0	62.5	0.0	100.0	63.7	0.0	0.0
16-17	100.0	58.9	0.0	100.0	60.1	0.0	0.0
4-9	92.1	14.9	8.9	92.6	22.6	8.3	+0.5
6-10	91.2	11.9	9.8	92.3	19.0	8.6	+1.1
17-18	91.2	9.5	28.2	87.9	0.0	38.7	-3.3
16-19	90.4	8.3	30.8	87.5	0.0	40.0	-2.9
8-10	75.2	0.0	27.8	74.7	0.0	28.3	-0.4
15-21	73.3	0.0	170.8	70.9	0.0	186.5	-2.4
15-16	71.5	0.0	91.3	71.5	0.0	91.3	0.0
3-24	67.7	0.0	82.7	65.2	0.0	89.0	-2.5
1-3	64.4	0.0	41.6	63.7	0.0	42.2	-0.7
2-4	62.8	0.0	44.8	62.0	0.0	45.6	-0.8
9-11	61.9	0.0	47.5	61.0	0.0	48.4	-0.9
10-12	60.7	0.0	49.1	59.9	0.0	50.0	-0.8
12-13	58.3	0.0	52.0	57.4	0.0	53.0	-0.9
13-14	56.8	0.0	54.4	56.0	0.0	55.2	-0.8
14-15	55.3	0.0	56.9	54.4	0.0	57.8	-0.9
18-21	54.7	0.0	89.5	52.1	0.0	95.1	-2.6
19-21	53.2	0.0	90.1	50.6	0.0	95.7	-2.6
20-23	52.0	0.0	91.0	49.6	0.0	96.4	-2.4
21-22	51.5	0.0	91.6	49.0	0.0	97.0	-2.5
22-23	50.1	0.0	93.0	47.6	0.0	98.5	-2.5
23-24	49.2	0.0	94.2	46.8	0.0	99.3	-2.4
5-10	47.8	0.0	60.1	47.3	0.0	60.6	-0.5
7-8	46.9	0.0	61.0	46.4	0.0	61.5	-0.5
8-9	45.7	0.0	62.3	45.1	0.0	62.8	-0.6
9-10	44.8	0.0	63.2	44.3	0.0	63.7	-0.5
10-11	43.6	0.0	64.4	43.1	0.0	65.0	-0.5
11-12	42.3	0.0	65.8	41.8	0.0	66.3	-0.5
12-20	41.5	0.0	71.1	39.8	0.0	74.0	-1.7
20-21	40.1	0.0	73.0	38.5	0.0	75.8	-1.6
21-23	39.3	0.0	74.2	37.7	0.0	77.0	-1.6
22-24	38.2	0.0	75.6	36.6	0.0	78.4	-1.6