

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Victor Ribeiro Lúcio

Planejamento de Soft Open Points em Redes de Distribuição Utilizando Fluxo de
Potência Cônico de Segunda Ordem

Juiz de Fora

2026

Victor Ribeiro Lúcio

Planejamento de Soft Open Points em Redes de Distribuição Utilizando Fluxo de Potência Cônico de Segunda Ordem

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia

Orientador: Prof. Dr. Edimar José de Oliveira

Coorientador: Prof. Dr. Leonardo Willer de Oliveira

Juiz de Fora

2026

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Lúcio, Ribeiro Victor.

Planejamento de Soft Open Points em Redes de Distribuição Utilizando Fluxo de Potência Cônico de Segunda Ordem / Victor Ribeiro Lúcio. – 2026.

80 f. : il.

Orientador: Edimar José de Oliveira

Coorientador: Leonardo Willer de Oliveira

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica , 2026.

1. SOCP. 2. *Soft Open Points*. 3. Planejamento. 4. Otimização. 5. MOGWO. I. Oliveira, Edimar José de, orient. II. Oliveira, Leonardo Willer de, coorient. III. Título.

Victor Ribeiro Lúcio

Planejamento de Soft Open Points em Redes de Distribuição Utilizando Fluxo de Potência Cônico de Segunda Ordem

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Aprovada em 18 de março de 2026.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Edimar José de Oliveira - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Leonardo Willer de Oliveira - Coorientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Vitor Hugo Ferreira

Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Bruno Henriques Dias

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 06/02/2026.



Documento assinado eletronicamente por **Vitor Hugo Ferreira, Usuário Externo**, em 19/03/2026, às 15:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Edimar Jose de Oliveira, Professor(a)**, em 21/05/2026, às 18:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo Willer de Oliveira, Professor(a)**, em 21/05/2026, às 22:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Bruno Henriques Dias, Professor(a)**, em 22/05/2026, às 01:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2862964** e o código CRC **FA8D7665**.

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus.

Aos meus pais, Maria e Cláudio, expresso minha profunda gratidão por toda a dedicação, pelos ensinamentos e por terem me proporcionado uma educação exemplar, sempre oferecendo o apoio e o amor indispensáveis ao meu desenvolvimento. Estendo também meus agradecimentos a toda a minha família, pelo constante carinho, incentivo e presença ao longo desta jornada.

Aos amigos e amigas com quem tive a oportunidade de compartilhar momentos marcantes durante essa trajetória, deixo meu sincero agradecimento pela amizade, companheirismo e apoio.

A todo o corpo docente da Universidade Federal de Juiz de Fora, manifesto minha gratidão pelos ensinamentos e pela contribuição fundamental para a minha formação ao longo da minha trajetória acadêmica.

Aos meus orientadores, professores Edimar José de Oliveira e Leonardo Willer de Oliveira, expresso meu profundo agradecimento pela orientação, confiança, incentivo e pelos valiosos ensinamentos ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Sou igualmente grato pelas oportunidades concedidas, pela disponibilidade em compartilhar conhecimentos e pelas orientações sempre enriquecedoras.

Aos professores Bruno Henriques Dias e João Alberto Passos Filho, agradeço pelas oportunidades concedidas, pelos ensinamentos compartilhados e pelas contribuições para a minha formação.

Por fim, agradeço à Universidade Federal de Juiz de Fora e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica pela sólida formação acadêmica e profissional proporcionada. Agradeço também à CAPES pelo suporte financeiro, fundamental para a viabilização desta pesquisa.

Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a beleza libertadora do intelecto para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer. (ALBERT EINSTEIN).

RESUMO

Este trabalho investiga a aplicação da formulação de fluxo de potência baseada em programação cônica de segunda ordem (SOCP) ao problema de planejamento de *soft open points* (SOPs) em sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEs). O objetivo central consiste em analisar o desempenho do modelo cônico em comparação com a formulação tradicional não linear, buscando validar as soluções obtidas a partir da modificação proporcionada pelos relaxamentos convexos inerentes à formulação SOCP, bem como identificar eventuais limitações. Para a obtenção dos resultados, foram consideradas funções objetivo relevantes ao planejamento de sistemas elétricos, com destaque para a minimização dos cortes de geração renovável, um problema cada vez mais recorrente em redes com elevada penetração de recursos energéticos distribuídos. A análise foi conduzida por meio de duas abordagens distintas: (i) substituição individual de chaves de interconexão em SDEs por SOPs, permitindo avaliar o efeito desses dispositivos na operação; e (ii) alocação otimizada de SOPs utilizando o algoritmo *Multi-Objective Grey Wolf Optimizer* (MOGWO), com o objetivo de investigar o compromisso entre a redução de perdas elétricas e a minimização de cortes de geração renovável. Os resultados obtidos para os sistemas de 33 e 94 barras permitem avaliar a capacidade da formulação SOCP em representar adequadamente o problema de planejamento, viabilizando a aplicação de ferramentas de otimização convexa de maior disponibilidade e simplicidade no contexto de SDEs.

Palavras-chave: SOCP; *Soft Open Points*; Planejamento; Otimização; MOGWO.

ABSTRACT

This work investigates the application of the second-order cone programming (SOCP)-based power flow formulation to the planning problem of soft open points (SOPs) in electric power distribution systems (SDEs). The main objective is to analyze the performance of the conic model in comparison with the traditional nonlinear formulation, aiming to validate the solutions obtained from the modifications introduced by the convex relaxations inherent to the SOCP formulation, as well as to identify potential limitations. To obtain the results, objective functions relevant to power system planning were considered, with particular emphasis on the minimization of renewable generation curtailment, an increasingly frequent issue in networks with high penetration of distributed energy resources. The analysis was carried out using two distinct approaches: (i) individual replacement of interconnection switches in SDEs with SOPs, allowing the evaluation of the impact of these devices on system operation; and (ii) optimized allocation of SOPs using the Multi-Objective Grey Wolf Optimizer (MOGWO) algorithm, aiming to investigate the trade-off between reducing electrical losses and minimizing renewable generation curtailment. The results obtained for the 33- and 94-bus systems make it possible to assess the capability of the SOCP formulation to adequately represent the planning problem, enabling the application of more widely available and simpler convex optimization tools in the context of SDEs.

Keywords: SOCP; *Soft open points*; Planning; Optimization; MOGWO.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Sistema de 3 barras	17
Figura 2 – Projeção da solução do FPO no espaço P_1 - Q_2 - P_2	17
Figura 3 – <i>Design</i> do dispositivo SIPLINK	21
Figura 4 – SOP em topologia <i>multi terminal</i>	22
Figura 5 – SOP em topologia <i>UPFC</i>	22
Figura 6 – Esquema geral de controle dos SOPs	24
Figura 7 – Conjunto convexo genérico	26
Figura 8 – Conjunto não convexo genérico	26
Figura 9 – Envoltória convexa para o conjunto ilustrado na Figura 8	27
Figura 10 – Relaxamentos convexos: (a) Espaço viável original C_1 ; (b) Relaxamento desajustado C_2 ; (c) Relaxamento ajustado C_3 ; (d) Comparação entre os relaxamentos considerados.	29
Figura 11 – Exemplo de cone rotacionado de acordo com (2.14c) e (2.14d), considerando $v = 1$	30
Figura 12 – SDE com a presença de SOP	33
Figura 13 – Sistema de 16 barras: topologia base.	37
Figura 14 – Sistema de 16 barras: SOP no lugar da chave S_{14}	37
Figura 15 – Sistema de 16 barras: SOP no lugar da chave S_{15}	38
Figura 16 – Sistema de 16 barras: SOP no lugar da chave S_{16}	38
Figura 17 – Sistema de 16 barras : SABB acoplados aos GEs	39
Figura 18 – Sistema de 16 barras : SABB acoplados aos GEs e SOPs nos lugares das chaves NA	39
Figura 19 – Diagrama esquemático da divisão entre formulações e casos para o Estudo 1	40
Figura 20 – Fluxograma da metodologia do Estudo 1.	53
Figura 21 – Hierarquia social do GWO	55
Figura 22 – Atualização da posição	57
Figura 23 – Fases de exploração e cercamento	57
Figura 24 – Fluxograma da metodologia do Estudo 2.	60
Figura 25 – Sistema de 33 barras	63
Figura 26 – Sistema de 94 barras	64
Figura 27 – Sistema de 94 barras	72
Figura 28 – SOP de dois terminais instalado em <i>Portman Square</i>	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação de topologias de SOPs	23
Tabela 2 – Primeiro cenário de ponderação	65
Tabela 3 – Segundo cenário de ponderação	65
Tabela 4 – Terceiro cenário de ponderação	65
Tabela 5 – Comparação entre fluxo de potência não linear (NL) e SOCP para o sistema de 33 barras (100% perdas).	66
Tabela 6 – Comparação entre fluxo de potência não linear (NL) e SOCP para o sistema de 33 barras (ponderação de 50%).	67
Tabela 7 – Comparação entre fluxo de potência não linear (NL) e SOCP para o sistema de 33 barras (100% cortes).	67
Tabela 8 – Resultados para o sistema de 94 barras considerando minimização de perdas (100%) usando SOCP.	69
Tabela 9 – Resultados para o sistema de 94 barras considerando ponderação de 50% entre perdas e cortes usando SOCP.	70
Tabela 10 – Resultados para o sistema de 94 barras considerando minimização de cortes (100%) usando SOCP.	71
Tabela 11 – Soluções da fronteira de Pareto obtidas pelo MOGWO para o sistema de 94 barras.	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CGR	Cortes de Geração Renovável
COIN-OR	<i>Computational Infrastructure for Operations Research</i>
FER	Fonte de Energia Renovável
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
FOB	Função Objetivo
FUN-LV	<i>Flexible Urban Networks – Low Voltage</i>
GE	Gerador Eólico
GWO	<i>Grey Wolf Optimizer</i>
MOGWO	<i>Multi-objective Grey Wolf Optimizer</i>
NA	Normalmente Aberta
NL	Não Linear
RED	Recurso Energético Distribuído
SABB	Sistema de Armazenamento de Energia em Baterias
SDE	Sistema de Distribuição de Energia Elétrica
SE	Subestação
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SOC	Estado de carga do sistema de armazenamento de energia em baterias
SOCP	<i>Second Order Cone Programming</i>
SOP	<i>Soft Open Point</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A_k^{SOP}	Coefficientes de perdas no terminal k do SOP
A_m^{SOP}	Coefficientes de perdas no terminal m do SOP
B	Conjunto das barras do SDE que contém SABB
B_{km}	Parte imaginária do elemento da matriz de admitância nodal associado às barras k e m
G	Conjunto das barras com SE.
G_{km}	Parte real do elemento da matriz de admitância nodal associado às barras k e m
g_{km}	Condutância da linha km
I	Conjunto das barras do SDE que são terminais DE dos SOPs
J	Conjunto das barras do SDE que são terminais PARA dos SOPs
K	Conjunto contendo todas as barras que possuem conexão direta à barra k , incluindo a própria barra k
N	Conjunto de barras do SDE
P_k^D	Potência ativa demandada na barra k
P_k^G	Potência ativa gerada na barra k
$P_{k,t}^G$	Potência gerada na barra k e período t , se a barra k for uma subestação
P_k^D	Demanda ativa nominal na barra k
P_k^{SOP}	Potência ativa no terminal k do SOP
$P_k^{SOP,L}$	Perda de potência ativa no terminal k do SOP
$P_{k,t}^{BAT,CH}$	Potência de carga da bateria na barra k e período t , se houver SABB na barra k
$P_{k,t}^{BAT,DCH}$	Potência de descarga da bateria na barra k e período t se houver SABB na barra k
$P_{k,t}^{SOP}$	Potência ativa do SOP na barra k e período t , caso k seja um terminal DE de um SOP
$P_{k,t}^{SOP,L}$	Potência ativa dissipada pelo SOP na barra k e período t , caso k seja um terminal DE de um SOP
$P_{km,t}$	Fluxo de potência ativa que flui da barra k para a m no período t
P_m^{SOP}	Potência ativa no terminal m do SOP
$P_m^{SOP,L}$	Perda de potência ativa no terminal m do SOP
$P_{m,t}^{SOP}$	Potência ativa do SOP na barra m e período t , caso m seja um terminal PARA de um SOP
$P_{m,t}^{SOP,L}$	Potência ativa dissipada pelo SOP na barra m e período t , caso m seja um terminal PARA de um SOP
$P_{mk,t}$	Fluxo de potência ativa que flui da barra m para a k no período t
$P_{k,t}^{EOL,C}$	Corte de geração no GE posicionado na barra k e período t
$P_{k,t}^{NL}$	Injeção de potência ativa na barra k e período t para a formulação não linear
$P_{k,t}^{SOCP}$	Injeção de potência ativa na barra k e período t para a formulação cônica de segunda ordem

$perdas_{NL}$	Perdas técnicas ao longo do horizonte de planejamento na formulação NL
$perdas_{SOCP}$	Perdas técnicas ao longo do horizonte de planejamento na formulação SOCP
Q_k^D	Potência reativa demandada na barra k
Q_k^G	Potência reativa gerada na barra k
$Q_{k,t}^G$	Potência reativa gerada na barra k e período t , se a barra k for uma subestação
Q_k^D	Demanda reativa nominal na barra k
Q_k^{SOP}	Potência reativa no terminal k do SOP
$Q_{k,t}^{SOP}$	Potência reativa do SOP na barra k e período t , se a barra k for terminal de SOP
$Q_{k,t}^{SOP}$	Potência reativa do SOP na barra k e período t , caso k seja um terminal DE de um SOP
Q_m^{SOP}	Potência reativa no terminal m do SOP
$Q_{m,t}^{SOP}$	Potência reativa do SOP na barra m e período t , caso k seja um terminal PARA de um SOP
$Q_{k,t}^{NL}$	Injeção de potência reativa na barra k e período t para a formulação não linear
$Q_{k,t}^{SOCP}$	Injeção de potência ativa na barra k e período t para a formulação cônica de segunda ordem
R_{km}	Variável auxiliar R do modelo SOCP para a linha km
$R_{km,t}$	Variável auxiliar R do modelo SOCP para a linha km e período t
SOC_k^{inic}	SOC inicial do SABB conectado à barra k , caso k seja uma barra com SABB
$SOC_{k,t}$	SOC do SABB conectado à barra k durante o período t , caso k seja uma barra com SABB
T	Conjunto de períodos do horizonte de planejamento
T_{km}	Variável auxiliar T do modelo SOCP para a linha km
$T_{km,t}$	Variável auxiliar T do modelo SOCP para a linha km e período t
u_k	Variável auxiliar u do modelo SOCP para a barra k
$u_{k,t}$	Variável auxiliar u do modelo SOCP para a barra k e período t
V_k	Módulo de tensão na barra k
V_m	Módulo de tensão na barra m
$V_{k,t}$	Módulo de tensão na barra k e período t
$V_{m,t}$	Módulo de tensão na barra m e período t
Γ	Conjunto de linhas do SDE com SOPs
Ω_k	Conjunto contendo todas as barras que possuem conexão direta à barra k , excluindo a barra k
Υ	Conjunto das linhas do SDE
$\alpha_{k,t}$	Fator multiplicativo da geração eólica na barra k e período t , retirado da curva de geração do GE da barra k , caso a barra k possua GE
b_{km}	Susceptância da linha km
$cortes$	Cortes de geração eólica ao longo do horizonte de planejamento
η_k^{CH}	Eficiência do processo de carga do SABB conectado à barra k , caso k seja uma barra com SABB

η_k^{DCH}	Eficiência do processo de descarga do SABB conectado à barra k , caso k seja uma barra com SABB
ε	Conjunto de barras do SDE com geradores eólicos
$\lambda_{k,t}$	Nível de carga ativa na barra k no instante t , retirado da curva de carga do SDE
ω_1	Peso percentual da primeira parcela na FOB
ω_2	Peso percentual da segunda parcela na FOB
$\overline{P_k^{EOL}}$	Capacidade nominal do gerador eólico da barra k , se houver GE na barra k
$\overline{P_{km}}$	Limite de fluxo de potência ativa entre as barras k e m
$\overline{P_{k,t}^{BAT}}$	Limite superior para a potências ativas de carga e descarga do SABB conectado à barra k durante o período t , caso k seja uma barra com SABB
$\overline{P_{k,t}^G}$	Limite superior de geração de potência ativa na barra k e período t ;
$\overline{Q_{k,t}^G}$	Limite superior de geração de potência reativa na barra k e período t ;
$\overline{S_k^{SOP}}$	Limite de potência aparente do SOP na barra k
$\overline{S_m^{SOP}}$	Limite de potência aparente do SOP na barra m
$\overline{SOC_k}$	Limite superior para o SOC da bateria conectada à barra k , caso k seja uma barra com SABB
$\overline{V_{k,t}}$	Limite superior de tensão, em módulo, na barra k e período t
$\overline{\theta_{k,t}}$	Limite superior de tensão, em fase, na barra k e período t
$\sigma_{k,t}$	Nível de carga reativa na barra k no instante t , retirado da curva de carga do SDE
θ_{km}	Diferença entre as fases das tensões nas barras k e m
$\theta_{km,t}$	Diferença entre as fases das tensões nos terminais da linha km , no período t
$\overline{P_{k,t}^G}$	Limite inferior de geração de potência ativa na barra k e período t ;
$\overline{Q_{k,t}^G}$	Limite inferior de geração de potência reativa na barra k e período t ;
$\overline{SOC_k}$	Limite inferior para o SOC da bateria conectada à barra k , caso k seja uma barra com SABB
$\underline{V_{k,t}}$	Limite inferior de tensão, em módulo, na barra k e período t
$\underline{\theta_{k,t}}$	Limite inferior de tensão, em fase, na barra k e período t

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	16
1.2	MOTIVAÇÃO	16
1.3	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS	18
1.4	PUBLICAÇÕES DECORRENTES DA PESQUISA	18
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1	INTRODUÇÃO	20
2.2	<i>SOFT OPEN POINTS</i>	21
2.3	FLUXO DE POTÊNCIA NÃO LINEAR	25
2.4	RELAXAMENTOS CONVEXOS	26
2.4.1	Programação Cônica de Segunda Ordem	28
2.4.2	Relaxamentos Convexos Para o Fluxo De Potência	29
2.4.3	Relaxamentos Cônicos Para os <i>Soft Open Points</i>	32
2.5	TRABALHOS RELEVANTES	32
2.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
3	METODOLOGIA PROPOSTA	35
3.1	INTRODUÇÃO	35
3.2	ALOCAÇÃO POR INSPEÇÃO DOS <i>SOFT OPEN POINTS</i>	35
3.2.1	Descrição do Problema	35
3.2.2	Modelagem do Problema de Otimização com FPO Não Linear	36
3.2.2.1	<i>Função Objetivo</i>	36
3.2.2.2	<i>Restrições</i>	41
3.2.2.3	Formulação Proposta	46
3.2.3	Modelagem do Problema de Otimização com FPO Cônico de Segunda Ordem	47
3.2.3.1	<i>Função Objetivo</i>	47
3.2.3.2	<i>Restrições</i>	48
3.2.3.3	Formulação Proposta	51
3.2.4	Processo de Resolução	53
3.3	ALOCAÇÃO MULTIOBJETIVO DE <i>SOFT OPEN POINTS</i>	54
3.3.1	Descrição do Problema	54
3.3.2	Otimização de Pareto	54
3.3.3	<i>Grey Wolf Optimizer</i>	55
3.3.4	<i>Multi-objective Grey Wolf Optimizer</i>	56
3.3.4.1	Modelagem Binária para Alocação de equipamentos	58
3.3.5	Processo de Resolução	59
3.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
4	ESTUDO DE CASOS	62

4.1	INTRODUÇÃO	62
4.2	FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS UTILIZADAS	62
4.3	SISTEMAS E EQUIPAMENTOS UTILIZADOS	63
4.3.1	Sistema de 33 Barras	63
4.3.2	Sistema de 94 Barras	63
4.4	ESTUDO 1	64
4.4.1	Resultados do Estudo 1 para o sistema de 33 barras	65
4.4.2	Resultados do Estudo 1 para o sistema de 94 barras	68
4.5	ESTUDO 2	71
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
5.1	CONCLUSÃO	73
5.2	TRABALHOS FUTUROS	75
	REFERÊNCIAS	76
	APÊNDICE A – Projeto Real de <i>Soft Open Points</i>	79

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os sistemas elétricos modernos apresentam crescente complexidade, impulsionada, dentre outros fatores, pela expansão da geração distribuída a partir de fontes renováveis. Embora essencial para a transição energética, essa transformação impõe desafios operacionais relevantes, como a intermitência de determinadas fontes e a maior incerteza no planejamento e na operação do sistema. Nesse contexto, diversas estratégias têm sido investigadas para mitigar tais impactos, destacando-se o uso de tecnologias como os *soft open points* (SOPs), dispositivos de eletrônica de potência capazes de substituir chaves normalmente abertas (NA) em sistemas de distribuição de energia (SDEs), e os sistemas de armazenamento de energia em baterias (SABBs). Para viabilizar a análise e o estudo desses recursos em diferentes cenários, recorre-se amplamente ao fluxo de potência ótimo (FPO), que integra as características da rede e dos dispositivos em um modelo matemático abrangente. Contudo, a própria formulação do FPO também acarreta desafios adicionais, especialmente no que diz respeito à sua complexidade computacional e à obtenção de soluções factíveis.

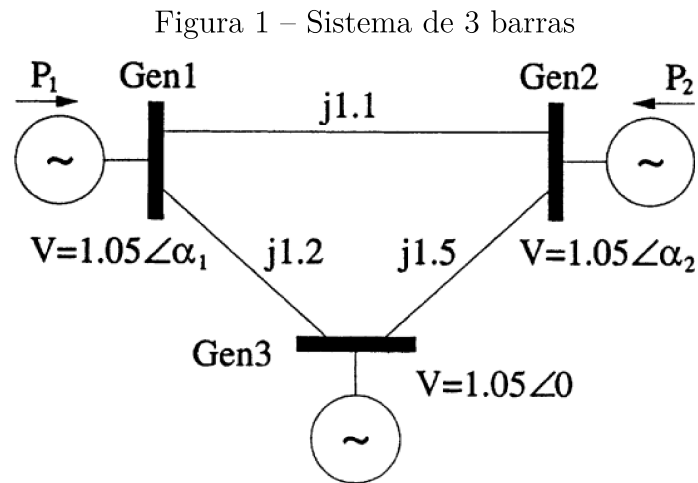
O FPO constitui uma ferramenta fundamental para a operação e o planejamento de sistemas elétricos de potência, sendo empregado como ferramenta básica em diversas aplicações, como despacho econômico, estimação de estados, avaliação de estabilidade, dentre outras (Low, 2014a). Entretanto, é um modelo de otimização que, em sua formulação convencional, possui equações que introduzem restrições altamente não lineares e não convexas, tornando o problema resultante computacionalmente complexo e passível à obtenção de ótimos locais, a depender da ferramenta utilizada para sua resolução.

Diante dessas dificuldades, abordagens baseadas em convexificação têm recebido crescente atenção na literatura, uma vez que permitem reformular ou relaxar o problema original em estruturas convexas capazes de suavizar o espaço de soluções viáveis de modo a favorecer o processo de busca. Não obstante, essas técnicas possibilitam a utilização de ferramentas de otimização comerciais robustas, capazes de obter pontos de ótimos globais para os problemas relaxados e/ou reformulados. Ainda assim, formulações de FPO com relaxamentos convexas também podem apresentar tempo computacional inviável para a obtenção do ponto ótimo global do modelo (Jabr, 2025).

A fim de exemplificar a complexidade da região viável de soluções do FPO, considere o modelo de pequeno porte referente ao sistema em destaque na Figura 1. A referência Hiskens & Davy (2001) mostra o espaço de busca altamente não convexo, conforme Figura 2.

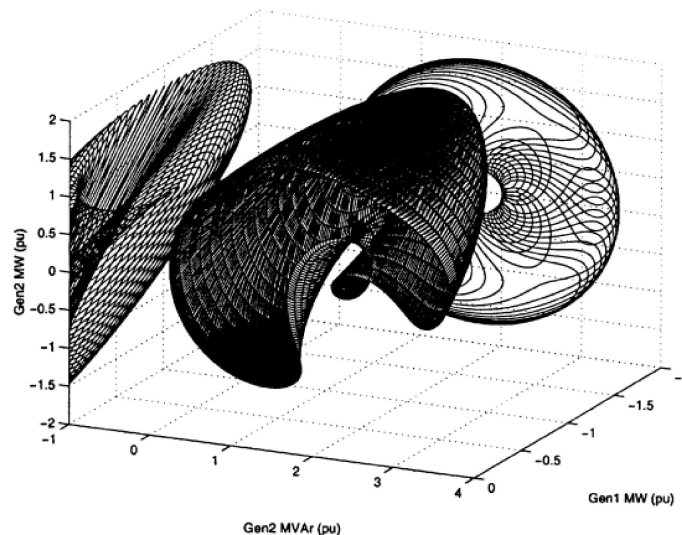
1.2 MOTIVAÇÃO

A aplicação de tecnologias como os *soft open points* nos sistemas de distribuição resulta em problemas de extrema complexidade devido às não linearidades e a não convexidade das soluções. Neste sentido, torna-se necessário a investigação de uma estratégia de convexificação



Fonte: Hiskens & Davy (2001)

Figura 2 – Projeção da solução do FPO no espaço $P_1-Q_2-P_2$



Fonte: Hiskens & Davy (2001)

do modelo de FPO que tem recebido destaque recente na literatura: a programação cônica de segunda ordem (SOCP, do inglês *second order cone programming*). Essa abordagem baseia-se em substituições de variáveis que permitem reformular as equações de fluxo de potência para um formato específico, a ser detalhado no Capítulo 2, resultando em uma região de busca mais tratável por ferramentas de otimização e favorecendo a obtenção de soluções de melhor qualidade para problemas originalmente não convexos.

Tendo em vista a relevância dos desafios associados à crescente inserção de geração renovável em sistemas de distribuição, influenciando o planejamento das redes através da aplicação de SOP bem como a necessidade de empregar técnicas avançadas de modelagem de otimização, como a convexificação via SOCP aplicada ao FPO, o tema deste trabalho mostra-se promissor tanto do ponto de vista científico quanto para o desenvolvimento de soluções eficientes

para a operação e o planejamento desses sistemas, contribuindo também para o aprimoramento profissional na área.

1.3 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS

A análise dos relaxamentos convexos e dos impactos da utilização de SOPs e SABBs é conduzida sob a ótica de dois estudos distintos, ambos com os objetivos de realizar o planejamento de SOPs em SDEs para minimizar as perdas técnicas ao longo do horizonte de planejamento e reduzir os Cortes de Geração Renovável (CGR). Primeiramente, realiza-se a alocação estática de *soft open points* no lugar das chaves NA em sistemas de distribuição amplamente utilizados na literatura, considerando três cenários principais: minimização apenas de perdas, minimização única de cortes e minimização ponderada de perdas e CGR. Em seguida, conduz-se um estudo em que a escolha das posições dos SOPs na rede é orientada por um algoritmo de computação evolucionária multiobjetivo, que busca obter soluções capazes de otimizar simultaneamente as perdas e os CGR, analisando o compromisso entre esses dois objetivos.

Em ambos os estudos, o fluxo de potência é formulado com base nos relaxamentos convexos pertinentes ao SOCP, de modo a garantir o respeito aos limites operacionais do sistema, como os de tensão e os térmicos das linhas, bem como representar matematicamente os equipamentos de forma fiel à realidade. Adicionalmente, os mesmos casos são executados com a formulação NL convencional, a fim de verificar se as convexificações proporcionam benefícios concretos ao processo de otimização.

1.4 PUBLICAÇÕES DECORRENTES DA PESQUISA

Ao longo do desenvolvimento desta pesquisa de mestrado, diversos trabalhos foram publicados em conferências relevantes. A seguir, destacam-se aqueles relacionados ao tema desta dissertação, voltados ao estudo de SOPs e SABB em SDEs.

- Lúcio *et al.* (2023) – Artigo no qual foi desenvolvida uma metodologia para a alocação ótima de bancos de capacitores em sistemas de distribuição, considerando cenários com e sem a presença de SOPs, com o objetivo de minimizar os custos de investimento e operação associados às perdas de energia. A abordagem utiliza o *Integer Whale Optimization Algorithm* (IWOA) combinado a um fluxo de potência não linear que considera diferentes níveis de carga. Os resultados obtidos em um sistema teste de 33 barras indicaram que a substituição de chaves de interconexão por SOPs proporciona melhorias significativas no desempenho operacional da rede.
- Lúcio *et al.* (2023) – Estudo em que a influência da inserção de SOPs na capacidade de acomodação da geração renovável foi avaliada, a partir da proposição de uma metodologia para o planejamento da alocação de geração distribuída em sistemas de distribuição com a presença de SOPs no lugar das chaves NA, visando maximizar a capacidade de hospedagem de recursos renováveis na rede elétrica.

- de Oliveira *et al.* (2024) – Trabalho que investigou a otimização de recursos energéticos distribuídos em sistemas de distribuição com o objetivo de aumentar a capacidade de hospedagem de geração renovável nas redes elétricas. Para isso, foi proposta uma metodologia de planejamento para baterias, cuja alocação é determinada por um problema inteiro resolvido pela meta-heurística *Binary Whale Optimization Algorithm*, associada a um modelo de otimização não linear. O estudo também avalia a atuação conjunta desses sistemas com SOPs na operação da rede. A partir dos resultados obtidos, a combinação entre baterias, geração distribuída e *soft open points* se mostra efetiva para o aumento da capacidade de hospedagem da rede, permitindo maior integração de fontes renováveis.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O Capítulo 2 é dedicado a uma revisão sobre os SOPs, na qual esses equipamentos são descritos e suas vantagens em SDEs são destacadas. Ainda nesse capítulo, são apresentados os processos pelos quais as equações de fluxo de potência, bem como as equações utilizadas para modelar o comportamento dos SOPs, são reformuladas para o formato SOCP. Por fim, são discutidos alguns trabalhos de destaque que serviram de base para o desenvolvimento desta pesquisa.

O Capítulo 3 apresenta a descrição do problema e as formulações matemáticas completas propostas para os modelos, incluindo a função objetivo e as restrições consideradas.

O Capítulo 4 é dedicado aos estudos de caso, nos quais os resultados obtidos são detalhadamente analisados, a fim de evidenciar as vantagens da utilização de técnicas de relaxamentos convexos na resolução do problema de planejamento de SOPs em SDEs com a presença de geradores renováveis intermitentes e SABB.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as principais conclusões bem como sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 INTRODUÇÃO

Os sistemas elétricos de potência (SEP) têm passado por transformações significativas, impulsionadas, entre outros fatores, pela necessidade de transição do uso de fontes baseadas em combustíveis fósseis para fontes limpas, em consonância com metas climáticas. Parte dessas transformações decorre, portanto, da adoção em larga escala de tecnologias de geração baseadas em fontes de energia renováveis (FERs) e recursos energéticos distribuídos (REDs) (Yumbla *et al.*, 2025).

Essas mudanças impõem diversos desafios, entre eles a necessidade de novos requisitos de planejamento e operação das redes, em razão, por exemplo, da intermitência associada às fontes não despacháveis de energia. Em consequência, soluções que ampliem a flexibilidade operacional tornam-se necessárias para preservar a confiabilidade e a segurança do fornecimento, especialmente em redes originalmente dimensionadas sob premissas mais conservadoras e menos compatíveis com a atual dinâmica de penetração de REDs.

Nesse cenário, os SOPs destacam-se como um equipamento amplamente investigado na literatura recente e já testado em sistemas reais, usualmente instalado no lugar das chaves NA, com a finalidade de proporcionar controle flexível e preciso da potência e da tensão nas redes, tendo se mostrado uma solução promissora para enfrentar os desafios atualmente observados nos SDEs (Jiang *et al.*, 2022). Um resumo sobre um projeto que visou a implementação prática de SOPs em um SDE pode ser consultada no Apêndice A.

Além disso, destaca-se que as equações de fluxo de potência, amplamente utilizadas em diversos problemas, como *unit commitment*, estimação de estados, análise de contingências, entre outros, apresentam não linearidades que tornam os modelos de otimização que as incorporam não convexos, o que dificulta a obtenção de soluções, sobretudo em modelos de grande porte, com quantidade considerável de variáveis e/ou restrições. FPOs não lineares podem ser classificados como NP-complexos (Low, 2013).

A classificação como NP-complexos implica que a obtenção da solução para FPOs com não linearidades demanda elevado esforço computacional e que não há algoritmo eficiente conhecido, em tempo polinomial, para a obtenção da solução exata. Em termos de otimização, isso indica que problemas de grande porte não podem ser resolvidos de forma eficiente para a obtenção da solução global em tempo aceitável.

Neste capítulo, é realizada uma revisão da literatura com o objetivo de identificar contribuições relevantes sobre os SOPs, além de apresentar o modelo matemático que rege sua operação em SDEs. Adicionalmente, apresenta-se o ferramental teórico relacionado aos aspectos básicos de relaxamentos convexos, que intenciona a modificação do espaço viável dos problemas de FPO não lineares de modo a deixá-los mais tratáveis do ponto de vista computacional, bem como a técnica de relaxamento utilizada no desenvolvimento da metodologia. Por fim, são discutidos trabalhos relevantes que fundamentaram a escolha do tema.

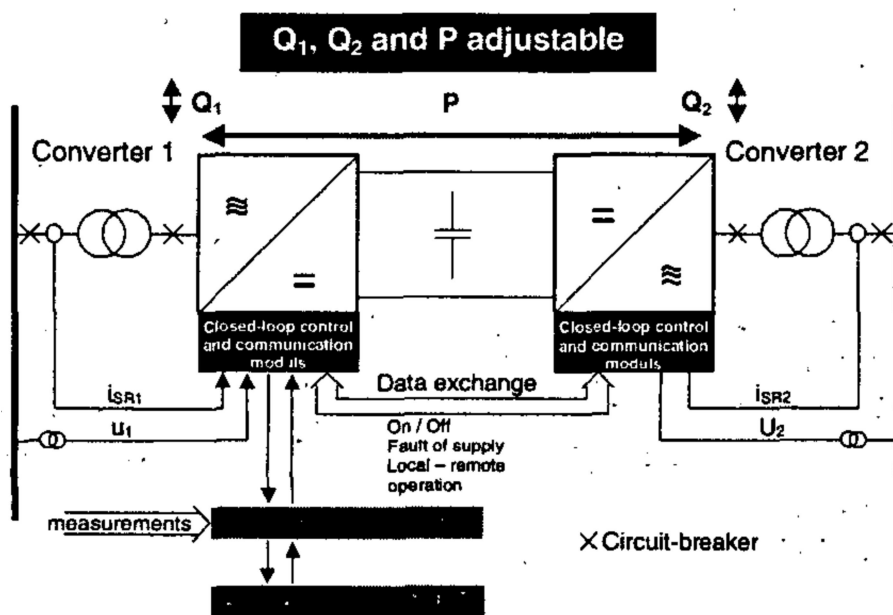
2.2 SOFT OPEN POINTS

Segundo Cao *et al.* (2016), os *soft open points* são dispositivos de eletrônica de potência que podem substituir as chaves de interconexão da rede, trazendo alguns benefícios ao sistema, como a possibilidade de realizar transferência de potência ativa entre alimentadores adjacentes, compensação de potência reativa através de suas barras terminais e regulação de tensão, tanto em condições normais de operação, quanto em condições de falta.

O primeiro trabalho identificado na literatura que aborda a utilização de dispositivos de eletrônica de potência como potenciais substitutos às chaves NA é Heinrich & Schmitt (2001). O mesmo apresentou os equipamentos denominados SIPLINKS (do inglês *Siemens Multifunctional Power Link*), predecessores dos SOPs, que correspondem a dispositivos de corrente contínua em média tensão desenvolvidos especificamente para redes de distribuição, com o intuito atuar no controle do fluxo de carga e na otimização da estabilidade de tensão, fornecendo de forma dinâmica potência ativa nos seus terminais.

Bloemink & Green (2010) investigou a utilização de dispositivos definidos como *soft normally-open points* (SNOPs), que consistem em chaves cujos terminais são conversores de tensão (VSCs, do inglês *voltage-sourced converters*) em *back-to-back*, configuração análoga à exibida na Figura 3. Neste trabalho os SNOPs foram utilizados com o objetivo de investigar a sua aplicação no controle de tensão de sistemas de distribuição, dada a necessidade de adequação dos SDEs à penetração crescente de geração distribuída (GD), ao fornecerem a capacidade de controle de potência ativa e reativa nos seus terminais em tempo real. Outras soluções também foram analisadas, mas os SNOPs se mostraram mais eficazes ao propiciarem um aumento expressivo na capacidade de penetração de GD.

Figura 3 – *Design* do dispositivo SIPLINK



Fonte: Heinrich & Schmitt (2001)

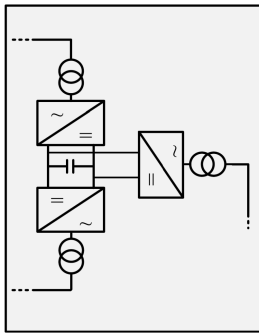
Outras vantagens obtidas com o uso de *Soft Open Points* também são pontuadas em Bloemink & Green (2010):

- Suporte quase que imediato da demanda de barras de carga isoladas devido à faltas, em decorrência da capacidade de transferência de potência ativa entre linhas adjacentes, como mencionado anteriormente;
- A transferência de potência ativa também possibilita a melhoria do balanço de carga do SDE e a redução das perdas elétricas;
- Os SOPs são capazes de isolar faltas e distúrbios que acontecem em um alimentador dos elementos conectados a ele.

Percebe-se que os SIPLINKS e SNOPs são dispositivos com estruturas análogas, que também receberam outros nomes ao longo dos anos, dentre os quais destaca-se a nomenclatura *soft open point* (Jiang *et al.*, 2022).

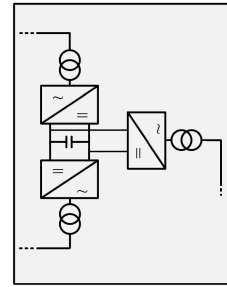
Em adição à topologia *back-to-back* VSC, utilizada nos trabalhos referenciados e ilustrada nas Figuras 3 e 12, o SOP também pode ser construído em diferentes topologias Jiang *et al.* (2022). Duas dessas construções alternativas são mostradas nas Figuras 4 e 5, correspondentes às topologias *multi terminal* e *unified power flow controller* (UPFC), cujas vantagens e desvantagens são destacadas na Tabela 1.

Figura 4 – SOP em topologia *multi terminal*



Fonte: Jiang *et al.* (2022)

Figura 5 – SOP em topologia *UPFC*



Fonte: Jiang *et al.* (2022)

De acordo com o exposto em Wang & Li (2024), a operação do SOP é modelada matematicamente através das Equações (2.1) – (2.5).

$$P_k^{SOP} + P_m^{SOP} + P_k^{SOP,L} + P_m^{SOP,L} = 0 \quad (2.1)$$

$$P_k^{SOP,L} = A_k^{SOP} \sqrt{(P_k^{SOP})^2 + (Q_k^{SOP})^2} \quad (2.2)$$

$$P_m^{SOP,L} = A_m^{SOP} \sqrt{(P_m^{SOP})^2 + (Q_m^{SOP})^2} \quad (2.3)$$

Tabela 1 – Comparação de topologias de SOPs

Topologia	Descrição	Vantagens	Desvantagens
<i>Back-to-back</i>	Dois VSCs conectados por um barramento de corrente contínua (CC).	Permite conexão de redes assíncronas e isolamento total de faltas entre alimentadores. Controle independente de P e Q.	Custo mais elevado comparado ao UPFC.
<i>Multi terminal</i>	Extensão do modelo <i>back-to-back</i> , conectando três ou mais alimentadores ou barramentos CA a um único barramento CC.	Permite o compartilhamento de carga e suporte entre múltiplas subestações ou alimentadores simultaneamente.	Exige estratégias complexas de controle coordenado da tensão do barramento CC.
UPFC	Composto por dois VSCs: um conectado em série e outro em paralelo com os alimentadores.	Custo reduzido em comparação às topologias <i>back-to-back</i> e <i>multi terminal</i> . Pode controlar fluxos de potência muito superiores à sua classificação nominal.	Não isola os alimentadores; as redes conectadas devem ser síncronas. Uma falta em um alimentador pode afetar o outro.

$$\sqrt{(P_k^{SOP})^2 + (Q_k^{SOP})^2} \leq \overline{S_k^{SOP}} \quad (2.4)$$

$$\sqrt{(P_m^{SOP})^2 + (Q_m^{SOP})^2} \leq \overline{S_m^{SOP}} \quad (2.5)$$

Em que:

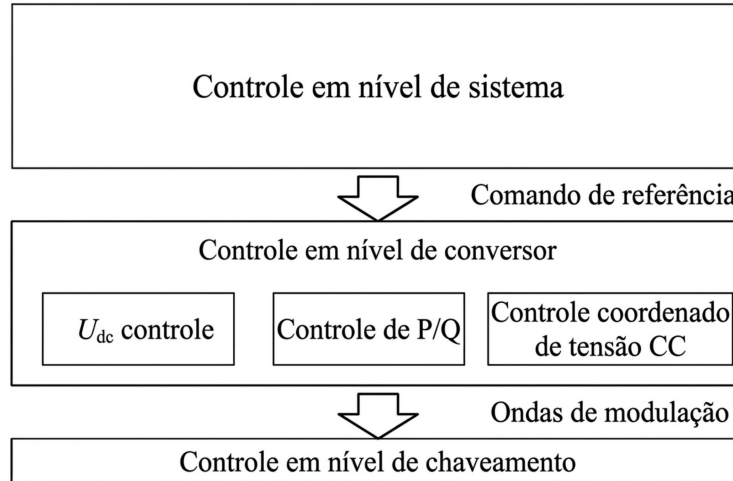
P_k^{SOP}, Q_k^{SOP}	Potências ativa e reativa no terminal k do SOP;
P_m^{SOP}, Q_m^{SOP}	Potências ativa e reativa no terminal m do SOP;
$P_k^{SOP,L}, P_m^{SOP,L}$	Perda de potência ativa nos terminais k e m do SOP;
$\overline{S_k^{SOP}}$	Limite de potência aparente do SOP na barra k ;
$\overline{S_m^{SOP}}$	Limite de potência aparente do SOP na barra m ;
A_k^{SOP}, A_m^{SOP}	Coefficientes de perdas nos terminais k e m do SOP.

A Equação (2.1) representa o balanço de potência ativa do SOP, impondo que a soma das potências ativas trocadas com a rede e as perdas internas do dispositivo seja nula. Já (2.2) e (2.3) calculam as perdas de potência ativa em cada conversor do SOP, proporcionais à

magnitude da potência aparente que flui por ele. Por fim, as equações (2.4) e (2.5) impõem restrições de capacidade ao dispositivo, garantindo que a potência aparente processada em cada terminal não ultrapasse a capacidade nominal do SOP.

Jiang *et al.* (2022) também versa sobre as estratégias que são empregadas para a realização do controle dos *soft open points*. A Figura 6 ilustra as etapas envolvidas.

Figura 6 – Esquema geral de controle dos SOPs



Fonte: Adaptado de Jiang *et al.* (2022)

O controle de nível de sistema é responsável por determinar os valores de referência para as potências ativa e reativa, podendo ser implementado através de estratégias centralizadas, descentralizadas ou locais. Enquanto a abordagem centralizada normalmente utiliza modelos de otimização para buscar a operação ideal dos SOPs de modo a otimizar um determinado objetivo, sujeito às restrições de rede, as estratégias descentralizadas e locais focam na eficiência computacional e em respostas rápidas em tempo real, utilizando informações de áreas específicas ou medições locais para lidar com flutuações frequentes na rede. Neste trabalho, é emulado o controle centralizado em nível de sistema, com a resolução de problemas de otimização que incorporam o modelo matemático dos *soft open points*, para a obtenção de pontos operativos desses equipamentos que otimizam as funções objetivo consideradas.

No nível do conversor, o foco reside na utilização de malhas de controle para transformar os comandos de referência em ondas de modulação para os interruptores do dispositivo. Uma estratégia popular em condições normais de operação é o controle de corrente em malha fechada dupla, que permite o controle desacoplado das potências ativa e reativa, além de limitar inerentemente a corrente do conversor durante faltas na rede. Nesse nível, é essencial que pelo menos um conversor gerencie a tensão do barramento CC, enquanto os demais terminais controlam a injeção de potência ou a tensão em corrente alternada (CA) conforme as necessidades de estabilidade e suporte do SDE.

2.3 FLUXO DE POTÊNCIA NÃO LINEAR

De acordo com Monticelli (1983), o fluxo de carga, ou fluxo de potência, consiste em uma ferramenta utilizada para a determinação do estado operativo da rede, além da distribuição dos fluxos e outras grandezas. O estado operativo, por sua vez, é dado pelos módulos e fases das tensões nodais do sistema.

Na modelagem do fluxo de potência, a rede é representada através de um modelo estático, ou seja, transitórios não são considerados. Além disso, são utilizadas equações algébricas lineares e não lineares, que serão detalhadas ainda nessa Seção.

No cálculo do fluxo de potência, algumas premissas são adotadas:

- A topologia do sistema deve ser bem determinada. Isso significa que as conexões entre os elementos da rede devem ser conhecidas.
- Deve-se saber os parâmetros elétricos do sistema, como impedâncias e admitâncias, por exemplo.

Na realização desse trabalho, os fluxos de potência empregados foram modelados através do método de injeções de potências nas barras, o qual se assemelha à Lei de Kirchhoff das correntes. Em outras palavras, cada barra do sistema deve obedecer à conservação de potência ativa e reativa, o que significa que a potência líquida injetada na barra deve ser igual à potência que flui da barra para os componentes aos quais ela está conectada.

As equações que modelam o fluxo de carga não linear convencional estão dispostas a seguir:

$$P_k^G - P_k^D - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0, \quad k \in N \quad (2.6)$$

$$Q_k^G - Q_k^D - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0, \quad k \in N \quad (2.7)$$

Em que:

P_k^G, Q_k^G	Potências ativa e reativa geradas na barra k ;
P_k^D, Q_k^D	Potências ativa e reativa demandadas na barra k ;
V_k, V_m	Módulos das tensões nas barras k e m ;
K	Conjunto contendo todas as barras que possuem conexão direta à barra k , incluindo a própria barra k ;
G_{km}, B_{km}	Partes real e imaginária do elemento da matriz de admitância nodal associado às barras k e m ;
θ_{km}	Diferença entre as fases das tensões nas barras k e m ;

N Conjunto de barras do SDE.

As Equações (2.6) e (2.7) são responsáveis pelo balanço de potência do sistema, ou, analogamente, pela conservação das potências ativa e reativa nodais, mencionada anteriormente.

2.4 RELAXAMENTOS CONVEXOS

Primeiramente, define-se um conjunto convexo C como aquele em que, para quaisquer dois pontos x_1 e x_2 que lhe pertençam, a seguinte combinação linear entre esses pontos também pertence a C . (Boyd & Vandenberghe, 2004):

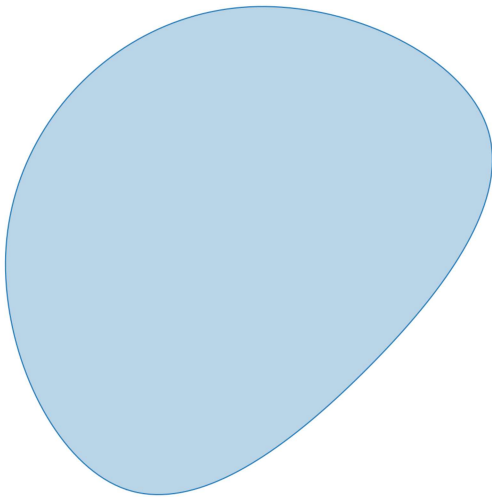
$$x_1 \in C \quad (2.8)$$

$$x_2 \in C \quad (2.9)$$

$$\theta x_1 + (1 - \theta)x_2 \in C \quad (2.10)$$

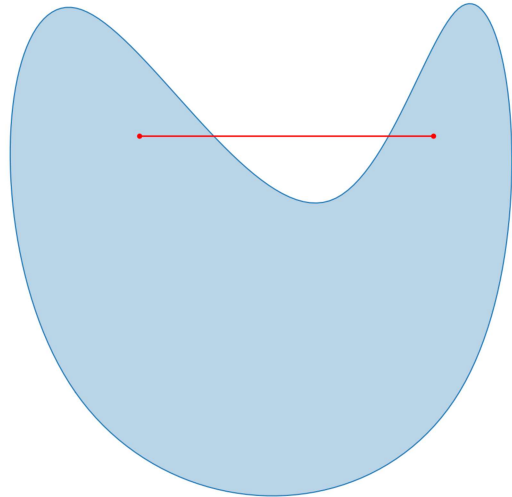
Geometricamente, isso significa que quaisquer segmentos de reta traçados entre pontos de C devem recair inteiramente sobre C . As Figuras 7 e 8 ilustram um conjunto genérico convexo e um não convexo, respectivamente.

Figura 7 – Conjunto convexo genérico



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 8 – Conjunto não convexo genérico



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Outro conceito importante elucidado em Boyd & Vandenberghe (2004) refere-se às combinações convexas, definidas por:

$$\theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \dots + \theta_k x_k \quad (2.11)$$

Em que:

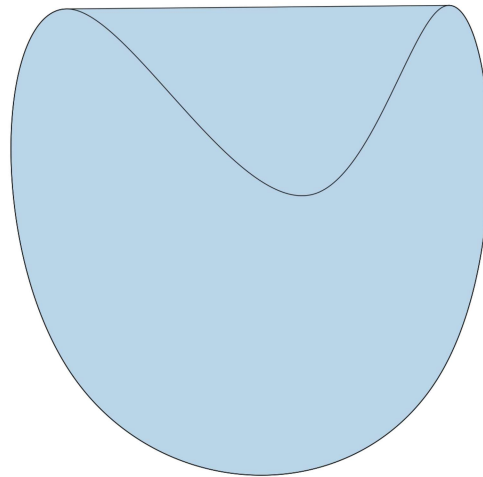
$$\sum_{i=1, \dots, k} \theta_i = 1 \quad (2.12)$$

$$\theta_i \geq 0, \forall i \quad (2.13)$$

Um conjunto será convexo, se e somente se, contiver todas as combinações convexas entre seus pontos, definidas por (2.11), (2.12) e (2.13).

Por fim, definem-se as envoltórias convexas, também de acordo com Boyd & Vandenberghe (2004). Estas correspondem ao conjunto convexo formado por todas as combinações convexas possíveis entre os pontos de um conjunto qualquer. Dessa forma, se o conjunto em questão não for convexo, as envoltórias convexas podem ser interpretadas como o menor conjunto convexo possível gerado a partir das combinações convexas entre todos os pontos do conjunto original. A envoltória convexa referente ao conjunto ilustrado na Figura 8 encontra-se representada na Figura 9.

Figura 9 – Envoltória convexa para o conjunto ilustrado na Figura 8



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Um dos principais desafios na área consiste no estudo e no desenvolvimento de ferramentas capazes de mitigar as dificuldades associadas aos problemas de FPO não lineares. Uma das abordagens que têm ganhado destaque é o uso de diferentes relaxamentos convexas aplicados a problemas que envolvem as não linearidades das equações tradicionais do fluxo de carga. De maneira geral, aplicar relaxamentos convexas consiste em envolver, em um espaço convexo, o conjunto viável não convexo associado ao modelo que incorpora as equações de fluxo de potência (Molzahn & Hiskens, 2019). Idealmente, busca-se determinar um conjunto convexo que seja o mais ajustado possível à região viável original, possivelmente sua envoltória convexa. A Figura 10 ilustra diferentes relaxamentos aplicados a um espaço viável não convexo C_1 . Observa-se a importância de ajustar o espaço convexo o máximo possível à região original, uma vez que isso

reduz a probabilidade de obtenção de soluções que não sejam válidas para o espaço de busca considerado.

Molzahn & Hiskens (2019) também destaca algumas vantagens adicionais referentes ao emprego de técnicas de convexificação de regiões não convexas:

- Estimação de limites para a função objetivo (FOB);
 - Para problemas de minimização → FOB do modelo relaxado fornece uma estimação de limite inferior para a FOB do modelo original;
 - Para problemas de maximização → FOB do modelo relaxado fornece uma estimação de limite superior para a FOB do modelo original.
- Possibilidade da utilização da solução do modelo relaxado como condição inicial do modelo não convexo;
- Confirmação da inviabilidade do modelo original → isso pode ser observado por meio da análise da Figura 10(b): caso a solução obtida não satisfaça as restrições delineadas por C_2 , então não respeitará aquelas definidas em C_1 , já que $C_2 \subseteq C_1$.

2.4.1 Programação Cônica de Segunda Ordem

Dentre os diversos relaxamentos convexas apresentados na literatura, a programação cônica de segunda ordem destaca-se como particularmente relevante para este trabalho. De acordo com Boyd & Vandenberghe (2004) e Molzahn & Hiskens (2019), um problema de otimização no formato SOCP pode ser descrito por:

$$\min_{x,u,v} c^\top x \quad (2.14a)$$

$$\text{s.a. } Ax = b, \quad (2.14b)$$

$$\|z\|_2^2 \leq 2uv, \quad (2.14c)$$

$$u \geq 0, v \geq 0 \quad (2.14d)$$

onde

$$z = Bx + d.$$

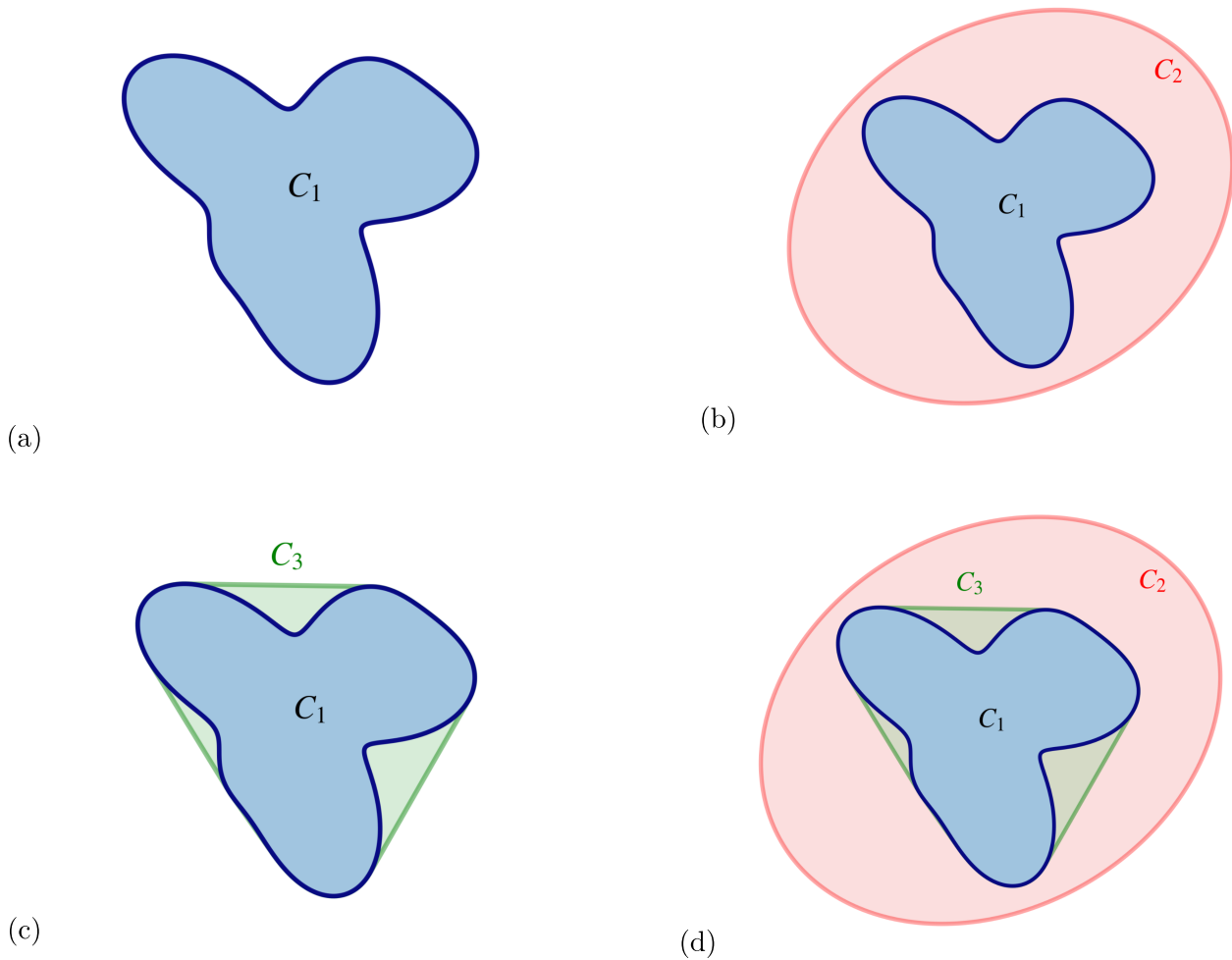
Em (2.14), têm-se que:

$x \in \mathbb{R}^n$ Vetor de variáveis de decisão;

$c \in \mathbb{R}^n$ Vetor dos coeficientes da função objetivo;

$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ Matriz das restrições lineares;

Figura 10 – Relaxamentos convexos: (a) Espaço viável original C_1 ; (b) Relaxamento desajustado C_2 ; (c) Relaxamento ajustado C_3 ; (d) Comparação entre os relaxamentos considerados.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

$b \in \mathbb{R}^m$ Vetor do lado direito das restrições lineares;

$u, v \in \mathbb{R}$ Variáveis escalares não negativas associadas ao cone rotacionado;

$z \in \mathbb{R}^p$ Vetor que aparece na restrição cônica;

$B \in \mathbb{R}^{p \times n}$ Matriz que define z a partir de x ;

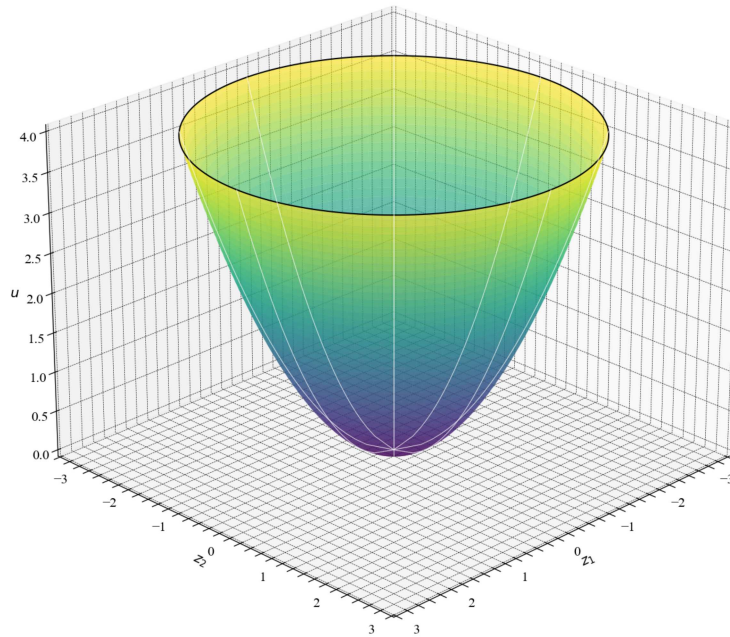
$d \in \mathbb{R}^p$ Vetor de constantes.

O cone rotacionado descrito por (2.14c) e (2.14d) é ilustrado na Figura 11.

2.4.2 Relaxamentos Convexos Para o Fluxo De Potência

Em Jabr (2006), apresenta-se um dos primeiros indícios da utilização de fluxo de potência ótimo cônico na literatura. O objetivo do trabalho é demonstrar que o problema de fluxo de carga pode ser formulado como um problema de otimização convexa do tipo programação cônica de segunda ordem, a partir das adaptações das equações de fluxo de carga propostas em

Figura 11 – Exemplo de cone rotacionado de acordo com (2.14c) e (2.14d), considerando $v = 1$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Expósito & Ramos (1999), permitindo sua resolução eficiente por métodos de pontos interiores. Os resultados indicam que a abordagem proposta produz soluções praticamente idênticas às do método tradicional, com baixo custo computacional e maior robustez numérica, especialmente em sistemas mal condicionados, além de facilitar a integração do fluxo de carga em problemas de otimização de sistemas de distribuição.

As convexificações das Equações (2.6) e (2.7) são realizadas conforme Jabr (2006), da seguinte forma:

Primeiramente, definem-se as variáveis empregadas no modelo reformulado, bem como suas relações com as variáveis do modelo original.

$$u_k = \frac{V_k^2}{\sqrt{2}} \quad (2.15)$$

$$R_{km} = V_k V_m \cos \theta_{km} \quad (2.16)$$

$$T_{km} = V_k V_m \sin \theta_{km} \quad (2.17)$$

Em seguida, aplicam-se as Equações (2.15), (2.16) e (2.17) nas Equações (2.6) e (2.7), obtendo-se:

$$P_k^G - P_k^D - \sqrt{2}G_{kk}u_k + \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km}R_{km} + B_{km}T_{km}) = 0, \quad k \in N \quad (2.18)$$

$$Q_k^G - Q_k^D + \sqrt{2}B_{kk}u_k + \sum_{m \in \Omega_k} (B_{km}R_{km} - G_{km}T_{km}) = 0, \quad k \in N \quad (2.19)$$

Em que:

- u_k Variável auxiliar u do modelo SOCP para a barra k ;
- R_{km} Variável auxiliar R do modelo SOCP para a linha km ;
- T_{km} Variável auxiliar T do modelo SOCP para a linha km ;
- Ω_k Conjunto contendo todas as barras que possuem conexão direta à barra k , excluindo a barra k .

Sempre que empregadas em um modelo de FPO, as Equações (2.18) e (2.19) devem ser acompanhadas da expressão que modela um cone rotacionado, destacada a seguir.

$$2u_k u_m \geq R_{km}^2 + T_{km}^2 \quad (2.20)$$

Adicionalmente, nota-se a partir das Equações (2.16) e (2.17) que:

$$R_{km} = R_{mk} \quad (2.21)$$

$$T_{km} = -T_{mk} \quad (2.22)$$

Dessa forma, o FPO no formato SOCP pode ser formulado como:

$$\begin{aligned} & \min \quad FOB \\ & \text{s.a.} \quad P_k^G - P_k^D - \sqrt{2}G_{kk}u_k + \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km}R_{km} + B_{km}T_{km}) = 0, \quad k \in N \\ & \quad \quad Q_k^G - Q_k^D + \sqrt{2}B_{kk}u_k + \sum_{m \in \Omega_k} (B_{km}R_{km} - G_{km}T_{km}) = 0 \quad k \in N \\ & \quad \quad 2u_k u_m \geq R_{km}^2 + T_{km}^2, \quad km \in \Upsilon \\ & \quad \quad R_{km} \geq 0, \quad km \in \Upsilon \\ & \quad \quad R_{km} = R_{mk}, \quad km \in \Upsilon \\ & \quad \quad T_{km} = -T_{mk}, \quad km \in \Upsilon \end{aligned} \quad (2.23)$$

Em que:

- Υ Conjunto das linhas do SDE.

Os relaxamentos apresentados em (2.23) são comprovadamente eficientes para a resolução de modelos referentes à sistemas radiais (Low, 2014b). Entretanto, como este trabalho considera

a inserção de malhas em SDEs decorrente da substituição de chaves NA por SOPs, torna-se necessário adotar uma estratégia para tratar as fases de tensão, as quais não são diretamente representadas pelo modelo em (2.23). Esse tratamento pode ser realizado por meio da representação indireta das fases de tensão, utilizando restrições baseadas na função arco tangente (Kocuk *et al.*, 2016), conforme apresentado na Equação (2.24). Tal abordagem permite evitar inconsistências nas fases de tensão ao longo dos ciclos.

$$\theta_m - \theta_k = \tan^{-1} \left(\frac{T_{km}}{R_{km}} \right), \quad km \in \Upsilon \quad (2.24)$$

2.4.3 Relaxamentos Cônicos Para os *Soft Open Points*

As equações (2.1) – (2.5), que representam com fidelidade a operação de um SOP, também são passíveis de adaptação ao modelo SOCP.

Primeiramente, observa-se a equação (2.2). Para a escrever em um formato adequado ao modelo SOCP, divide-se ambos os lados da igualdade por A_k^{SOP} :

$$\frac{P_k^{SOP,L}}{A_k^{SOP}} = \sqrt{(P_k^{SOP})^2 + (Q_k^{SOP})^2}. \quad (2.25)$$

Para eliminar o radical, eleva-se ambos os lados de (2.25):

$$\left(\frac{P_k^{SOP,L}}{A_k^{SOP}} \right)^2 = (P_k^{SOP})^2 + (Q_k^{SOP})^2. \quad (2.26)$$

Reescrevendo o lado esquerdo de (2.26):

$$\frac{(P_k^{SOP,L})^2}{(A_k^{SOP})^2} = 2 \left(\frac{P_k^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_k^{SOP}} \right) \left(\frac{P_k^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_k^{SOP}} \right). \quad (2.27)$$

Substituindo (2.27) em (2.26), obtêm-se o formato padrão da equação de um cone rotacionado.

$$(P_k^{SOP})^2 + (Q_k^{SOP})^2 = 2 \left(\frac{P_k^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_k^{SOP}} \right) \left(\frac{P_k^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_k^{SOP}} \right) \quad (2.28)$$

Através de passos semelhantes, a restrição de capacidade do *soft open point*, (2.4), pode ser reformulada para:

$$(P_k^{SOP})^2 + (Q_k^{SOP})^2 \leq 2 \left(\frac{S_k^{SOP}}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{S_k^{SOP}}{\sqrt{2}} \right). \quad (2.29)$$

2.5 TRABALHOS RELEVANTES

Alwash *et al.* (2022) buscou a minimização das perdas elétricas, em conjunto com a melhoria do perfil de tensão, através da alocação de SOPs em conjunto com reconfiguração de

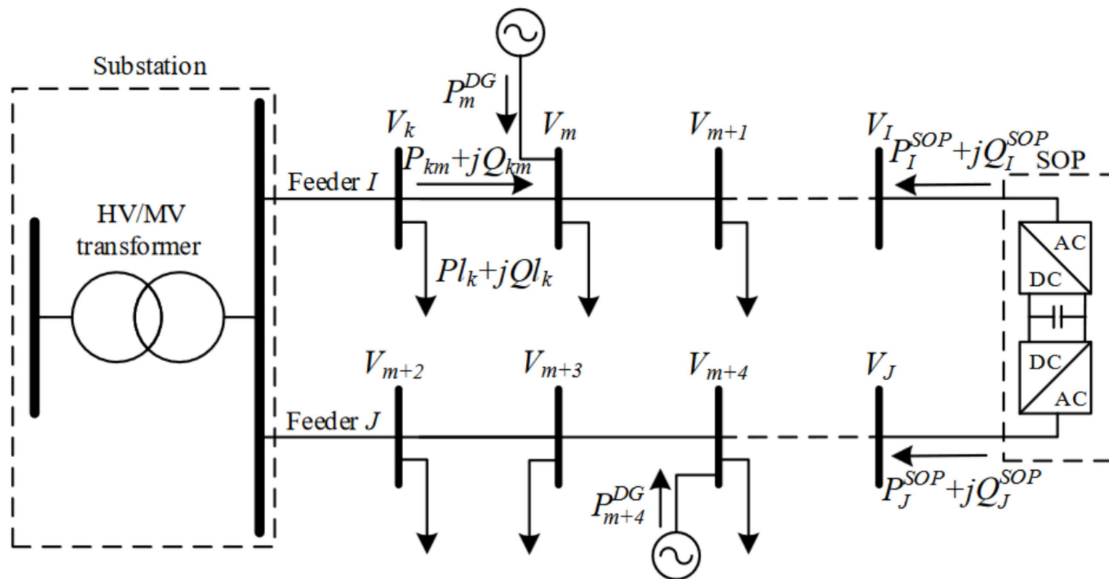
rede, fazendo uso do algoritmo de otimização do ciclo híbrido da água (HWCA, do inglês hybrid water cycle algorithm).

Ji *et al.* (2017) propôs-se a alcançar a melhoria do balanço de carga nos alimentadores com o emprego de *soft open points* e de sua capacidade de controlar o fluxo de potência em seus terminais. Ressalta-se também a utilização de programação cônica de segunda ordem.

Wang & Li (2024) fez a proposição de um modelo de planejamento coordenado de SOPs e sistemas de armazenamento de energia em baterias em redes de distribuição que enfrentam desequilíbrios entre a oferta de geração e a demanda de carga. A metodologia empregada baseou-se na construção de cenários típicos via agrupamento *K-means* para lidar com a incerteza da geração renovável.

de Oliveira *et al.* (2023) objetivou o planejamento da alocação de SOPs e reconfiguração de redes através de um modelo de otimização multiobjetivo, denominado sistema imune artificial multiobjetivo (MOAIS, do inglês *multi-objective artificial immune system*), com a finalidade de atingir o estado operativo que maximiza a capacidade de penetração de GD, além de minimizar as perdas elétricas e custos de operação, simultaneamente. Um diagrama esquemático que exemplifica a inserção de um SOP *back-to-back* VSC em um SDE é disposta na Figura 12.

Figura 12 – SDE com a presença de SOP



Fonte: de Oliveira *et al.* (2023)

Jabr (2025) explora relaxamentos convexos em problemas de FPO ao apresentar um método de aproximação externa para resolver um problema de FPO com variáveis discretas, que inclui decisões de chaveamento como seleção de geradores e controle de bancos de capacitores e indutores. Os resultados computacionais mostram que o método proposto alcança soluções de qualidade global com menor tempo computacional quando comparado a *solvers* comerciais.

Aplicações conjuntas dos SOPs e SOCP também possuem grande destaque na literatura, como em Ji *et al.* (2017), que propõe um método aprimorado baseado em programação cônica

de segunda ordem para o balanceamento de carga entre alimentadores em redes de distribuição ativas utilizando *soft open points* multi-terminais e Zhou *et al.* (2025b), que investiga a otimização conjunta da localização e da topologia de *soft open points* multi-terminais em redes de distribuição com alta penetração de fontes renováveis com o intuito de determinar quantos terminais tal equipamento deve possuir e quais alimentadores devem ser interconectados, de forma a reduzir perdas de potência e melhorar o perfil de tensão da rede.

2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo abordou uma descrição acerca dos *soft open points*, que são equipamentos com capacidade de controle de potência em tempo real utilizados em SDEs no lugar de chaves de interconexão, uma revisão acerca dos fundamentos teóricos principais relacionados a fluxo de potência, e, por fim, uma revisão acerca dos princípios de relaxamentos convexos, aplicados tando às equações de fluxo de potência quanto às que regem o comportamento dos SOPs. Trabalhos relacionados ao tema desta pesquisa e que a embasaram foram discutidos, a fim de que fosse possível identificar o estado da arte na área.

3 METODOLOGIA PROPOSTA

3.1 INTRODUÇÃO

A metodologia proposta neste trabalho tem como objetivo o estudo do planejamento de *soft open points* em sistemas de distribuição de energia elétrica com a presença de geradores eólicos e sistemas de armazenamento de energia em baterias, visando à minimização tanto das perdas elétricas quanto do corte dos geradores renováveis. Especificamente, busca-se determinar as posições de inserção de *soft open points* que possibilitem a redução simultânea das perdas e dos cortes de geração, considerando o caráter potencialmente conflitante entre esses objetivos. Isso ocorre porque, ao reduzir o corte, pode haver aumento no fluxo de potência ativa nas linhas, o que tende a intensificar as perdas por efeito Joule.

Adicionalmente, constitui objetivo desta dissertação analisar os benefícios da aplicação de relaxamentos convexos ao problema de fluxo de potência, por meio da formulação de FPOs que utilizam tanto a representação não linear das equações de fluxo de potência quanto suas versões relaxadas. As soluções obtidas por ambas as formulações são comparadas, a fim de verificar se a utilização de um espaço viável reformulado, ainda que em um modelo que preserve não convexidades, resulta em ganhos de qualidade nos valores das FOBs.

O planejamento da alocação de *soft open points* é realizado considerando dois estudos distintos. Inicialmente, no denominado Estudo 1, procede-se à alocação dos SOPs por inspeção, substituindo-se individualmente cada chave NA e avaliando-se o impacto dessa substituição por meio de uma função objetivo que pondera perdas e cortes em configurações distintas, elucidadas no Capítulo 4, que trata dos estudos de caso.

Na sequência, é conduzido o Estudo 2, cujo objetivo é obter soluções de alocação dos SOPs que otimizem simultaneamente perdas e cortes. Essa otimização conjunta é realizada por meio da elaboração da fronteira de Pareto, amplamente empregada na resolução de problemas com múltiplos critérios, ao permitir a obtenção de soluções que representam compromissos adequados entre os objetivos considerados. Nesse contexto, cabe ao modelador a seleção da solução mais apropriada, de acordo com critérios ou necessidades específicas. Utiliza-se um algoritmo baseado em computação evolucionária para a determinação do conjunto de soluções de Pareto.

3.2 ALOCAÇÃO POR INSPEÇÃO DOS *SOFT OPEN POINTS*

3.2.1 Descrição do Problema

Considerando as diversas possibilidades de alocação de *soft open points* em sistemas de distribuição de energia, uma vez que esses dispositivos podem substituir chaves NA convencionais, torna-se necessário empregar estratégias que permitam determinar, de forma eficiente, as melhores posições de instalação. O posicionamento mais adequado, por sua vez, depende do aspecto operacional a ser otimizado. Nesse contexto, o primeiro estudo tem como objetivo substituir,

de forma individual, as chaves NA por SOPs, analisando os efeitos dessa substituição tanto sobre as perdas técnicas diárias quanto sobre os cortes de geração dos GEs, em um horizonte de planejamento que emula uma operação diária, discretizado de forma horária.

Apresenta-se um breve tutorial utilizando o sistema de 16 barras proposto em Civanlar *et al.* (1988), com o objetivo de ilustrar o processo de alocação por inspeção dos SOPs. Inicialmente, conforme ilustrado na Figura 13, analisa-se a topologia base, que já considera a presença de geradores eólicos, permitindo o cálculo dos valores de referência das perdas técnicas e dos cortes dos GEs. Em seguida, a primeira chave NA do sistema, S_{14} , é substituída por um SOP, como mostrado na Figura 14, e os fluxos de potência ótimos são executados para avaliar os impactos sobre as perdas e os cortes decorrentes do posicionamento do SOP entre as barras 3 e 9.

Posteriormente, o SOP é reposicionado na segunda chave NA, S_{15} , enquanto S_{14} retorna ao seu estado normalmente aberto, resultando na topologia apresentada na Figura 15. Novamente, os FPOs são executados, e os efeitos sobre as perdas e os cortes são reavaliados. Na sequência, conforme a Figura 16, a chave S_{16} é substituída por um SOP, sendo as perdas e os cortes recalculados a partir de uma nova execução dos FPOs.

Por fim, os dois últimos casos consistem na avaliação das soluções considerando baterias acopladas aos geradores eólicos e o sistema com SOPs instalados em todas as posições correspondentes às chaves NA, situações ilustradas nas Figuras 17 e 18, respectivamente. Todos os casos descritos são resolvidos a partir de dois modelos distintos. O primeiro incorpora as equações não lineares de fluxo de potência, ao passo que o segundo utiliza os relaxamentos convexos previamente apresentados, de modo a possibilitar a avaliação das eventuais vantagens da formulação cônica de segunda ordem na obtenção de soluções de melhor qualidade. Um diagrama esquemático ilustrativo dos casos e das formulações é mostrado na Figura 19.

3.2.2 Modelagem do Problema de Otimização com FPO Não Linear

Primeiramente, detalha-se o primeiro problema de otimização empregado no primeiro estudo, que trata da alocação dos SOPs em SDEs por inspeção com a utilização de um fluxo de potência representado através das equações não lineares. É feita uma discussão acerca da função objetivo e restrições às quais a mesma está submetida, responsáveis pela composição do espaço de soluções.

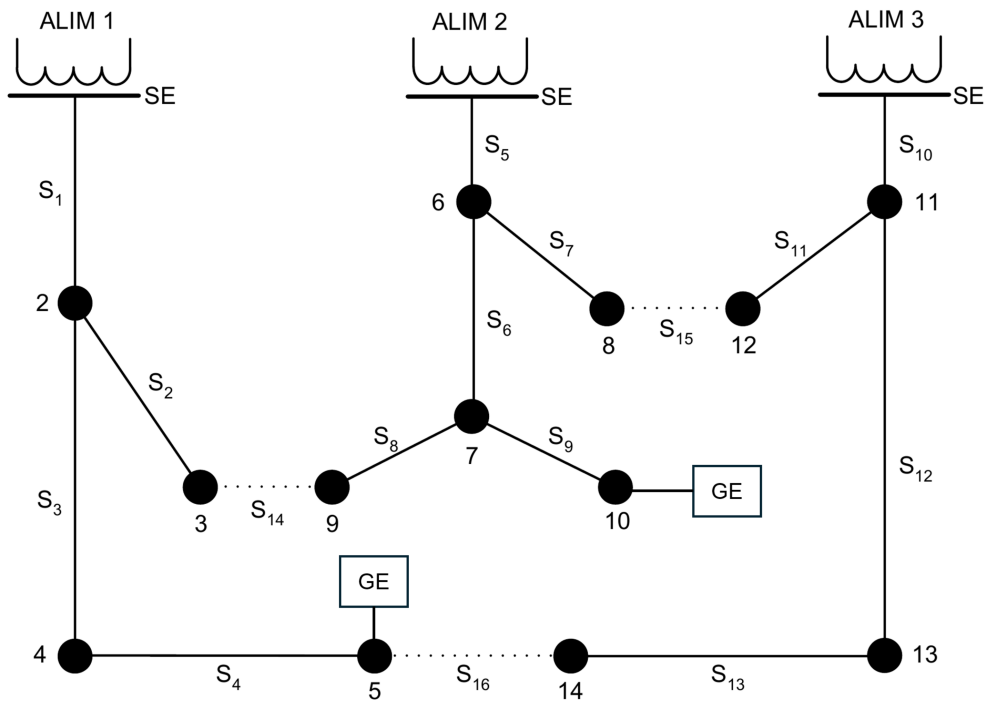
3.2.2.1 Função Objetivo

De acordo com o exposto anteriormente, a função objetivo deste modelo pode ser expressa da seguinte forma:

$$FOB_{NL} = \omega_1 \times perdas_{NL} + \omega_2 \times cortes \quad (3.1)$$

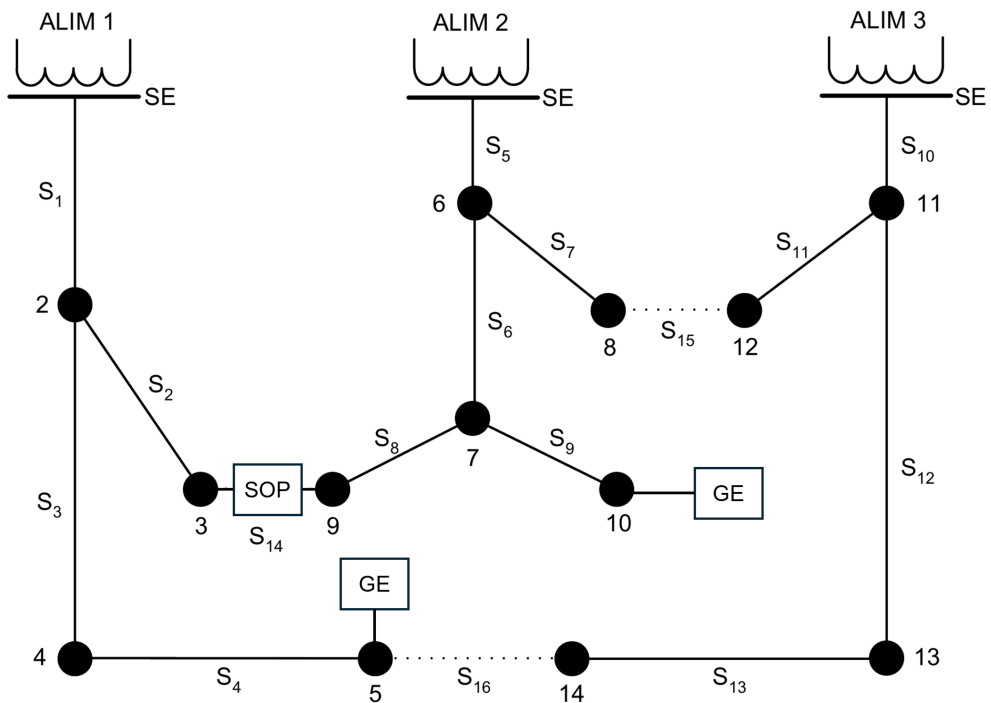
Em que:

Figura 13 – Sistema de 16 barras: topologia base.



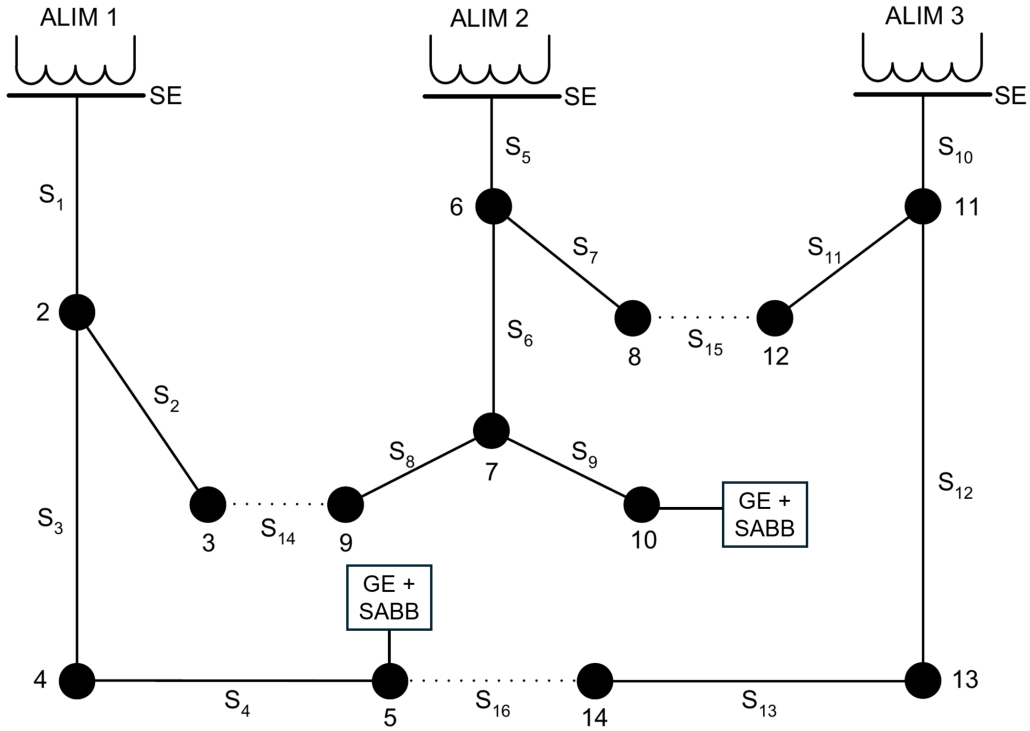
Fonte: Oliveira (2009)

Figura 14 – Sistema de 16 barras: SOP no lugar da chave S14.



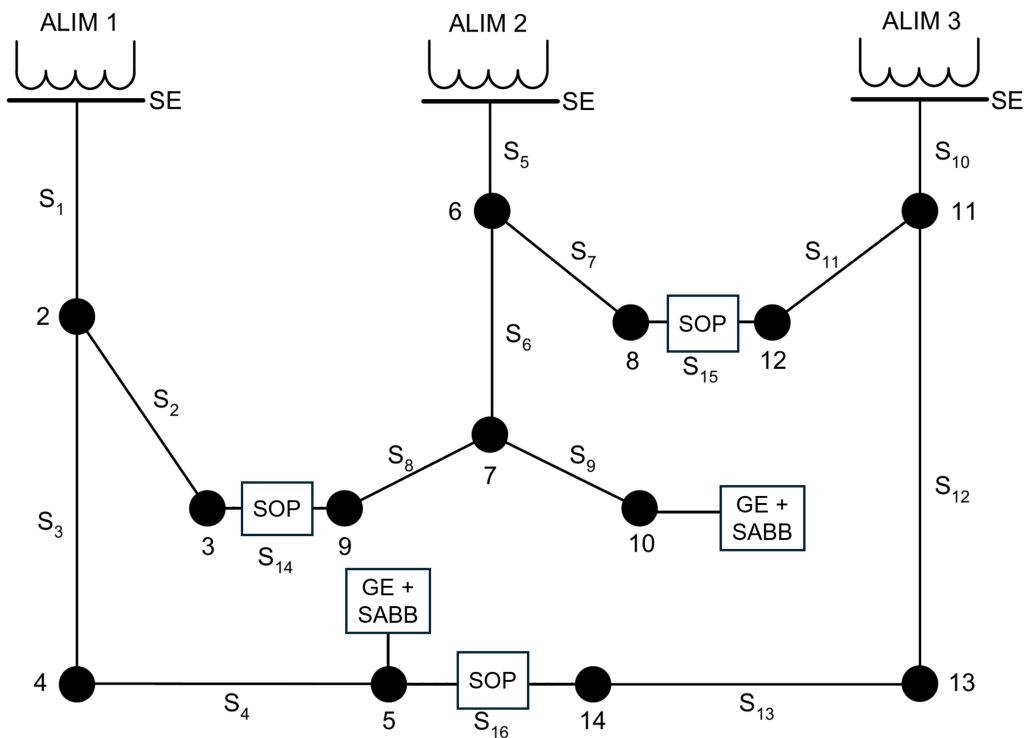
Fonte: Adaptado de Oliveira (2009)

Figura 17 – Sistema de 16 barras : SABB acoplados aos GEs



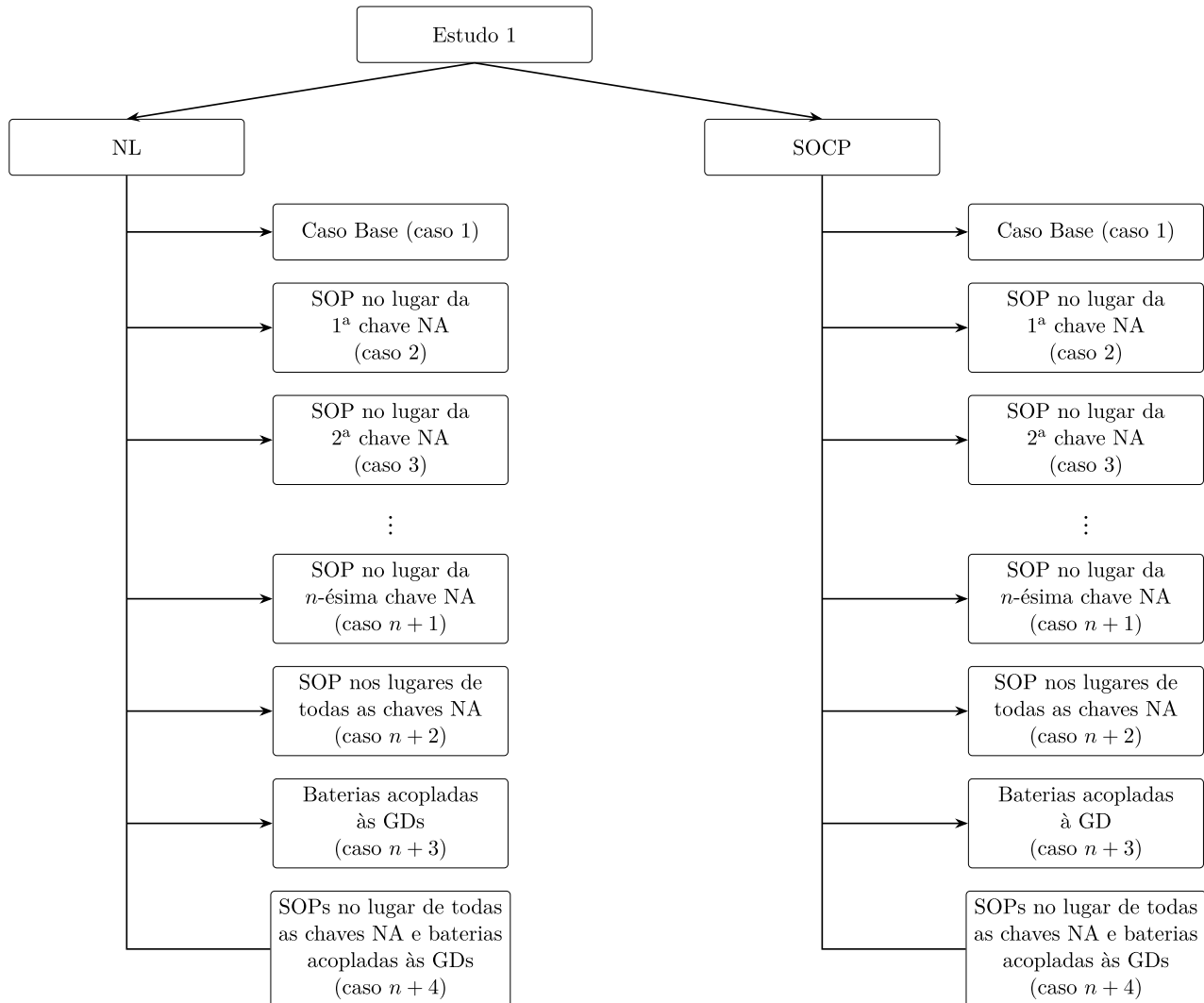
Fonte: Adaptado de Oliveira (2009)

Figura 18 – Sistema de 16 barras : SABB acoplados aos GEs e SOPs nos lugares das chaves NA



Fonte: Adaptado de Oliveira (2009)

Figura 19 – Diagrama esquemático da divisão entre formulações e casos para o Estudo 1



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

ω_1 Peso percentual da primeira parcela na FOB;

ω_2 Peso percentual da segunda parcela na FOB;

$perdas_{NL}$ Perdas técnicas ao longo do horizonte de planejamento na formulação NL;

$cortes$ Cortes de geração eólica ao longo do horizonte de planejamento.

As perdas técnicas de uma linha podem ser determinadas a partir da soma do fluxo de potência ativa que flui da barra k para a barra m com aquele que flui no sentido oposto (Monticelli, 1983). Ambas as expressões são apresentadas a seguir, nas Equações (3.2) e (3.3).

$$P_{km,t} = g_{km}V_{k,t}^2 - g_{km}V_{k,t}V_{m,t} \cos \theta_{km,t} - b_{km}V_{k,t}V_{m,t} \sen \theta_{km,t} \quad (3.2)$$

$$P_{mk,t} = g_{km}V_{m,t}^2 - g_{km}V_{k,t}V_{m,t} \cos \theta_{km,t} + b_{km}V_{k,t}V_{m,t} \sen \theta_{km,t} \quad (3.3)$$

Onde:

$P_{km,t}$	Fluxo de potência ativa que flui da barra k para a m no período t ;
$P_{mk,t}$	Fluxo de potência ativa que flui da barra m para a k no período t ;
g_{km}	Condutância da linha km ;
b_{km}	Susceptância da linha km ;
$V_{k,t}$	Módulo de tensão na barra k e período t ;
$V_{m,t}$	Módulo de tensão na barra m e período t ;
$\theta_{km,t}$	Diferença entre as fases das tensões nos terminais da linha km , no período t .

Dessa forma, a primeira parcela de (3.1), $perdas_{NL}$, é dada pela Equação (3.4), disposta a seguir.

$$perdas_{NL} = \sum_{km \in \Upsilon} \sum_{t \in T} (P_{km,t} + P_{mk,t}) = \sum_{km \in \Upsilon} \sum_{t \in T} g_{km} V_{k,t}^2 + g_{km} V_{m,t}^2 - 2g_{km} V_{k,t} V_{m,t} \cos \theta_{km,t} \quad (3.4)$$

Em que:

T Conjunto de períodos do horizonte de planejamento.

Já a segunda parcela de (3.1), $cortes$, é calculada a partir de:

$$cortes = \sum_{k \in \varepsilon} \sum_{t \in T} P_{k,t}^{EOL,C} \quad (3.5)$$

Em que se define:

ε Conjunto de barras do SDE com geradores eólicos;

$P_{k,t}^{EOL,C}$ Corte de geração no GE posicionado na barra k e período t .

3.2.2.2 Restrições

A seguir, são detalhadas as restrições consideradas no modelo de fluxo de potência ótimo não linear empregado no estudo de alocação por inspeção dos *soft open points*, incluindo os limites operativos das tensões nodais do sistema, as restrições de fluxo nas linhas e as restrições associadas aos equipamentos.

Primeiramente, de modo a respeitar a conservação de potência ativa nas barras do SDE, são modeladas as restrições de injeção de potência e balanço de potência ativa, a partir das Equações (3.6) e (3.7).

$$P_{k,t}^{NL} = V_{k,t} \sum_{m \in K} V_{m,t} (G_{km} \cos \theta_{km,t} + B_{km,t} \sin \theta_{km,t}), \quad k \in N \quad (3.6)$$

$$P_{k,t}^G + P_{k,t}^{SOP} + \alpha_{k,t} \overline{P_k^{EOL}} + P_{k,t}^{BAT,DCH} - P_{k,t}^{BAT,CH} - \lambda_{k,t} P_k^D - P_{k,t}^{EOL,C} - P_{k,t}^{NL} = 0, \quad k \in N \quad (3.7)$$

Sendo:

$P_{k,t}^{NL}$	Injeção de potência ativa na barra k e período t para a formulação não linear;
$P_{k,t}^G$	Potência gerada na barra k e período t , se a barra k for uma subestação (SE);
$P_{k,t}^{SOP}$	Potência ativa do SOP na barra k e período t , se a barra k for terminal de SOP;
$\alpha_{k,t}$	Fator multiplicativo da geração eólica na barra k e período t , retirado da curva de geração do GE da barra k , caso a barra k possua GE;
$\overline{P_k^{EOL}}$	Capacidade nominal do gerador eólico da barra k , se houver GE na barra k ;
$P_{k,t}^{BAT,DCH}$	Potência de descarga da bateria na barra k e período t se houver SABB na barra k ;
$P_{k,t}^{BAT,CH}$	Potência de carga da bateria na barra k e período t , se houver SABB na barra k ;
$\lambda_{k,t}$	Nível de carga ativa na barra k no instante t , retirado da curva de carga do SDE;
P_k^D	Demanda ativa nominal na barra k .

De forma análoga ao balanço de potência ativa, a potência reativa em cada barra do sistema também deve ser equilibrada. Para isso, utilizam-se as restrições apresentadas nas Equações (3.8) e (3.9).

$$Q_{k,t}^{NL} = V_{k,t} \sum_{m \in K} V_{m,t} (G_{km} \sin \theta_{km,t} - B_{km,t} \cos \theta_{km,t}), \quad k \in N \quad (3.8)$$

$$Q_{k,t}^G + Q_{k,t}^{SOP} - \sigma_{k,t} Q_k^D - Q_{k,t}^{NL} = 0, \quad k \in N \quad (3.9)$$

$Q_{k,t}^{NL}$	Injeção de potência reativa na barra k e período t para a formulação não linear;
$Q_{k,t}^G$	Potência reativa gerada na barra k e período t , se a barra k for uma SE;
$Q_{k,t}^{SOP}$	Potência reativa do SOP na barra k e período t , se a barra k for terminal de SOP;
$\sigma_{k,t}$	Nível de carga reativa na barra k no instante t , retirado da curva de carga do SDE;
Q_k^D	Demanda reativa nominal na barra k ;

Os geradores devem ter seus limites de geração de potências ativa e reativa representados no modelo matemático de acordo com seus limites operacionais. Para tanto, as restrições mostradas em (3.10) e (3.11) são utilizadas.

$$\underline{P}_k^G \leq P_{k,t}^G \leq \overline{P}_k^G, \quad k \in G \quad (3.10)$$

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_{k,t}^G \leq \overline{Q}_k^G, \quad k \in G \quad (3.11)$$

Em que:

$\underline{P}_{k,t}^G$	Limite inferior de geração de potência ativa na barra k e período t ;
$\overline{P}_{k,t}^G$	Limite superior de geração de potência ativa na barra k e período t ;
$\underline{Q}_{k,t}^G$	Limite inferior de geração de potência reativa na barra k e período t ;
$\overline{Q}_{k,t}^G$	Limite superior de geração de potência reativa na barra k e período t ;
G	Conjunto das barras com SE.

Não obstante, os valores de tensão nodais são limitados, tanto em magnitude quanto em fase. Tais condições são apresentadas nas Equações (3.12) e (3.13).

$$\underline{V}_k \leq V_{k,t} \leq \overline{V}_k, \quad k \in N \quad (3.12)$$

$$\underline{\theta}_k \leq \theta_{k,t} \leq \overline{\theta}_k, \quad k \in N \quad (3.13)$$

Em que:

$\underline{V}_{k,t}$	Limite inferior de tensão, em módulo, na barra k e período t ;
$\overline{V}_{k,t}$	Limite superior de tensão, em módulo, na barra k e período t ;
$\underline{\theta}_{k,t}$	Limite inferior de tensão, em fase, na barra k e período t ;
$\overline{\theta}_{k,t}$	Limite superior de tensão, em fase, na barra k e período t .

Os cortes de geração eólica também devem ser limitados, uma vez que, para um determinado período, assumem valores positivos cujo limite superior corresponde à capacidade nominal do GE multiplicada pelo respectivo fator da curva de geração. Dessa forma, têm-se a restrição (3.14).

$$0 \leq P_{k,t}^{EOL,C} \leq \alpha_{k,t} \overline{P}_k^{EOL}, \quad k \in \varepsilon \quad (3.14)$$

A limitação dos fluxos de potência ativa nas linhas é essencial para garantir a segurança e a operação adequada do sistema, evitando sobrecargas e assegurando que os limites operacionais dos equipamentos sejam respeitados. Este trabalho considera limites nos fluxos de potência ativa passantes nas linhas de acordo com as Equações (3.15) e (3.16).

$$-\overline{P_{km}} \leq g_{km}V_{k,t}^2 - g_{km}V_{k,t}V_{m,t} \cos \theta_{km,t} - b_{km}V_{k,t}V_{m,t} \sen \theta_{km,t} \leq \overline{P_{km}}, \quad km \in \Upsilon \quad (3.15)$$

$$-\overline{P_{km}} \leq g_{km}V_m^2 - g_{km}V_{k,t}V_{m,t} \cos \theta_{km,t} + b_{km}V_{k,t}V_{m,t} \sen \theta_{km,t} \leq \overline{P_{km}}, \quad km \in \Upsilon \quad (3.16)$$

Onde:

$\overline{P_{km}}$ Limite de fluxo de potência ativa entre as barras k e m .

Com o objetivo de representar de forma precisa a operação dos *soft open points*, este modelo incorpora restrições que descrevem o comportamento desses equipamentos. Em (3.17) São consideradas as restrições de balanço de potência ativa dos SOPs. Já as expressões empregadas no cálculo das perdas internas em ambos os terminais dos SOPs são dadas por (3.18) e (3.19). Por fim, (3.20) e (3.21) são empregadas para a garantia de que a potência aparente em cada terminal não ultrapasse sua capacidade nominal.

$$P_{k,t}^{SOP} + P_{m,t}^{SOP} + P_{k,t}^{SOP,L} + P_{m,t}^{SOP,L} = 0, \quad km \in \Gamma \quad (3.17)$$

$$P_{k,t}^{SOP,L} = A_k^{SOP} \sqrt{(P_{k,t}^{SOP})^2 + (Q_{k,t}^{SOP})^2}, \quad k \in I \quad (3.18)$$

$$P_{m,t}^{SOP,L} = A_m^{SOP} \sqrt{(P_{m,t}^{SOP})^2 + (Q_{m,t}^{SOP})^2}, \quad m \in J \quad (3.19)$$

$$\sqrt{(P_{k,t}^{SOP})^2 + (Q_{k,t}^{SOP})^2} \leq \overline{S_k^{SOP}}, \quad k \in I \quad (3.20)$$

$$\sqrt{(P_{m,t}^{SOP})^2 + (Q_{m,t}^{SOP})^2} \leq \overline{S_m^{SOP}}, \quad m \in J \quad (3.21)$$

Em que:

$P_{k,t}^{SOP}$ Potência ativa do SOP na barra k e período t , caso k seja um terminal DE de um SOP;

$P_{m,t}^{SOP}$ Potência ativa do SOP na barra m e período t , caso m seja um terminal PARA de um SOP;

$P_{k,t}^{SOP,L}$	Potência ativa dissipada pelo SOP na barra k e período t , caso k seja um terminal DE de um SOP;
$P_{m,t}^{SOP,L}$	Potência ativa dissipada pelo SOP na barra m e período t , caso m seja um terminal PARA de um SOP;
Γ	Conjunto de linhas do SDE com SOPs;
$Q_{k,t}^{SOP}$	Potência reativa do SOP na barra k e período t , caso k seja um terminal DE de um SOP;
I	Conjunto das barras do SDE que são terminais DE dos SOPs;
$Q_{m,t}^{SOP}$	Potência reativa do SOP na barra m e período t , caso k seja um terminal PARA de um SOP;
J	Conjunto das barras do SDE que são terminais PARA dos SOPs;

Por fim, consideram-se as restrições específicas dos sistemas de armazenamento de energia em baterias. A restrição formulada em (3.22) representa a unicidade dos estados da bateria, que não pode carregar e descarregar simultaneamente. As expressões (3.23) e (3.24) representam os limites das potências de carga e descarga das baterias, respectivamente. Na Equação (3.25) é modelada a atualização do estado de carga (SOC, do inglês *state of charge*), grandeza que é modificada em função da potência de carga e descarga do equipamento durante o avanço dos períodos do horizonte de planejamento. Ainda, os limites máximos dos SOCs de cada SABB do SDE são representados em (3.26).

$$P_{k,t}^{BAT,CH} \cdot P_{k,t}^{BAT,DCH} = 0, \quad k \in B \quad (3.22)$$

$$0 \leq P_{k,t}^{BAT,CH} \leq \overline{P_k^{BAT}}, \quad k \in B \quad (3.23)$$

$$0 \leq P_{k,t}^{BAT,DCH} \leq \overline{P_k^{BAT}}, \quad k \in B \quad (3.24)$$

$$SOC_{k,t} = \begin{cases} SOC_{k,t-1} + \eta_k^{CH} P_{k,t-1}^{BAT,CH} - \frac{1}{\eta_k^{DCH}} P_{k,t-1}^{BAT,DCH}, & t > 1, \\ SOC_k^{inic}, & t = 1. \end{cases}, \quad k \in B \quad (3.25)$$

$$\underline{SOC_k} \leq SOC_{k,t} \leq \overline{SOC_k}, \quad k \in B \quad (3.26)$$

Em que se tem:

B	Conjunto das barras do SDE que contém SABB;
$\overline{P}_{k,t}^{BAT}$	Limite superior para a potências ativas de carga e descarga do SABB conectado à barra k durante o período t , caso k seja uma barra com SABB;
$SOC_{k,t}$	SOC do SABB conectado à barra k durante o período t , caso k seja uma barra com SABB;
η_k^{CH}	Eficiência do processo de carga do SABB conectado à barra k , caso k seja uma barra com SABB;
η_k^{DCH}	Eficiência do processo de descarga do SABB conectado à barra k , caso k seja uma barra com SABB;
SOC_k^{inic}	SOC inicial do SABB conectado à barra k , caso k seja uma barra com SABB;
\underline{SOC}_k	Limite inferior para o SOC da bateria conectada à barra k , caso k seja uma barra com SABB;
\overline{SOC}_k	Limite superior para o SOC da bateria conectada à barra k , caso k seja uma barra com SABB.

3.2.2.3 Formulação Proposta

Com o objetivo de realizar a alocação dos *soft open points* por inspeção, com a utilização de um modelo de fluxo de potência ótimo não linear, a FOB e as restrições previamente detalhadas são agrupadas no modelo formulado a seguir.

$$\begin{aligned}
\min \quad & FOB_{NL} \tag{3.27} \\
\text{s.a.} \quad & P_{k,t}^G + P_{k,t}^{SOP} + \alpha_{k,t} \overline{P}_k^{EOL} + P_{k,t}^{BAT,DCH} - P_{k,t}^{BAT,CH} - \lambda_{k,t} P_k^D - P_{k,t}^{EOL,C} - P_{k,t}^{NL} = 0, \quad k \in N \\
& P_{k,t} = V_{k,t} \sum_{m \in K} V_{m,t} (G_{km} \cos \theta_{km,t} + B_{km,t} \sin \theta_{km,t}), \quad k \in N \\
& Q_{k,t}^G + Q_{k,t}^{SOP} - \sigma_{k,t} Q_k^D - Q_{k,t}^{NL} = 0, \quad k \in N \\
& Q_{k,t}^{NL} = V_{k,t} \sum_{m \in K} V_{m,t} (G_{km} \sin \theta_{km,t} - B_{km,t} \cos \theta_{km,t}), \quad k \in N \\
& \underline{P}_k^G \leq P_{k,t}^G \leq \overline{P}_k^G, \quad k \in G \\
& \underline{Q}_k^G \leq Q_{k,t}^G \leq \overline{Q}_k^G, \quad k \in G \\
& \underline{V}_k \leq V_{k,t} \leq \overline{V}_k, \quad k \in N \\
& \underline{\theta}_k \leq \theta_{k,t} \leq \overline{\theta}_k, \quad k \in N \\
& 0 \leq P_{k,t}^{EOL,C} \leq \alpha_{k,t} \overline{P}_k^{EOL}, \quad k \in \varepsilon
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\overline{P_{km}} &\leq g_{km} V_{k,t}^2 - g_{km} V_{k,t} V_{m,t} \cos \theta_{km,t} - b_{km} V_{k,t} V_{m,t} \sin \theta_{km,t} \leq \overline{P_{km}}, \quad km \in \Upsilon \\
-\overline{P_{km}} &\leq g_{km} V_m^2 - g_{km} V_{k,t} V_{m,t} \cos \theta_{km,t} + b_{km} V_{k,t} V_{m,t} \sin \theta_{km,t} \leq \overline{P_{km}}, \quad km \in \Upsilon \\
P_{k,t}^{SOP} + P_{m,t}^{SOP} + P_{k,t}^{SOP,L} + P_{m,t}^{SOP,L} &= 0 \\
P_{k,t}^{SOP,L} &= A_k^{SOP} \sqrt{(P_{k,t}^{SOP})^2 + (Q_{k,t}^{SOP})^2}, \quad k \in I \\
P_{m,t}^{SOP,L} &= A_m^{SOP} \sqrt{(P_{m,t}^{SOP})^2 + (Q_{m,t}^{SOP})^2}, \quad m \in J \\
\sqrt{(P_{k,t}^{SOP})^2 + (Q_{k,t}^{SOP})^2} &\leq \overline{S_k^{SOP}}, \quad k \in I \\
\sqrt{(P_{m,t}^{SOP})^2 + (Q_{m,t}^{SOP})^2} &\leq \overline{S_m^{SOP}}, \quad m \in J \\
P_{k,t}^{BAT,CH} \cdot P_{k,t}^{BAT,DCH} &= 0, \quad k \in B \\
0 \leq P_{k,t}^{BAT,CH} &\leq \overline{P_k^{BAT}}, \quad k \in B \\
0 \leq P_{k,t}^{BAT,DCH} &\leq \overline{P_k^{BAT}}, \quad k \in B \\
SOC_{k,t} &= \begin{cases} SOC_{k,t-1} + \eta_k^{CH} P_{k,t-1}^{BAT,CH} - \frac{1}{\eta_k^{DCH}} P_{k,t-1}^{BAT,DCH}, & t > 1 \\ SOC_k^{inic}, & t = 1 \end{cases}, \quad k \in B \\
\underline{SOC_k} \leq SOC_{k,t} &\leq \overline{SOC_k}, \quad k \in B
\end{aligned}$$

3.2.3 Modelagem do Problema de Otimização com FPO Cônico de Segunda Ordem

Nesta subseção, apresenta-se, de forma detalhada, o segundo problema de otimização considerado no primeiro estudo, voltado à alocação dos SOPs em SDEs por inspeção. Para isso, emprega-se um modelo no qual as equações não lineares relacionadas ao fluxo de potência são reformuladas por meio de relaxamentos convexos oriundos da programação cônica de segunda ordem, conforme proposto em Jabr (2006) e Jabr (2025) e descrito no Capítulo 2.

3.2.3.1 Função Objetivo

A função objetivo do segundo modelo considerado no Estudo 1 é apresentada na Equação (3.28).

$$FOB_{SOCP} = \omega_1 \times \text{perdas}_{SOCP} + \omega_2 \times \text{cortes} \quad (3.28)$$

Para o cômputo de perdas_{SOCP} na primeira parcela de (3.28), a expressão matemática utilizada no cálculo das perdas técnicas, detalhada pela Equação (3.4), deve ser reformulada através da aplicação dos relaxamentos convexos descritos no Capítulo 2.

Para tanto, as Equações (2.15), (2.16) e (2.17) devem ser aplicadas na Equação (3.4). Tal processo de substituição de variáveis resulta na Equação (3.29).

$$perdas_{SOCP} = \sum_{km \in \Upsilon} \sum_{t \in T} G_{km} \left(\sqrt{2} u_{k,t} + \sqrt{2} u_{m,t} - 2R_{km,t} \right) \quad (3.29)$$

Onde:

$perdas_{SOCP}$	Perdas técnicas ao longo do horizonte de planejamento na formulação SOCP;
$u_{k,t}$	Variável auxiliar u do modelo SOCP para a barra k e período t ;
$R_{km,t}$	Variável auxiliar R do modelo SOCP para a linha km e período t .

O cálculo da parcela referente aos cortes segue o mesmo padrão da formulação não linear:

$$cortes = \sum_{k \in \varepsilon} \sum_{t \in T} P_{k,t}^{EOL,C} \quad (3.5)$$

3.2.3.2 Restrições

São descritas, a seguir, as principais restrições incorporadas ao modelo de fluxo de potência ótimo com programação cônica de segunda ordem aplicado ao estudo de alocação por inspeção dos soft open points, abrangendo limites operativos de tensão, restrições de fluxo nas linhas e demais condições associadas aos equipamentos utilizados.

Como feito no modelo de FPO não linear, são consideradas as restrições associadas à injeção de potência e balanço de potência ativa. No entanto, para o cômputo das injeções de potência ativa, os relaxamentos convexos referentes à programação cônica de segunda ordem são aplicados nas Equações (3.6), o que resulta em (3.30).

$$P_{k,t}^{SOCP} = \sqrt{2} G_{kk} u_{k,t} + \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} R_{km,t} + B_{km} T_{km,t}), \quad k \in N \quad (3.30)$$

Em que:

$P_{k,t}^{SOCP}$	Injeção de potência ativa na barra k e período t para a formulação cônica de segunda ordem;
$T_{km,t}$	Variável auxiliar T do modelo SOCP para a linha km e período t .

Expostas as adaptações necessárias na restrição de cômputo das injeções de potência ativa, destaca-se a restrição de balanço de potência ativa na Equação (3.31).

$$P_{k,t}^G + P_{k,t}^{SOP} + \alpha_{k,t} \overline{P_k^{EOL}} + P_{k,t}^{BAT,DCH} - P_{k,t}^{BAT,CH} - \lambda_{k,t} P_k^D - P_{k,t}^{EOL,C} - P_{k,t}^{SOCP} = 0, \quad k \in N \quad (3.31)$$

A elaboração das restrições de injeção e balanço de potência reativa nas barras do SDE segue processo análogo às potências ativas. Dessa forma, têm-se que:

$$Q_{k,t}^{SOCP} = -\sqrt{2}B_{kk}u_{k,t} - \sum_{m \in \Omega_k} (B_{km}R_{km,t} - G_{km}T_{km,t}), \quad k \in N \quad (3.32)$$

$$Q_{k,t}^G + Q_{k,t}^{SOP} - \sigma_{k,t}Q_k^D - Q_{k,t}^{SOCP} = 0, \quad k \in N \quad (3.33)$$

Sendo:

$Q_{k,t}^{SOCP}$ Injeção de potência ativa na barra k e período t para a formulação cônica de segunda ordem.

Na formulação SOCP, as restrições que representam os limites operacionais dos geradores são análogas às consideradas no modelo não linear.

$$\underline{P}_{k,t}^G \leq P_{k,t}^G \leq \overline{P}_k^G, \quad k \in G \quad (3.10)$$

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_{k,t}^G \leq \overline{Q}_k^G, \quad k \in G \quad (3.11)$$

Os limites das magnitudes de tensão nodal, representados pelas restrições (3.12) na formulação NL, são considerados de forma indireta no modelo SOCP. Para garantir que as tensões permaneçam dentro dos limites operativos dos SDEs, as variáveis auxiliares $u_{k,t}$ são limitadas de acordo com a relação entre u e V . Dessa forma, a restrição empregada para esse fim é apresentada na Equação (3.34).

$$\frac{V_k^2}{\sqrt{2}} \leq u_{k,t} \leq \frac{\overline{V}_k^2}{\sqrt{2}}, \quad k \in N \quad (3.34)$$

As fases das tensões, por sua vez, são limitadas diretamente, em razão da forma como essas variáveis são representadas no modelo cônico adotado neste trabalho. Dessa maneira, a restrição que modela a limitação dos ângulos de tensão é a mesma empregada no modelo não linear anterior, sendo reapresentada a seguir.

$$\underline{\theta}_k \leq \theta_{k,t} \leq \overline{\theta}_k, \quad k \in N \quad (3.13)$$

Para a adequação à formulação de um modelo de programação cônica de segunda ordem, como descrito pelo problema proposto em (2.23), a formulação SOCP utilizada no segundo modelo utilizado no Estudo 1 leva em consideração as restrições representativas do cone rotacionado, em destaque na expressão (3.35), além das relações intrínsecas às variáveis auxiliares definidas no Capítulo 2. Portanto, são utilizadas as restrições (3.35), (3.36) e (3.37).

$$2u_{k,t}u_{m,t} \geq R_{km,t}^2 + T_{km,t}^2, \quad km \in \Upsilon \quad (3.35)$$

$$R_{km,t} = R_{mk,t}, \quad km \in \Upsilon \quad (3.36)$$

$$T_{km,t} = -T_{mk,t}, \quad km \in \Upsilon \quad (3.37)$$

Adicionalmente, como as variáveis referentes às fases das tensões nodais em cada período são consideradas de forma explícita no presente modelo, torna-se necessário associá-las às variáveis auxiliares da formulação SOCP. Tal associação é realizada por meio da estratégia apresentada em (2.24), conforme expresso na Equação (3.38).

$$\theta_{m,t} - \theta_{k,t} = \tan^{-1} \left(\frac{T_{km,t}}{R_{km,t}} \right), \quad km \in \Upsilon \quad (3.38)$$

No modelo em questão, reaproveita-se a restrição associada aos cortes de geração eólica, uma vez que estes devem permanecer limitados a valores positivos e ter como limite superior a capacidade nominal do GE multiplicada pelo respectivo fator da curva de geração, tal como feito anteriormente. Assim, mantém-se a restrição (3.14).

$$0 \leq P_{k,t}^{EOL,C} \leq \alpha_{k,t} \overline{P_k^{EOL}} \quad (3.14)$$

Mantêm-se também, neste modelo, as restrições para os fluxos de potência ativa nas linhas definidas pelas Equações (3.15) e (3.16). No entanto, tal como feito para a obtenção da expressão (3.29), além das restrições (3.30) e (3.32), os relaxamentos convexos descritos pela substituição das variáveis auxiliares do modelo SOCP é realizado. Os resultados são exibidos nas expressões (3.39) e (3.40).

$$-\overline{P_{km}} \leq \sqrt{2}g_{km}u_{k,t} - g_{km}R_{km,t} - b_{km}T_{km,t} \leq \overline{P_{km}}, \quad km \in \Upsilon \quad (3.39)$$

$$-\overline{P_{km}} \leq \sqrt{2}g_{km}u_{m,t} - g_{km}R_{km,t} + b_{km}T_{km,t} \leq \overline{P_{km}}, \quad km \in \Upsilon \quad (3.40)$$

As restrições associadas aos SOPs para balanço de potência, perdas internas e limites de capacidade também são consideradas. Contudo, elas são reformuladas de acordo com os relaxamentos convexos cônicos de segunda ordem. Esse procedimento é detalhado no Capítulo 2, e as restrições resultantes empregadas no presente modelo são apresentadas a seguir, de (3.41) a (3.45). Percebe-se de (3.42) a (3.45), as restrições apresentam o formato da inequação do cone rotacionado.

$$P_{k,t}^{SOP} + P_{m,t}^{SOP} + P_{k,t}^{SOP,L} + P_{m,t}^{SOP,L} = 0, \quad km \in \Gamma \quad (3.41)$$

$$(P_{k,t}^{SOP})^2 + (Q_{k,t}^{SOP})^2 \leq 2 \left(\frac{P_{k,t}^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_k^{SOP}} \right) \left(\frac{P_{k,t}^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_k^{SOP}} \right), \quad k \in I \quad (3.42)$$

$$(P_{m,t}^{SOP})^2 + (Q_{m,t}^{SOP})^2 \leq 2 \left(\frac{P_{m,t}^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_m^{SOP}} \right) \left(\frac{P_{m,t}^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_m^{SOP}} \right), \quad m \in J \quad (3.43)$$

$$(P_{k,t}^{SOP})^2 + (Q_{k,t}^{SOP})^2 \leq 2 \left(\frac{\overline{S}_k^{SOP}}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\overline{S}_k^{SOP}}{\sqrt{2}} \right), \quad k \in I \quad (3.44)$$

$$(P_{m,t}^{SOP})^2 + (Q_{m,t}^{SOP})^2 \leq 2 \left(\frac{\overline{S}_m^{SOP}}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\overline{S}_m^{SOP}}{\sqrt{2}} \right), \quad m \in J \quad (3.45)$$

Por fim, as restrições associadas aos sistemas de armazenamento de energia em baterias não passam por modificações e são utilizadas conforme apresentado no modelo não linear anterior. Essas restrições são rerepresentadas a seguir.

$$P_{k,t}^{BAT,CH} \cdot P_{k,t}^{BAT,DCH} = 0, \quad k \in B \quad (3.22)$$

$$0 \leq P_{k,t}^{BAT,CH} \leq \overline{P}_k^{BAT}, \quad k \in B \quad (3.23)$$

$$0 \leq P_{k,t}^{BAT,DCH} \leq \overline{P}_k^{BAT}, \quad k \in B \quad (3.24)$$

$$SOC_{k,t} = \begin{cases} SOC_{k,t-1} + \eta_k^{CH} P_{k,t-1}^{BAT,CH} - \frac{1}{\eta_k^{DCH}} P_{k,t-1}^{BAT,DCH}, & t > 1, \\ SOC_k^{inic}, & t = 1. \end{cases}, \quad k \in B \quad (3.25)$$

$$\underline{SOC}_k \leq SOC_{k,t} \leq \overline{SOC}_k, \quad k \in B \quad (3.26)$$

3.2.3.3 Formulação Proposta

Para realizar a alocação dos *soft open points* por inspeção com o modelo de fluxo de potência cônico de segunda ordem, a FOB e as restrições apresentadas na seção anterior são reunidas no modelo formulado a seguir.

$$\min \quad FOB_{SOCP} \quad (3.46)$$

$$\text{s.a.} \quad P_{k,t}^G + P_{k,t}^{SOP} + \alpha_{k,t} \overline{P}_k^{EOL} + P_{k,t}^{BAT,DCH} - P_{k,t}^{BAT,CH} - \lambda_{k,t} P_k^D - P_{k,t}^{EOL,C} - P_{k,t}^{SOCP} = 0, \quad k \in N$$

$$P_{k,t}^{SOCP} = \sqrt{2} G_{kk} u_{k,t} + \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} R_{km,t} + B_{km} T_{km,t}), \quad k \in N$$

$$Q_{k,t}^G + Q_{k,t}^{SOP} - \sigma_{k,t} Q_k^D - Q_{k,t}^{SOCP} = 0, \quad k \in N$$

$$Q_{k,t}^{SOCP} = -\sqrt{2} B_{kk} u_{k,t} - \sum_{m \in \Omega_k} (B_{km} R_{km,t} - G_{km} T_{km,t}), \quad k \in N$$

$$\underline{P}_k^G \leq P_{k,t}^G \leq \overline{P}_k^G, \quad k \in G$$

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_{k,t}^G \leq \overline{Q}_k^G, \quad k \in G$$

$$\frac{V_k^2}{\sqrt{2}} \leq u_{k,t} \leq \frac{\overline{V}_k^2}{\sqrt{2}}, \quad k \in N$$

$$\underline{\theta}_k \leq \theta_{k,t} \leq \overline{\theta}_k, \quad k \in N$$

$$2u_{k,t}u_{m,t} \geq R_{km,t}^2 + T_{km,t}^2, \quad km \in \Upsilon$$

$$R_{km,t} = R_{mk,t}, \quad km \in \Upsilon$$

$$T_{km,t} = -T_{mk,t}, \quad km \in \Upsilon$$

$$\theta_{m,t} - \theta_{k,t} = \tan^{-1} \left(\frac{T_{km,t}}{R_{km,t}} \right), \quad km \in \Upsilon$$

$$0 \leq P_{k,t}^{EOL,C} \leq \alpha_{k,t} \overline{P}_k^{EOL}$$

$$-\overline{P}_{km} \leq \sqrt{2}g_{km}u_{k,t} - g_{km}R_{km,t} - b_{km}T_{km,t} \leq \overline{P}_{km}, \quad km \in \Upsilon$$

$$-\overline{P}_{km} \leq \sqrt{2}g_{km}u_{m,t} - g_{km}R_{km,t} + b_{km}T_{km,t} \leq \overline{P}_{km}, \quad km \in \Upsilon$$

$$P_{k,t}^{SOP} + P_{m,t}^{SOP} + P_{k,t}^{SOP,L} + P_{m,t}^{SOP,L} = 0$$

$$(P_{k,t}^{SOP})^2 + (Q_{k,t}^{SOP})^2 \leq 2 \left(\frac{P_{k,t}^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_k^{SOP}} \right) \left(\frac{P_{k,t}^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_k^{SOP}} \right), \quad k \in I$$

$$(P_{m,t}^{SOP})^2 + (Q_{m,t}^{SOP})^2 \leq 2 \left(\frac{P_{m,t}^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_m^{SOP}} \right) \left(\frac{P_{m,t}^{SOP,L}}{\sqrt{2}A_m^{SOP}} \right), \quad m \in J$$

$$(P_{k,t}^{SOP})^2 + (Q_{k,t}^{SOP})^2 \leq 2 \left(\frac{\overline{S}_k^{SOP}}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\overline{S}_k^{SOP}}{\sqrt{2}} \right), \quad k \in I$$

$$(P_{m,t}^{SOP})^2 + (Q_{m,t}^{SOP})^2 \leq 2 \left(\frac{\overline{S}_m^{SOP}}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\overline{S}_m^{SOP}}{\sqrt{2}} \right), \quad m \in J$$

$$P_{k,t}^{BAT,CH} \cdot P_{k,t}^{BAT,DCH} = 0, \quad k \in B$$

$$0 \leq P_{k,t}^{BAT,CH} \leq \overline{P}_k^{BAT}, \quad k \in B$$

$$0 \leq P_{k,t}^{BAT,DCH} \leq \overline{P}_k^{BAT}, \quad k \in B$$

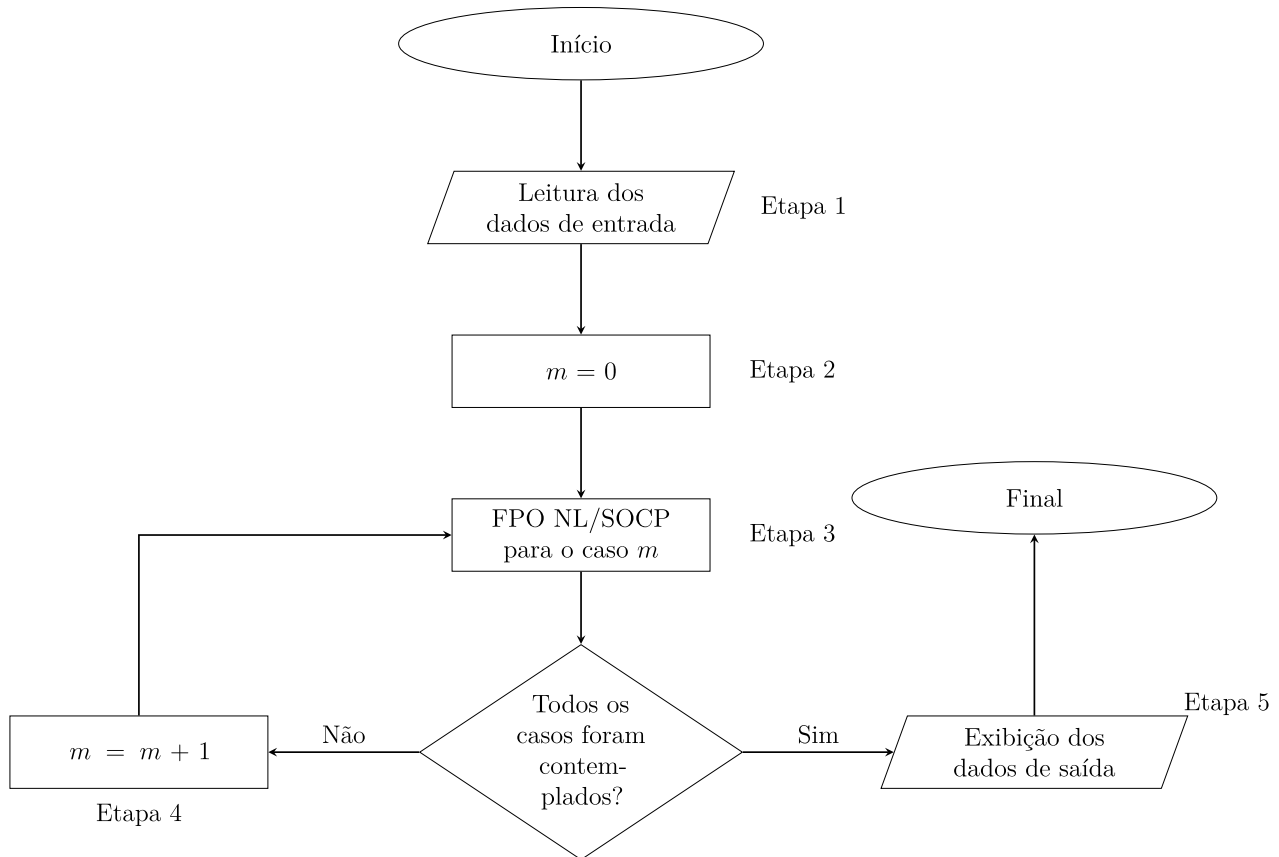
$$SOC_{k,t} = \begin{cases} SOC_{k,t-1} + \eta_k^{CH} P_{k,t-1}^{BAT,CH} - \frac{1}{\eta_k^{DCH}} P_{k,t-1}^{BAT,DCH}, & t > 1 \\ SOC_k^{imic}, & t = 1 \end{cases}, \quad k \in B$$

$$\underline{SOC}_k \leq SOC_{k,t} \leq \overline{SOC}_k, \quad k \in B$$

3.2.4 Processo de Resolução

Com as formulações descritas, concernentes aos modelos de FPO utilizados no cálculo das perdas técnicas e cortes de geração eólica para cada caso elencado na Figura 19, o processo que envolve a obtenção dos resultados é disposto em um fluxograma na Figura 20.

Figura 20 – Fluxograma da metodologia do Estudo 1.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

- **Etapa 1:** A primeira etapa abrange a leitura de todos os parâmetros necessários da rede, como condutâncias, admitâncias e topologia do sistema, além dos parâmetros associados aos demais equipamentos, tais como os limites operacionais dos SOPs e dos SABBs;
- **Etapa 2:** Na segunda etapa a contagem dos casos a serem executado é inicializada;
- **Etapa 3:** Após a Etapa 2, o algoritmo inicia o chamado *loop* principal, no qual os FPOs, modelados por (3.27) e (3.46), são executados com o objetivo de encontrar pontos operativos que minimizem as perdas técnicas e os cortes de geração eólica. Em seguida, o algoritmo procede à verificação do critério de parada, correspondente, neste caso, à execução de todos os casos considerados;
- **Etapa 4:** Caso o critério de parada não seja satisfeito após a terceira etapa, o contador de casos é incrementado, e o algoritmo prossegue para a execução do caso seguinte, conforme ilustrado na Figura 19;

- **Etapa 5:** Uma vez satisfeito o critério de parada na Etapa 3, o algoritmo retorna ao usuário todos os dados de interesse, como o estado operativo da rede, as perdas elétricas e os cortes totais dos GEs, encerrando a execução.

3.3 ALOCAÇÃO MULTIOBJETIVO DE *SOFT OPEN POINTS*

3.3.1 Descrição do Problema

Em contraposição ao primeiro estudo, cujo objetivo principal consiste na alocação individual e por inspeção de *soft open points* em substituição às chaves NA dos SDEs, com análise dos impactos sobre as perdas técnicas e os cortes de geração, o segundo estudo busca determinar alocações ótimas de SOPs que preservem um compromisso adequado entre esses dois critérios, sem que a melhoria de um implique a deterioração do outro.

Para isso, todas as chaves NA são consideradas candidatas à instalação de SOPs, não havendo restrição quanto ao número de *soft open points* utilizados como no primeiro estudo, em que apenas uma chave NA foi substituída por vez para a obtenção das soluções, em adição a dois casos em que SOPs tomaram os lugares de todas as chaves NA. Nesse contexto, emprega-se um algoritmo capaz de identificar combinações de alocação que conduzam a soluções de interesse, a meta-heurística *Multi-Objective Grey Wolf Optimizer* (MOGWO), que, com base no modelo de FPO descrito por (3.46), executado duas vezes para cada solução candidata, inicialmente com a minimização exclusiva das perdas e, posteriormente, com a minimização exclusiva dos cortes de GEs, é capaz de realizar a construção da fronteira de Pareto, que representa o conjunto de soluções não dominadas do problema. Essas soluções correspondem a diferentes configurações de posicionamento de SOPs, refletindo distintos compromissos entre as FOBs consideradas. Dessa forma, a obtenção das soluções não dominadas com o uso do MOGWO permite obter um conjunto diversificado de soluções eficientes, possibilitando a identificação de alternativas de alocação atrativas sob a ótica das duas funções objetivo e oferecendo maior suporte ao processo de tomada de decisão.

3.3.2 Otimização de Pareto

Em face de problemas de otimização com funções objetivos potencialmente conflitantes, torna-se praticamente impossível a resolução para uma solução que satisfaça de forma ótima todos os objetivos do modelo (Miettinen, 1999). Dessa forma, uma possível forma de resolver problemas com essa característica é a partir do emprego da obtenção das soluções de Pareto, definidas como as soluções que não permitem a melhoria de uma das FOBs sem a piora das demais. Matematicamente, Miettinen (1999) define as soluções não dominadas de um problema de otimização que possui espaço de busca S como em (3.47).

$$\begin{cases} f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^*) & \forall i = 1, \dots, k \\ f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{x}^*) & \exists j \in \{1, \dots, k\} \end{cases} \quad (3.47)$$

Em que se tem:

S Conjunto de soluções viáveis;

\mathbf{x}, \mathbf{x}^* Vetores de decisão pertencentes ao conjunto S ;

$f_i(\mathbf{x})$ i -ésima função objetivo;

i, j Índices utilizados para identificar os critérios individuais.

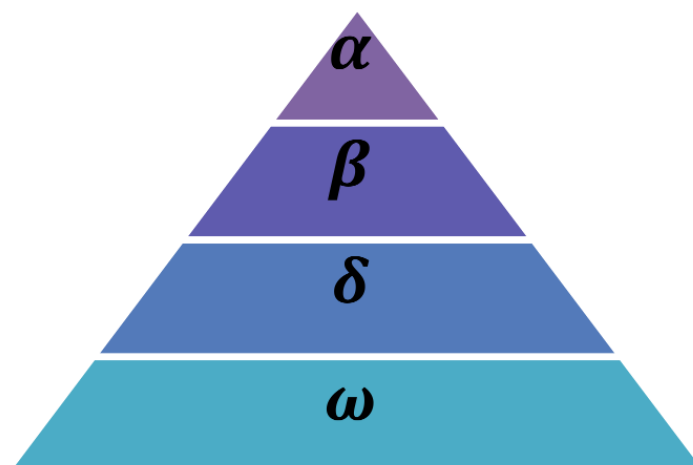
Neste estudo, busca-se a obtenção das soluções não dominadas para o problema descrito por (3.46), considerando não mais uma ponderação entre os objetivos, mas sim a otimização simultânea de ambos. Para isso, emprega-se o MOGWO, cuja descrição é apresentada a seguir.

3.3.3 Grey Wolf Optimizer

O GWO, proposto em Mirjalili *et al.* (2014), consiste em uma meta-heurística populacional inspirada na hierarquia social e no comportamento cooperativo de caça dos lobos-cinzentos. O método combina uma modelagem geométrica da perseguição dos lobos à presa com um mecanismo adaptativo de transição entre exploração global e cercamento local.

Cada solução candidata é representada como um lobo, sendo que a população, representativa do conjunto de soluções candidatas, é organizada segundo a hierarquia α , β , δ e ω : os três melhores indivíduos orientam o movimento coletivo, enquanto os demais ajustam suas posições a partir dessas referências. Em termos de otimização, isso corresponde a usar três líderes para estimar a localização da presa, isto é, da solução ótima.

Figura 21 – Hierarquia social do GWO



Fonte: Mirjalili *et al.* (2014)

A dinâmica do algoritmo abstrai três comportamentos principais: *cercar*, *caçar* e *atacar*. O cercamento é modelado por vetores de atração e repulsão em torno da presa; a caça é guiada

pelos líderes α , β e δ ; e o ataque ocorre quando o parâmetro de controle reduz o raio de busca, intensificando a exploração local.

Seja $\vec{X}(t)$ a posição de um lobo na iteração t e $\vec{X}_p(t)$ a posição estimada da presa. O cercamento é descrito por

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t)| \quad (3.48)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (3.49)$$

em que

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a} \quad (3.50)$$

$$\vec{C} = 2\vec{r}_2 \quad (3.51)$$

Aqui, \vec{r}_1 e \vec{r}_2 são vetores aleatórios uniformes em $[0, 1]$, e \vec{a} decresce linearmente de 2 para 0 ao longo das iterações. Esse decaimento controla o balanço entre busca global e refinamento local:

$$|\vec{A}| > 1 \Rightarrow \text{exploração} \quad |\vec{A}| < 1 \Rightarrow \text{cercamento}$$

Como a presa é desconhecida, o GWO usa os três melhores agentes para estimá-la. Para cada lobo, calculam-se

$$\vec{D}_\alpha = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}| \quad \vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot \vec{D}_\alpha \quad (3.52)$$

$$\vec{D}_\beta = |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}| \quad \vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot \vec{D}_\beta \quad (3.53)$$

$$\vec{D}_\delta = |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}| \quad \vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot \vec{D}_\delta \quad (3.54)$$

e a nova posição é a média das três estimativas:

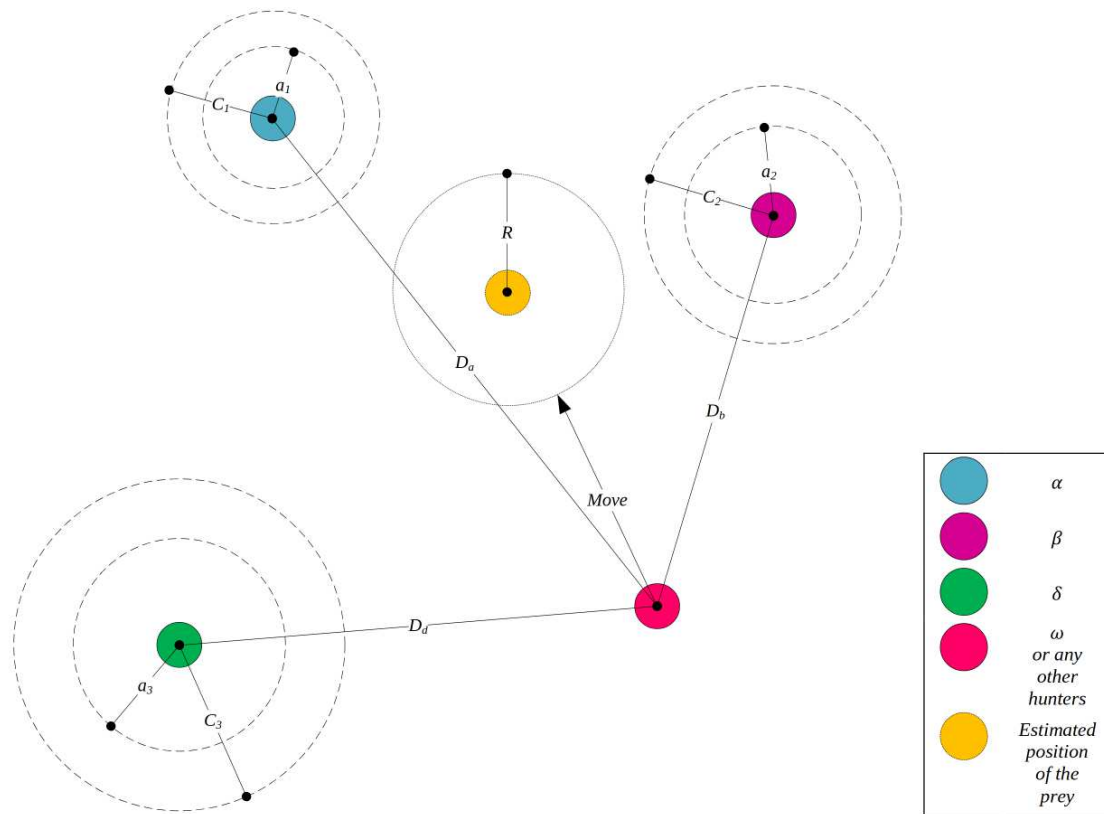
$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad (3.55)$$

Fundamentalmente, o GWO alterna entre a dispersão da população para investigar regiões promissoras e a contração da busca em torno das melhores soluções já encontradas. De forma ilustrativa, o processo de atualização da posição das presas, bem como os mecanismos de exploração e cercamento, podem ser observados nas Figuras 22 e 23, respectivamente.

3.3.4 Multi-objective Grey Wolf Optimizer

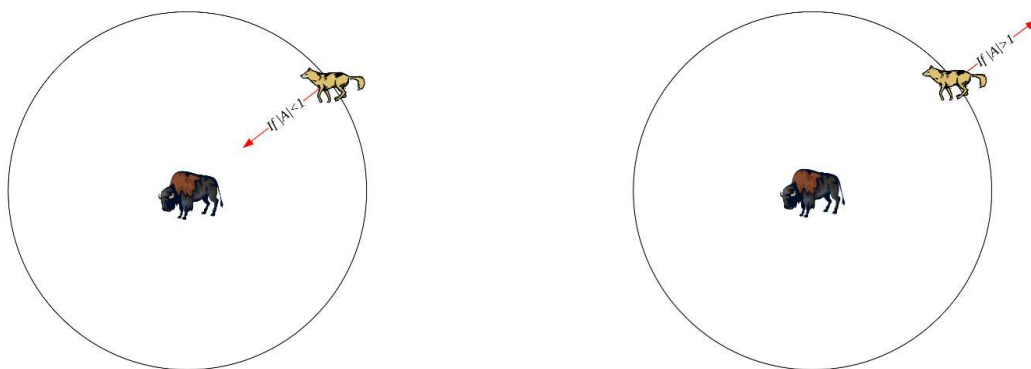
Na versão multiobjetivo, proposta em Mirjalili *et al.* (2016), a principal mudança consiste no fato de não mais existir uma solução ótima única, de modo que o objetivo passa a a obtenção das soluções não dominadas, conforme a condição expressa em (3.47). Assim, o MOGWO mantém o mecanismo de movimento do GWO, mas altera a forma de selecionar líderes e armazenar soluções.

Figura 22 – Atualização da posição



Fonte: Mirjalili *et al.* (2014)

Figura 23 – Fases de exploração e cercamento



Fonte: Mirjalili *et al.* (2014)

O MOGWO mantém em um arquivo externo as soluções não dominadas obtidas até a iteração atual. Esse arquivo substitui a noção de “melhor indivíduo” e passa a ser a fonte dos líderes α , β e δ .

Em relação ao GWO original, apenas três componentes novos são essenciais:

1. Arquivo externo de soluções não dominadas: ao final de cada iteração, soluções dominadas

são descartadas e soluções não dominadas são inseridas no arquivo;

2. Grade adaptativa no espaço de objetivos: a frente aproximada é particionada em hipercubos para medir densidade local e preservar diversidade;
3. Seleção de líderes por lotação: os líderes são escolhidos preferencialmente em regiões menos povoadas do arquivo, evitando concentração excessiva em uma mesma parte da frente de Pareto.

Se N_i é o número de soluções no hipercubo i , a probabilidade de escolher esse hipercubo como fonte de líderes é dada pela Equação (3.56), em que $c > 1$ é um parâmetro de pressão de seleção. Logo, hipercubos menos ocupados recebem maior probabilidade, o que incentiva cobertura mais uniforme da frente. Os três líderes são então escolhidos do arquivo e a atualização das posições continua sendo feita pelas mesmas equações do GWO clássico, descritas de (3.48) a (3.55).

$$P_i = \frac{c}{N_i} \quad (3.56)$$

3.3.4.1 Modelagem Binária para Alocação de equipamentos

No contexto deste trabalho, considera-se o problema de alocação de um equipamento a uma dentre n linhas candidatas. Dessa forma, a solução deve ser representada por um vetor binário indicando a escolha da linha.

Seja o vetor de linhas candidatas

$$L = [l_1, l_2, \dots, l_n] \quad (3.57)$$

Cada indivíduo do algoritmo é representado por um vetor binário

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n], \quad x_i \in \{0, 1\} \quad (3.58)$$

onde

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{se o equipamento é alocado na linha } l_i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.59)$$

Portanto, o vetor possui dimensão n , correspondente ao número de linhas candidatas.

O algoritmo MOGWO opera originalmente em espaço contínuo. Assim, cada posição do indivíduo gerado pelo algoritmo assume valores reais:

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n], \quad x_i \in \mathbb{R} \quad (3.60)$$

Na literatura, diversos trabalhos propõem adaptações de meta-heurísticas originalmente formuladas para espaços de busca contínuos por meio de funções de transformação das soluções, como em Zhou *et al.* (2025a), Siswantoro *et al.* (2026) e Li *et al.* (2023). Neste trabalho, adota-se estratégia análoga, com a aplicação da função sigmoide e posterior conversão dos elementos das soluções de valores reais para binários, conforme (3.61) e (3.62).

$$T(x_i) = \frac{1}{1 + e^{-x_i}} \quad (3.61)$$

$$b_i = \begin{cases} 1 & \text{se } \text{rand}(0, 1) < T(x_i) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.62)$$

onde b_i representa a variável binária associada à linha l_i .

Assim, o vetor binário final é dado por

$$B = [b_1, b_2, \dots, b_n] \quad (3.63)$$

Cada posição do vetor indica se uma linha candidata recebe ou não o equipamento. Em particular,

- $b_i = 1$ indica que a linha l_i recebe o equipamento;
- $b_i = 0$ indica que a linha não recebe o equipamento.

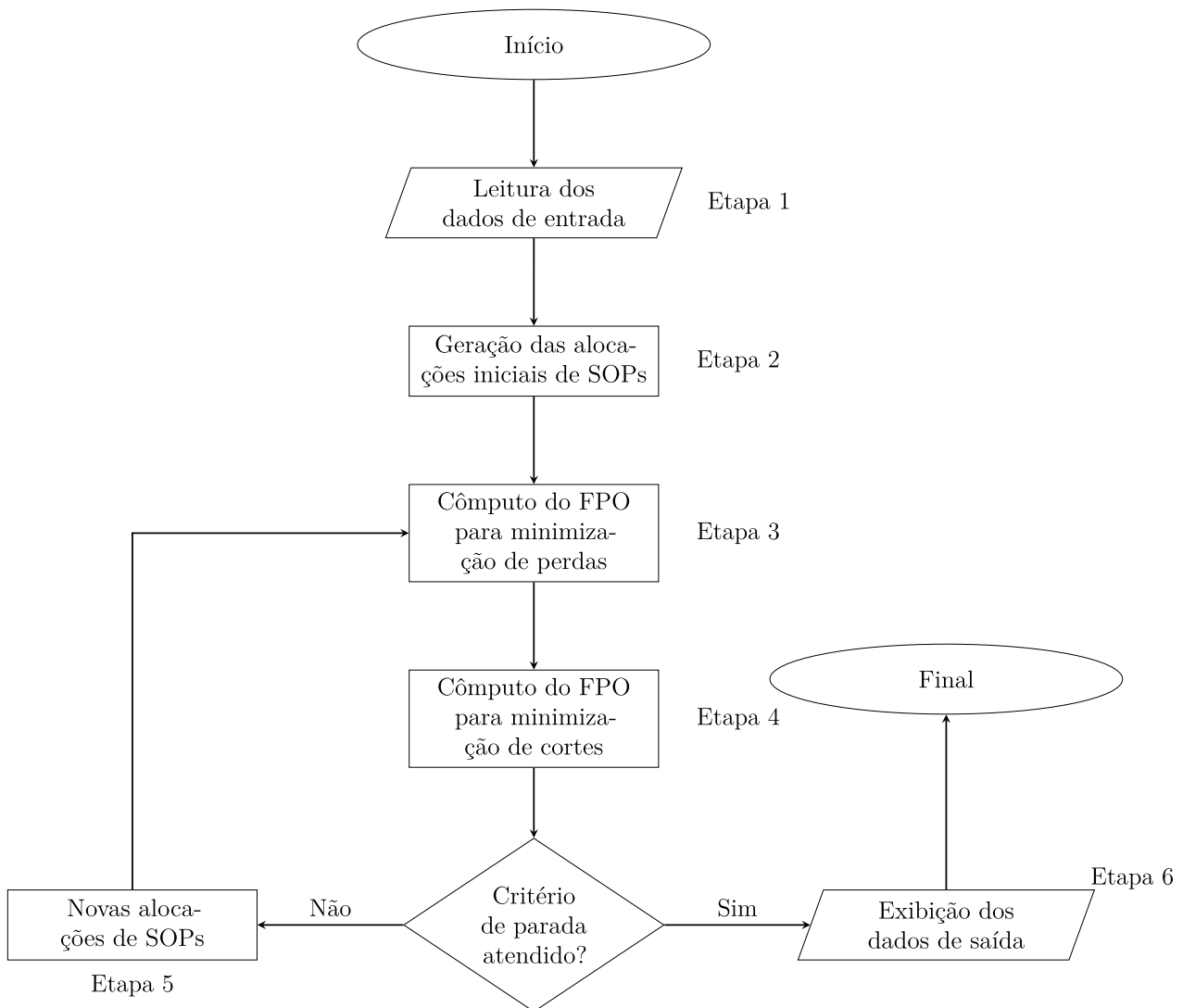
3.3.5 Processo de Resolução

A metodologia 2 pode ser sumarizada no fluxograma contido na Figura 24, cujas etapas são detalhadas a seguir.

- **Etapa 1:** A primeira etapa abrange a leitura de todos os parâmetros necessários da rede, como condutâncias, admitâncias e topologia do sistema, além dos parâmetros associados aos demais equipamentos, tais como os limites operacionais dos SOPs e dos SABBs;
- **Etapa 2:** Na Etapa 2, a população do MOGWO é inicializada para gerar as alocações iniciais dos SOPs dentre as chaves candidatas, correspondentes às chaves NA do SDE;
- **Etapas 3 e 4:** Após a Etapa 2, o algoritmo inicia o chamado *loop* principal, no qual o FPO, modelado por (3.46), é executado com o objetivo de identificar soluções de alocação dos SOPs que componham o conjunto de soluções não dominadas. Para isso, o FPO descrito em (3.46) é executado inicialmente com o objetivo de minimizar as perdas técnicas, cuja expressão é dada em (3.29), e, em seguida, para a minimização dos cortes, conforme a expressão apresentada em (3.5);

- **Etapa 5:** Nesta etapa, verifica-se o critério de parada do MOGWO. Caso ele não seja satisfeito após a terceira etapa, o contador de iterações é incrementado, e o algoritmo prossegue com a aplicação dos mecanismos evolutivos inerentes ao MOGWO, visando à geração de novas soluções candidatas. O critério de parada adotado neste estudo corresponde ao número máximo de iterações do algoritmo;
- **Etapa 6:** Uma vez satisfeito o critério de parada na Etapa 5, o algoritmo retorna ao usuário todos os dados de interesse, como o estado operativo da rede, as perdas elétricas e os cortes totais dos GEs, encerrando a execução.

Figura 24 – Fluxograma da metodologia do Estudo 2.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse capítulo, foram apresentadas as metodologias propostas para resolução do problema de alocação dos *soft open points* em sistemas de distribuição de energia elétrica com a utilização

dos relaxamentos convexos empregados na programação cônica de segunda ordem.

Os problemas elaborados envolvem duas abordagens distintas para a alocação dos SOPs. Inicialmente, realiza-se a alocação por inspeção, com a substituição dos SOPs de forma individual em cada chave NA e, posteriormente, com a substituição de todas as chaves NA por *soft open points*. Nesse primeiro estudo, adicionalmente, realiza-se uma comparação entre as soluções obtidas pela formulação não linear do fluxo de potência ótimo e pela formulação cônica de segunda ordem, de modo a verificar possíveis benefícios do uso de relaxamentos convexos sob a perspectiva do processo de resolução do modelo de otimização, especialmente quanto à obtenção de soluções de melhor qualidade.

Em seguida, desenvolve-se um segundo estudo voltado à obtenção do posicionamento ótimo dos SOPs, buscando otimizar simultaneamente perdas e cortes, considerando o potencial conflito entre esses objetivos. Nesse contexto, todas as combinações possíveis de alocação de SOPs entre as chaves NA são tratadas como soluções candidatas, de modo que aquelas classificadas como não dominadas possam ser posteriormente avaliadas com base em critérios subjetivos de decisão.

4 ESTUDO DE CASOS

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados os estudos de caso realizados em dois sistemas de distribuição amplamente utilizados na literatura: os sistemas de 33 e 94 barras. Inicialmente, são detalhados os resultados obtidos no Estudo 1 para ambos os sistemas, de modo a possibilitar a análise das diferenças entre os modelos de otimização descritos em (3.27) e (3.46) quanto ao cômputo das perdas técnicas e dos cortes de geração eólica, considerando a alocação por inspeção dos *soft open points*, conforme os casos apresentados na Figura 19.

Na sequência, realiza-se o Estudo 2, com o objetivo de obter um conjunto de soluções que represente compromissos adequados entre cortes e perdas, em razão do potencial caráter conflitante entre ambos os objetivos, observado a partir dos resultados do Estudo 1. Para isso, emprega-se a meta-heurística MOGWO, adaptada para a geração de soluções binárias, para a obtenção das denominadas soluções não dominadas, que compõem a fronteira de Pareto. As soluções não dominadas obtidas são então detalhadas em conjunto com a fronteira de Pareto por elas formada.

4.2 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS UTILIZADAS

Todas as simulações conduzidas neste trabalho foram realizadas com a utilização da linguagem *Python*, dando preferência a ferramentas open-source. Como ferramentas principais, citam-se o modelador *Pyomo* e o solver *Ipopt*, baseado em pontos interiores e utilizado em diversos trabalhos acadêmicos.

O *Pyomo* é um pacote de código aberto baseado em *Python* que fornece capacidades abrangentes para a formulação, resolução e análise de modelos de otimização, permitindo que usuários definam problemas simbólicos gerais e utilizem solvers comerciais e de código aberto. Diferenciando-se de linguagens de modelagem algébrica tradicionais como *AMPL*, *AIMMS* e *GAMS*, o *Pyomo* é formulado inteiramente em *Python*, o que oferece acesso a bibliotecas externas e expande as capacidades do pacote. O *Pyomo* suporta uma vasta gama de tipos de problemas, incluindo programação linear, não linear, inteira mista e não linear inteira mista, a depender do *solver* utilizado para a resolução do modelo. Originalmente desenvolvido por pesquisadores nos *Sandia National Laboratories* sob o nome *Coopr*, o *Pyomo* é atualmente mantido como um projeto da *Computational Infrastructure for Operations Research* (COIN-OR) (Pyomo, 2026).

Assim como o *Pyomo*, o *Ipopt* é uma ferramenta de código aberto projetada para a resolução de problemas de otimização não lineares em que as FOBs e restrições podem ser convexas ou não-convexas, desde que sejam duas vezes continuamente diferenciáveis. A ferramenta implementa um método de pontos interiores para encontrar soluções locais e é distribuída pela COIN-OR sob a *Eclipse Public License*, o que permite seu uso gratuito inclusive para fins comerciais. O *Ipopt* oferece alta versatilidade de integração, podendo ser utilizado como um executável para o ambiente de modelagem *AMPL* ou vinculado através de interfaces

para linguagens como C++, C, *Java*, *Fortran*, R e *Python*, além de estar disponível em diversos sistemas de modelagem como *GAMS*, *AIMMS* e *JuMP*. Originalmente desenvolvido como parte da pesquisa de doutorado Wachter (2002) em *Fortran*, o software foi posteriormente reescrito do zero em C++ pela *IBM Research* para facilitar a inclusão de novos recursos, mantendo-se como um projeto ativo da iniciativa COIN-OR desde 2002 (COIN-OR, 2026).

Citam-se também outros pacotes utilizados, *NumPy* e *Pandas*, empregados em processamentos numéricos e na leitura e manipulação dos dados de entrada e saída das simulações. Mais detalhes sobre esses pacotes podem ser encontrados em NumPy (2026) e Pandas (2026).

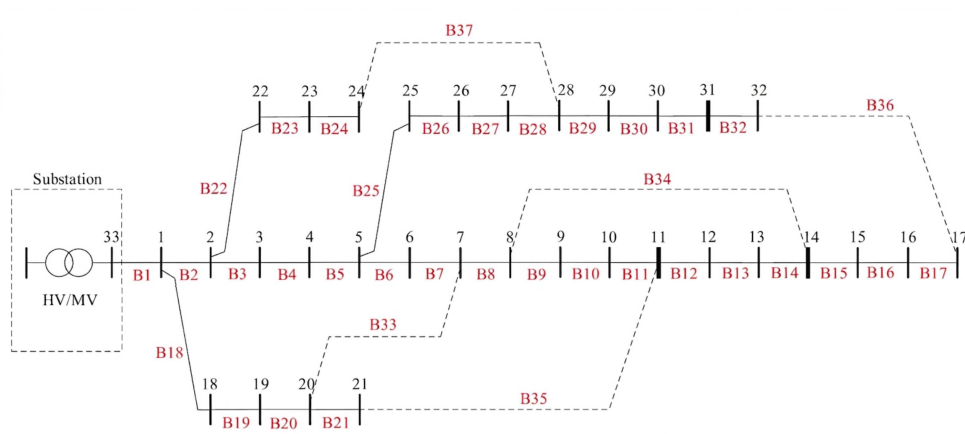
4.3 SISTEMAS E EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

A seguir, são apresentados os sistemas empregados na realização dos estudos. Suas topologias são mostradas, e suas principais características são destacadas. Ressalta-se ainda que os dados específicos das redes empregadas e os parâmetros dos equipamentos e de simulação encontram-se disponíveis na página <https://github.com/gopt-ufjf/socp-opf/tree/main/data>.

4.3.1 Sistema de 33 Barras

O sistema 33 barras é uma rede hipotética proposta em Baran & Wu (2002), originalmente com o objetivo de estudar reconfiguração de rede para a melhoria do balanço de carga. Como características principais, possui uma tensão base de 12,66 kV, cinco chaves de interconexão (entre as barras 8-14, 11-21, 7-20, 24-28 e 17-32), além de demandas ativa e reativa de 3715 kW e 2300 kVAr, respectivamente. A Figura 25 ilustra o sistema em questão.

Figura 25 – Sistema de 33 barras

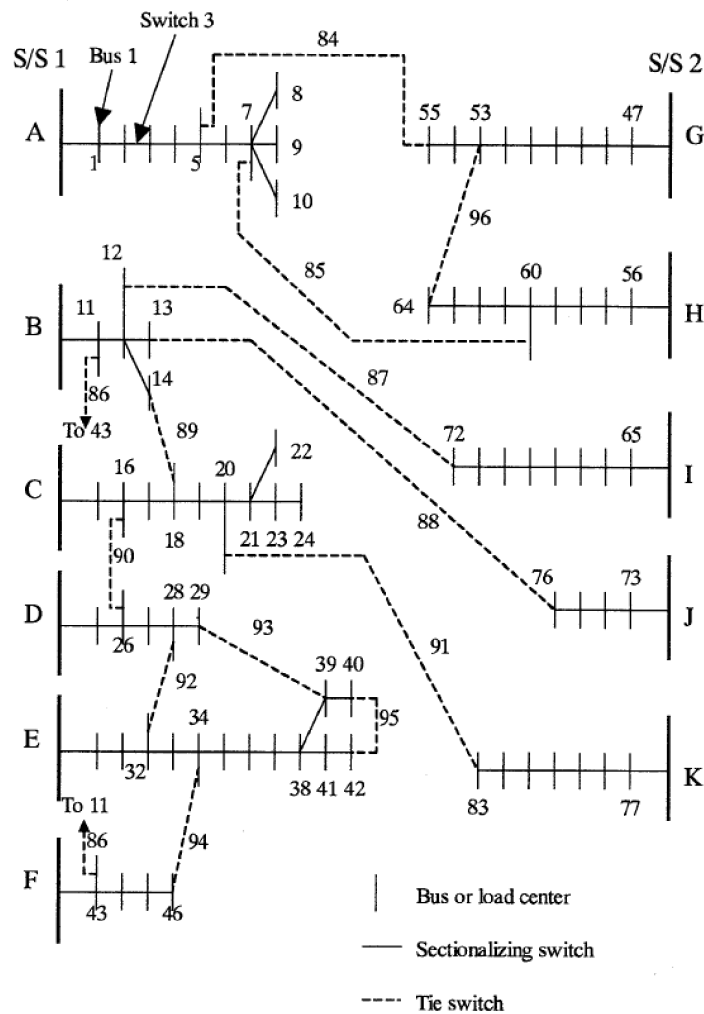


Fonte: Adaptado de de Oliveira *et al.* (2023)

4.3.2 Sistema de 94 Barras

O sistema de 94 barras, modelado originalmente em Chiou *et al.* (2005), é mostrado na Figura 26. Esse sistema possui um número maior de chaves NA em comparação ao sistema

Figura 26 – Sistema de 94 barras



Fonte: Chiou *et al.* (2005)

de 33 barras, totalizando 13, além de tensão base de 11,4 kV, demanda ativa de 28350,0 kW e demanda reativa de 20700,0 kVAr.

4.4 ESTUDO 1

Para a execução do Estudo 1, foram considerados ambos os sistemas, de 33 e 94 barras, cujos resultados são apresentados a seguir. Adicionalmente, conforme as funções objetivos descritas em (3.1) e (3.28), são consideradas combinações distintas entre as ponderações das parcelas referentes às perdas e aos cortes, dando origem a três cenários. Todos os casos de ambos sistemas são simulados para cada cenário definido. Os cenários são detalhados nas Tabelas 2, 3 e 4.

Portanto, o primeiro cenário concentra-se na minimização das perdas técnicas, com a comparação dos resultados obtidos em cada caso pelas formulações não linear e cônica de segunda ordem. No segundo cenário, a comparação é realizada considerando uma ponderação

Tabela 2 – Primeiro cenário de ponderação

ω_1	ω_2
1	0

Tabela 3 – Segundo cenário de ponderação

ω_1	ω_2
0.5	0.5

Tabela 4 – Terceiro cenário de ponderação

ω_1	ω_2
0	1

entre perdas e cortes nos modelos descritos em (3.27) e (3.46). Por fim, o terceiro cenário corresponde à execução dos modelos com foco exclusivo na minimização dos cortes dos GEs.

4.4.1 Resultados do Estudo 1 para o sistema de 33 barras

Inicialmente, com base no diagrama apresentado na Figura 19 e na topologia do sistema de 33 barras, mostrada na Figura 25, os casos considerados para esse sistema são descritos a seguir:

- **Caso 1:** caso base, que corresponde ao sistema sem SOPs e SABBs, apenas com geradores eólicos pré-alocados;
- **Caso 2:** sistema com SOP alocado na linha 7–20;
- **Caso 3:** sistema com SOP alocado na linha 8–14;
- **Caso 4:** sistema com SOP alocado na linha 11–21;
- **Caso 5:** sistema com SOP alocado na linha 17–32;
- **Caso 6:** sistema com SOP alocado na linha 24–28;
- **Caso 7:** sistema com SOPs alocados nos lugares de todas as chaves NA;
- **Caso 8:** sistema com SABBs alocados junto dos GEs;
- **Caso 9:** sistema com SABBs alocados junto dos GEs e SOPs alocados nos lugares de todas as chaves NA.

Na Tabela 5, são apresentados os resultados para a minimização das perdas, considerando os modelos descritos em (3.27) e (3.46), bem como as ponderações das funções objetivo (3.1) e

(3.28), conforme especificado na Tabela 2. Observa-se que, na totalidade dos casos analisados, o modelo descrito por (3.46) apresenta soluções próximas às obtidas pelo modelo não linear.

Além disso, as soluções do modelo (3.46) mostram-se superiores em todos os casos, evidenciando o potencial do uso de relaxamentos convexos em problemas voltados à minimização de perdas técnicas. Considerando os casos de alocação individual dos SOPs, conclui-se que, tanto para o modelo não linear quanto para o cônico, o caso que proporciona a maior redução das perdas técnicas é o Caso 6, correspondente à alocação de um SOP na linha 24-28.

Tabela 5 – Comparação entre fluxo de potência não linear (NL) e SOCP para o sistema de 33 barras (100% perdas).

Caso	NL		SOCP	
	Perdas (kW)	Cortes (kW)	Perdas (kW)	Cortes (kW)
Caso 1	3240.95	12341.42	3229.75	12169.12
Caso 2	1802.70	13955.40	1752.72	14002.95
Caso 3	2202.45	10853.67	2162.97	10895.39
Caso 4	1898.30	13327.23	1861.06	13406.69
Caso 5	1675.35	10935.88	1635.05	11052.50
Caso 6	1595.28	11194.07	1547.63	10959.74
Caso 7	710.80	6589.34	666.87	7241.26
Caso 8	2903.71	8056.90	2866.90	9697.24
Caso 9	423.62	1265.66	389.12	3735.05

Na Tabela 6, são apresentados os resultados para a minimização ponderada das perdas e dos cortes, conforme a Tabela 3, considerando novamente ambos os modelos (3.27) e (3.46), bem como as ponderações das funções objetivo (3.1) e (3.28). Observa-se que, na totalidade dos casos analisados, o modelo descrito por (3.46) apresenta soluções próximas às obtidas pelo modelo não linear.

Diferentemente do observado na análise da Tabela 5, em que os resultados do modelo cônico superaram os do modelo não linear em 100% dos casos, neste cenário a melhoria é verificada em 55% dos casos considerados. Ainda assim, para a escolha do posicionamento individual do SOP que minimiza a ponderação entre perdas e cortes por inspeção, a solução é a mesma, correspondendo à substituição da chave NA entre as barras 17 e 32. Ao se considerar a presença de baterias, a melhoria torna-se ainda mais expressiva em ambos os modelos, sendo que o caso que apresenta o melhor valor da função objetivo é aquele em que todas as chaves NA são consideradas, em conjunto com baterias alocadas junto aos GEs.

Os resultados do terceiro cenário de ponderação da função objetivo, descrito na Tabela 4, para o sistema de 33 barras são apresentados na Tabela 7. A partir desses resultados, observa-se que o modelo cônico de segunda ordem, ao priorizar integralmente a minimização dos cortes dos geradores eólicos no SDE em questão, apresenta soluções iguais ou melhores em apenas 44% dos casos analisados. Esse comportamento pode indicar uma possível convergência precoce da ferramenta de otimização para pontos subótimos, especialmente considerando tratar-se de um método de natureza local.

Tabela 6 – Comparação entre fluxo de potência não linear (NL) e SOCP para o sistema de 33 barras (ponderação de 50%).

Caso	NL			SOCP		
	Perdas (kW)	Cortes (kW)	Total (kW)	Perdas (kW)	Cortes (kW)	Total (kW)
Caso 1	3364.01	3403.61	6767.62	3359.16	2999.57	6358.73
Caso 2	2360.17	1545.43	3905.60	2397.64	1228.83	3626.47
Caso 3	2418.52	210.93	2629.45	2361.44	306.31	2667.75
Caso 4	2613.73	84.06	2697.79	2508.04	96.48	2604.52
Caso 5	2047.11	191.66	2238.77	2062.82	226.19	2289.01
Caso 6	4175.64	3801.36	7977.00	3966.86	3239.90	7206.76
Caso 7	836.23	0.00	836.23	848.95	6.37	855.32
Caso 8	2933.94	279.18	3213.12	3019.04	349.69	3368.73
Caso 9	427.97	0.00	427.97	398.44	0.00	398.44

Adicionalmente, uma vantagem do modelo cônico em relação ao NL pode ser observada na análise específica do Caso 6, que consiste na alocação de SOP em substituição à chave NA 24–28. Considerando o mesmo número máximo de iterações do *solver* para ambos os modelos, o FPO não linear não é capaz de fornecer uma solução, enquanto o FPO cônico o faz, evidenciando ganhos em termos de desempenho computacional.

No que se refere ao posicionamento individual dos SOPs, observa-se que, em relação ao modelo não linear, os Casos 3, 4 e 5 foram capazes de gerar soluções com cortes nulos, ao passo que o modelo SOCP não apresentou o mesmo desempenho. Para a determinação do posicionamento ótimo, diante do empate no critério principal, adota-se o cálculo das perdas como critério de desempate. Dessa forma, a solução indicada pelo modelo não linear corresponde à alocação do SOP entre as barras 8 e 14, enquanto, no caso do modelo SOCP, o posicionamento ótimo seria entre as barras 11 e 21.

Tabela 7 – Comparação entre fluxo de potência não linear (NL) e SOCP para o sistema de 33 barras (100% cortes).

Caso	NL		SOCP	
	Perdas (kW)	Cortes (kW)	Perdas (kW)	Cortes (kW)
Caso 1	3365.23	3402.39	3361.41	2997.32
Caso 2	7461.49	429.72	5736.37	346.44
Caso 3	3875.76	0.00	3409.25	36.90
Caso 4	8324.41	0.00	7340.67	25.09
Caso 5	11602.12	0.00	6717.01	136.64
Caso 6	maxIter	maxIter	8856.01	1377.86
Caso 7	4153.57	0.00	6736.73	0.00
Caso 8	3187.44	0.00	3202.36	290.22
Caso 9	3349.28	0.00	1438.08	0.00

4.4.2 Resultados do Estudo 1 para o sistema de 94 barras

Para o sistema de 94 barras, foram considerados os seguintes casos, em conformidade com os cenários analisados para o sistema de 33 barras:

- **Caso 1:** caso base, que corresponde ao sistema sem SOPs e SABBs, apenas com geradores eólicos pré-alocados;
- **Caso 2:** sistema com SOP alocado na linha 5–55;
- **Caso 3:** sistema com SOP alocado na linha 7–60;
- **Caso 4:** sistema com SOP alocado na linha 11–43;
- **Caso 5:** sistema com SOP alocado na linha 12–72;
- **Caso 6:** sistema com SOP alocado na linha 13–76;
- **Caso 7:** sistema com SOP alocado na linha 14–18;
- **Caso 8:** sistema com SOP alocado na linha 16–26;
- **Caso 9:** sistema com SOP alocado na linha 20–83;
- **Caso 10:** sistema com SOP alocado na linha 28–32;
- **Caso 11:** sistema com SOP alocado na linha 29–39;
- **Caso 12:** sistema com SOP alocado na linha 34–46;
- **Caso 13:** sistema com SOP alocado na linha 40–42;
- **Caso 14:** sistema com SOP alocado na linha 53–64;
- **Caso 15:** sistema com SOPs alocados nos lugares de todas as chaves NA;
- **Caso 16:** sistema com SABBs alocados junto dos GEs;
- **Caso 17:** sistema com SABBs alocados junto dos GEs e SOPs alocados nos lugares de todas as chaves NA.

Na Tabela 8, são apresentados os resultados para a minimização das perdas, considerando os modelos descritos em (3.27) e (3.46), bem como as ponderações das funções objetivo (3.1) e (3.28), conforme especificado na Tabela 2. Observa-se que, assim como nos resultados obtidos para o sistema de 33 barras, apresentados na Tabela 5, em todos os casos em que o modelo não linear atinge convergência dentro do limite máximo de iterações do *solver*, o modelo descrito por (3.46) apresenta soluções com baixo desvio percentual em relação àquelas obtidas pelo modelo não linear.

Além disso, as soluções do modelo (3.46) mostraram-se superiores em todos os casos, o que reforça o potencial do uso de relaxamentos convexos em problemas voltados à minimização de perdas técnicas. Destacam-se, nesse contexto, tanto os ganhos em termos de tempo computacional, evidenciados pela convergência dentro dos limites estabelecidos para o *solver*, quanto a obtenção de soluções de melhor qualidade.

Considerando os casos de alocação individual dos SOPs, conclui-se que, tanto para o modelo não linear quanto para o cônico, o caso que proporciona a maior redução das perdas técnicas é o Caso 3, correspondente à alocação de um SOP na linha 7-60.

Tabela 8 – Resultados para o sistema de 94 barras considerando minimização de perdas (100%) usando SOCP.

Caso	NL		SOCP	
	Perdas (kW)	Cortes (kW)	Perdas (kW)	Cortes (kW)
Caso 1	11183.77	232754.69	11183.78	232753.96
Caso 2	9614.32	232754.09	9575.64	232753.95
Caso 3	9575.73	232753.27	9516.75	232753.95
Caso 4	maxIter	maxIter	11081.22	232753.95
Caso 5	maxIter	maxIter	10061.02	218135.26
Caso 6	maxIter	maxIter	10729.59	232753.22
Caso 7	maxIter	maxIter	10481.43	232753.22
Caso 8	maxIter	maxIter	10941.58	239723.05
Caso 9	10289.32	223614.48	10254.46	223821.70
Caso 10	10237.77	225581.56	10235.80	227098.24
Caso 11	10252.06	209439.36	10238.14	210567.63
Caso 12	10394.07	232754.05	10375.66	232753.93
Caso 13	10886.81	232754.64	10870.35	232753.98
Caso 14	10685.73	232754.10	10645.64	232753.95
Caso 15	maxIter	maxIter	4885.58	173099.53
Caso 16	10860.12	212867.09	10836.50	178651.90
Caso 17	4628.06	111325.74	4510.19	136066.99

Na Tabela 9, são apresentados os resultados para a minimização ponderada das perdas e dos cortes, conforme a Tabela 3, considerando novamente ambos os modelos (3.27) e (3.46), bem como as ponderações das funções objetivo (3.1) e (3.28). Observa-se que, em 10 dos 16 casos analisados, o modelo descrito por (3.46) apresenta soluções próximas às obtidas pelo modelo não linear, sendo a maior discrepância verificada no Caso 17, no qual todas as chaves NA são substituídas por SOPs, com a presença adicional de baterias junto aos GEs.

De forma análoga ao observado na minimização ponderada para o sistema de 33 barras, a inclusão da parcela de cortes tende a introduzir dificuldades relacionadas ao condicionamento inicial das variáveis, levando, neste caso, o modelo não linear a convergir prematuramente. Em contrapartida, diversos casos do modelo não linear não atingem convergência em tempo razoável, o que não ocorre com o modelo SOCP, que converge dentro dos critérios preestabelecidos do *solver* em todos os casos analisados.

Adicionalmente, assim como verificado nos resultados da Tabela 9, ao comparar os resultados obtidos pelos modelos cônico e não linear, observa-se que, embora as funções objetivo sejam muito próximas, o modelo não linear apresenta melhores valores em 6 dos 10 casos nos quais atinge convergência, o que sugere um desempenho relativamente superior do SOCP na minimização de perdas em comparação à minimização de cortes.

Por fim, para a escolha do posicionamento individual do SOP que minimiza a ponderação entre perdas e cortes por inspeção, a solução se repete, correspondendo à alocação do SOP entre as barras 34 e 46, conforme indicado pelo melhor valor da função objetivo observado no Caso 12.

Tabela 9 – Resultados para o sistema de 94 barras considerando ponderação de 50% entre perdas e cortes usando SOCP.

Caso	NL			SOCP		
	Perdas (kW)	Cortes (kW)	Total (kW)	Perdas (kW)	Cortes (kW)	Total (kW)
Caso 1	16707.98	8158.86	24866.84	16703.21	8163.64	24866.85
Caso 2	15138.01	8199.23	23337.24	15336.45	8068.43	23404.88
Caso 3	15101.12	8193.50	23294.62	15029.12	8345.41	23374.53
Caso 4	maxIter	maxIter	maxIter	16617.45	7997.99	24615.44
Caso 5	maxIter	maxIter	maxIter	25588.40	8913.59	34501.99
Caso 6	maxIter	maxIter	maxIter	16288.82	8091.88	24380.70
Caso 7	maxIter	maxIter	maxIter	16157.73	7976.78	24134.51
Caso 8	maxIter	maxIter	maxIter	19243.23	6228.42	25471.65
Caso 9	17461.33	8011.79	25473.12	17392.20	8103.30	25495.50
Caso 10	38118.53	8280.78	46399.31	38111.40	8218.56	46329.96
Caso 11	20586.38	4391.78	24978.16	20092.14	4618.33	24710.47
Caso 12	16156.32	4782.64	20938.96	16154.77	4838.51	20993.28
Caso 13	maxIter	maxIter	maxIter	16594.15	7942.90	24537.05
Caso 14	16215.43	8078.27	24293.70	16316.21	8004.65	24320.86
Caso 15	maxIter	maxIter	maxIter	25531.95	5417.30	30949.25
Caso 16	12361.88	0.00	12361.88	12557.76	0.00	12557.76
Caso 17	16331.80	0.00	16331.80	9115.80	0.00	9115.80

A partir da análise do terceiro cenário de ponderação da função objetivo, descrito na Tabela 4, para o sistema de 94 barras, cujos resultados são apresentados na Tabela 10, observa-se que o modelo cônico de segunda ordem, ao priorizar integralmente a minimização dos cortes dos geradores eólicos no SDE em questão, apresenta soluções superiores em 3 dos 10 casos nos quais ambos os modelos convergem.

No entanto, assim como nos demais cenários analisados para o sistema de 94 barras, o modelo SOCP alcança convergência em todos os casos, ao passo que o modelo não linear falha em 7 dos 17 casos simulados. Conclui-se, portanto, que, quando os cortes são considerados, o principal ganho do SOCP em relação ao modelo não linear está associado ao tempo computacional, mais do que à qualidade da solução. Ainda assim, o SOCP continua a fornecer soluções próximas às do modelo não linear, com baixos desvios percentuais.

No que se refere ao posicionamento individual dos SOPs, observa-se que não houve

alteração na escolha da chave NA a ser substituída, uma vez que o Caso 11 apresenta a melhor solução para ambos os modelos. Dessa forma, a alocação selecionada corresponde à instalação do SOP entre as barras 29 e 39.

Tabela 10 – Resultados para o sistema de 94 barras considerando minimização de cortes (100%) usando SOCP.

Caso	NL		SOCP	
	Perdas (kW)	Cortes (kW)	Perdas (kW)	Cortes (kW)
Caso 1	16749.48	8117.35	16761.31	8105.52
Caso 2	26285.76	7740.30	27675.99	7708.10
Caso 3	36964.98	7601.91	38009.58	7680.08
Caso 4	maxIter	maxIter	16868.79	7924.55
Caso 5	maxIter	maxIter	56397.37	7545.31
Caso 6	maxIter	maxIter	17109.29	7765.01
Caso 7	maxIter	maxIter	16798.88	7746.73
Caso 8	maxIter	maxIter	25948.53	5882.82
Caso 9	maxIter	maxIter	75823.31	7752.46
Caso 10	81433.83	3941.21	81155.21	3941.21
Caso 11	61385.45	3820.00	61088.52	3728.27
Caso 12	41430.76	4264.05	34522.89	4263.63
Caso 13	maxIter	maxIter	18007.86	7333.02
Caso 14	21867.95	7626.84	23797.42	7619.63
Caso 15	maxIter	maxIter	276785.81	28.07
Caso 16	14387.27	1435.41	14803.55	0.00
Caso 17	maxIter	maxIter	143832.91	0.00

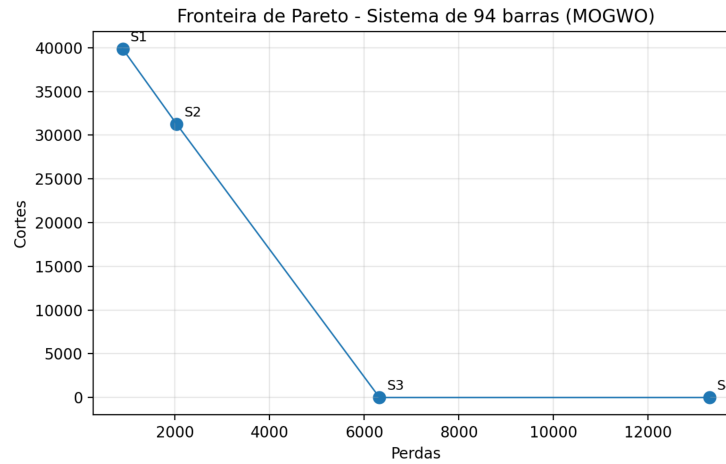
4.5 ESTUDO 2

Para a execução do Estudo 2, considera-se apenas o sistema de 94 barras, em razão da maior quantidade de chaves NA e, conseqüentemente, do maior número de soluções candidatas, bem como a adoção do modelo cônico, em função de sua melhor taxa de convergência frente ao número máximo de iterações estabelecido. Nesse estudo, busca-se a otimização simultânea das perdas e dos cortes, considerando todas as combinações possíveis entre as chaves como soluções potenciais.

A partir da execução do MOGWO, a fronteira de Pareto para o problema multiobjetivo, que contempla ambas as funções objetivo (3.1) e (3.28), é apresentada na Figura 27. A partir dessa figura, observa-se a existência de quatro soluções não dominadas, com destaque para a solução S3, que é capaz de eliminar os cortes sem provocar aumento significativo nas perdas. Todas as soluções não dominadas encontradas podem ser cheçadas a partir da Tabela 11

Observa-se, ainda, que essa solução supera aquelas obtidas por meio da substituição individual de SOPs, apresentadas na Tabela 9, na qual se considera a otimização de ambos os objetivos por meio de ponderação igualitária na função objetivo. Assim, a otimização de Pareto

Figura 27 – Sistema de 94 barras



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Tabela 11 – Soluções da fronteira de Pareto obtidas pelo MOGWO para o sistema de 94 barras.

Solução	# SOPs	SOPs alocados	Perdas (kW)	Cortes (kW)
S1	11	5–55, 7–60, 11–43, 12–72, 13–76, 14–18, 20–83, 28–32, 29–39, 34–46, 53–64	894.37	39876.27
S2	13	5–55, 7–60, 11–43, 12–72, 13–76, 14–18, 16–26, 20–83, 28–32, 29–39, 34–46, 40–42, 53–64	2034.02	31279.86
S3	7	11–43, 13–76, 14–18, 16–26, 28–32, 34–46, 53–64	6324.17	0.00
S4	11	5–55, 7–60, 11–43, 12–72, 16–26, 20–83, 28–32, 29–39, 34–46, 40–42, 53–64	13301.18	0.00

via MOGWO mostra-se uma alternativa eficaz para a obtenção de soluções de alocação que preservam um bom compromisso entre perdas e cortes de geração eólica.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÃO

Este trabalho investigou a aplicação da formulação de fluxo de potência baseada em programação cônica de segunda ordem ao problema de planejamento de *soft open points* em sistemas de distribuição de energia elétrica. O objetivo central consistiu em analisar o desempenho do modelo cônico em comparação com a formulação tradicional não linear, buscando validar as soluções obtidas a partir da modificação do conjunto de soluções viáveis promovida pelos relaxamentos convexos inerentes à formulação SOCP.

A partir dos resultados obtidos e da experiência adquirida no decorrer da pesquisa, os seguintes pontos podem ser enfatizados:

- Os *soft open points*, equipamentos de eletrônica de potência capazes de substituir chaves normalmente abertas, têm sido amplamente explorados na literatura, com seus efeitos quantificados sob diferentes objetivos. Dessa forma, apresentam potencial significativo como alternativa para enfrentar os desafios dos SDEs modernos, sobretudo no que se refere à inserção massiva de geração distribuída. Esses dispositivos permitem o fluxo de energia em trechos do sistema originalmente abertos, contribuindo para a redução dos cortes de geração ao aumentarem a capacidade operacional do sistema, sem violar restrições operativas, uma vez que possuem capacidade de controle de potência ativa e reativa em seus terminais;
- Os modelos de otimização utilizados no planejamento de sistemas de distribuição de energia são, em sua maioria, baseados em fluxo de potência não linear, característica que dificulta a convergência para soluções ótimas de boa qualidade. Nesse contexto, este trabalho avaliou a aplicação de uma formulação cônica como alternativa ao modelo não linear tradicional, verificando sua capacidade de aproximar, de forma satisfatória, as soluções obtidas pelo modelo original. Os resultados evidenciaram que a reformulação em programação cônica de segunda ordem apresentou desempenho consistente na representação do problema, ao mesmo tempo em que possibilitou a utilização de ferramentas de programação convexa mais acessíveis, amplamente disponíveis de forma gratuita e de implementação mais simples;
- Problemas de natureza combinatória, como a alocação ótima de equipamentos em SDEs, apresentam elevada complexidade computacional, o que dificulta a obtenção de soluções de alta qualidade por meio de *solvers* gratuitos e algoritmos de computação evolucionária, os quais frequentemente convergem para ótimos locais de baixa qualidade. Nesse contexto, a convexificação mostra-se uma estratégia relevante, pois simplifica a exploração do espaço de soluções e favorece uma busca mais eficiente e abrangente pelos algoritmos empregados. Contudo, é importante destacar que os ganhos observados não decorrem necessariamente de uma superioridade intrínseca da formulação convexa, mas sobretudo das limitações

computacionais dos *solvers* gratuitos disponíveis, especialmente diante de problemas não convexos;

- A técnica de otimização de Pareto é uma ferramenta extremamente útil no contexto de problemas de otimização multiobjetivo, especialmente em cenários nos quais as funções objetivo são potencialmente conflitantes, tornando inviável a obtenção de uma única solução ótima para todos os critérios simultaneamente. Nesse contexto, busca-se o conjunto de soluções de Pareto, também chamadas de soluções não dominadas, definido como aquelas soluções em que não é possível melhorar uma função objetivo sem degradar pelo menos uma outra, caracterizando soluções não dominadas dentro do conjunto viável. No âmbito deste estudo, propõe-se a obtenção direta desse conjunto de soluções não dominadas, em contraposição a abordagens baseadas na ponderação de objetivos, adotando-se, assim, a otimização simultânea dos critérios considerados;
- O *Multi-Objective Grey Wolf Optimizer* é uma meta-heurística inspirada no comportamento social e na estratégia de caça dos lobos-cinzentos, adaptada para resolver problemas de otimização multiobjetivo. Nessa abordagem, as soluções candidatas representam lobos organizados hierarquicamente, sendo guiados pelas melhores soluções encontradas (alfa, beta e delta) durante o processo iterativo. Para a otimização multiobjetivo, o algoritmo incorpora mecanismos de arquivamento de soluções não dominadas e estratégias de seleção que garantem diversidade e boa distribuição ao longo da fronteira de Pareto. Assim, o MOGWO busca simultaneamente a convergência para o conjunto de soluções ótimas de Pareto e a manutenção da diversidade entre elas, tornando-se uma ferramenta eficiente para lidar com problemas complexos com múltiplos critérios conflitantes;
- Nesta pesquisa, objetivou-se estudar o planejamento de *soft open points* a partir da aplicação de relaxamentos convexos ao modelo de fluxo de potência não linear, em particular por meio da programação cônica de segunda ordem. Para tanto, foram desenvolvidas estratégias para a determinação dos pontos de alocação ótima desses equipamentos em SDEs, com o objetivo de minimizar tanto as perdas técnicas quanto os cortes de geração eólica. Em um primeiro estudo, foram elaborados modelos de otimização cujas funções objetivo consistiam na ponderação entre perdas e cortes, sob diferentes configurações. Observou-se que, ao otimizar o modelo com foco exclusivo em um dos critérios, há uma tendência de deterioração do outro. Especificamente, a minimização dos cortes tende a provocar aumento das perdas, em função da maior circulação de potência nas linhas possibilitada pelos SOPs. Diante disso, foi conduzido um segundo estudo que, com o uso do algoritmo MOGWO, buscou a obtenção de soluções não dominadas de um problema para a otimização simultânea das perdas e dos cortes. Essas soluções, componentes da fronteira de Pareto do problema de otimização em questão, se traduzem em alocação de SOPs capazes de promover um bom equilíbrio entre perdas e cortes, ou seja, promovendo a melhoria de um critério sem a deterioração de outro. Os resultados obtidos evidenciam os benefícios da formulação cônica de segunda ordem em relação à formulação não linear, seja

em termos de tempo computacional ou de qualidade das soluções, além de demonstrarem a eficácia dos *soft open points* como alternativa para a adaptação dos SDEs aos desafios inerentes aos sistemas de potência modernos.

Embora o presente trabalho tenha sido aplicado a sistemas testes, pode-se verificar que a metodologia proposta é adequada para aplicação em sistemas de maior porte.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

Como perspectivas para trabalhos futuros, podem ser identificados os seguintes pontos para a evolução da presente pesquisa: sugerem-se:

- i. Incorporação de modelos de incerteza associados à geração renovável e à demanda;
- ii. Avaliação de topologias alternativas de *soft open points* em comparação à topologia *back-to-back* VSC empregada no presente trabalho;
- iii. Emprego de um modelo de otimização não linear inteiro misto em conjunto com a formulação cônica de segunda ordem, visando ao tratamento direto, no próprio modelo, das variáveis inteiras associadas à alocação dos equipamentos;
- iv. Aplicação da metodologia proposta a sistemas de maior porte com a utilização de processamento paralelo, por exemplo.

REFERÊNCIAS

- Alwash, S., Ibrahim, S., & Abed, A. M. (2022). Distribution system reconfiguration with soft open point for power loss reduction in distribution systems based on hybrid water cycle algorithm. *Energies*, 16(1):199.
- Baran, M. E. & Wu, F. F. (2002). Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power delivery*, 4(2):1401–1407.
- Bloemink, J. M. & Green, T. C. (2010). Increasing distributed generation penetration using soft normally-open points. In *IEEE PES general meeting*, pages 1–8. IEEE.
- Boyd, S. & Vandenberghe, L. (2004). *Convex optimization*. Cambridge university press.
- Cao, W., Wu, J., Jenkins, N., Wang, C., & Green, T. (2016). Operating principle of soft open points for electrical distribution network operation. *Applied Energy*, 164:245–257.
- Chiou, J.-P., Chang, C.-F., & Su, C.-T. (2005). Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems. *IEEE transactions on power systems*, 20(2):668–674.
- Civanlar, S., Grainger, J., Yin, H., & Lee, S. (1988). Distribution feeder reconfiguration for loss reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 3(3):1217–1223.
- COIN-OR (2026). Ipop documentation. <https://coin-or.github.io/Ipop/>.
- de Oliveira, L. W., de Oliveira, R., Lúcio, V. R., Marchito, D. R., & de Oliveira, E. J. (2024). Otimização de recursos distribuídos em sistemas de potência para aumento da capacidade de hospedagem de energias renováveis. In *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*, volume 4.
- de Oliveira, R., de Oliveira, L. W., & de Oliveira, E. J. (2023). Optimization approach for planning soft open points in a mv-distribution system to maximize the hosting capacity. *Energies*, 16(3):1035.
- Expósito, A. G. & Ramos, E. R. (1999). Reliable load flow technique for radial distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(3):1063–1069.
- FUN-LV (2026). Flexible urban networks – low voltage. <https://innovation.ukpowernetworks.co.uk/projects/flexible-urban-networks-low-voltage>.
- Heinrich, C. & Schmitt, H. (2001). Integration of new switching technologies in medium-voltage systems. In *16th International Conference and Exhibition on Electricity Distribution (CIRED 2001)*, pages v5–2. IET.
- Hiskens, I. & Davy, R. (2001). Exploring the power flow solution space boundary. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(3):389–395.
- Jabr, R. (2006). Radial distribution load flow using conic programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(3):1458–1459.
- Jabr, R. A. (2025). Outer approximation method for discrete ac optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 40(2):1943–1954.
- Ji, H., Wang, C., Li, P., Zhao, J., Song, G., Ding, F., & Wu, J. (2017). An enhanced socp-based method for feeder load balancing using the multi-terminal soft open point in active distribution networks. *Applied energy*, 208:986–995.

- Jiang, X., Zhou, Y., Ming, W., Yang, P., & Wu, J. (2022). An overview of soft open points in electricity distribution networks. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 13(3):1899–1910.
- Kocuk, B., Dey, S. S., & Sun, X. A. (2016). Strong socp relaxations for the optimal power flow problem. *Operations Research*, 64(6):1177–1196.
- Li, X., Fu, Q., Li, Q., Ding, W., Lin, F., & Zheng, Z. (2023). Multi-objective binary grey wolf optimization for feature selection based on guided mutation strategy. *Applied Soft Computing*, 145:110558.
- Low, S. H. (2013). Convex relaxation of optimal power flow: A tutorial. In *2013 IREP symposium bulk power system dynamics and control-IX optimization, security and control of the emerging power grid*, pages 1–15. IEEE.
- Low, S. H. (2014a). Convex relaxation of optimal power flow—part i: Formulations and equivalence. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 1(1):15–27.
- Low, S. H. (2014b). Convex relaxation of optimal power flow—part ii: Exactness. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 1(2):177–189.
- Lúcio, V., Oliveira, R., Oliveira, L., & Oliveira, E. (2023). Planejamento de geração distribuída em sistemas de distribuição com suporte de soft open points. volume 1.
- Miettinen, K. (1999). *Nonlinear multiobjective optimization*, volume 12. Springer Science & Business Media.
- Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Lewis, A. (2014). Grey wolf optimizer. *Advances in engineering software*, 69:46–61.
- Mirjalili, S., Saremi, S., Mirjalili, S. M., & Coelho, L. d. S. (2016). Multi-objective grey wolf optimizer: a novel algorithm for multi-criterion optimization. *Expert systems with applications*, 47:106–119.
- Molzahn, D. K. & Hiskens, I. A. (2019). A survey of relaxations and approximations of the power flow equations. *Foundations and Trends in Electric Energy Systems*, 4(1-2):1–221.
- Monticelli, A. J. (1983). *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Centro de Pesquisa em Energia Elétrica.
- NumPy (2026). Numpy documentation. <https://numpy.org/doc/stable/>.
- Oliveira, L. d. (2009). Reconfiguração e alocação ótima de capacitores em sistemas de distribuição. *Rio de Janeiro: Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro*.
- Pandas (2026). Pandas documentation. <https://pandas.pydata.org/docs/>.
- Pyomo (2026). About pyomo. <https://www.pyomo.org/about>.
- Siswanto, J., Wijaya, J. N., Prasety, V. R., & Arwoko, H. (2026). A hybrid binary grey wolf and whale optimization method for feature selection in classification tasks. *Expert Systems with Applications*, 321:132277.
- Wachter, A. (2002). *An interior point algorithm for large-scale nonlinear optimization with applications in process engineering*. Carnegie Mellon University.

Wang, P. & Li, H. (2024). Coordinated planning of soft open point and energy store system in active distribution networks under source-load imbalance. *Electric Power Systems Research*, 231:110324.

Yumbla, J., Home-Ortiz, J. M., Pinto, T., & Roberto Sanches Mantovani, J. (2025). Maximizing pv hosting capacity in unbalanced and active distribution systems with evs and demand response. *IEEE Access*, 13:152800–152811.

Zhou, C., Liang, R., Liu, Q., & Niu, S. (2025a). A binary particle swarm optimization with dual encoding mechanism for feature selection. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 162:112397.

Zhou, H., Xiong, G., Fu, X., Wong, M.-C., Dessaint, L.-A., & Al-Haddad, K. (2025b). Joint optimization of location and topology of multi-terminal soft open point in distribution networks. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 169:110721.

APÊNDICE A – Projeto Real de *Soft Open Points*

O projeto *Flexible Urban Networks – Low Voltage* (FUN-LV) foi concebido para explorar o uso de *soft open points* na rede de baixa tensão do Reino Unido. O objetivo central consistiu em permitir o adiamento de reforços convencionais de rede e facilitar a conexão de tecnologias de baixo carbono, como veículos elétricos e geração distribuída.

Através da introdução de malhas em redes anteriormente radiais com a utilização de SOPs em pontos estratégicos, o projeto visou aumentar a capacidade compartilhada e a resiliência do sistema.

O projeto utilizou três classes de equipamentos principais, em destaque a seguir. A Figura 28 ilustra uma imagem de um SOP de dois terminais utilizado no projeto.

- Uso de disjuntores de controle remoto e chaves de caixa de ligação;
- Instalação de SOPs de dois terminais, com capacidade de até 240kVA;
- Instalação de SOPs multi-terminais, permitindo o compartilhamento entre três subestações, com capacidade de 400kVA.

Os SOPs foram operados via algoritmos autônomos para o ajuste dos fluxos de potência real e reativa. Os principais modos demonstrados foram:

- Equalização de Transformadores: modo primário para equilibrar a carga entre transformadores adjacentes;
- Suporte de Tensão: o SOP importa ou exporta potência para manter a tensão dentro de limites;
- Suporte de Fator de Potência: Controle de potência reativa para melhorar a eficiência da rede;
- Correção de Desequilíbrio: redução de tensões de sequência zero e negativa.

A incorporação dos SOPs seguiu um rigoroso processo de almoxarifado digital e registro físico para garantir a segurança e a rastreabilidade:

- Vistorias prévias: avaliação de dimensões, ventilação e características térmicas, já que esses dispositivos são maiores que os ativos tradicionais de BT;
- Registro em banco de dados: cada SOP foi registrado no sistema utilizado com detalhes como número de série, fabricante, ano de fabricação e posição da planta;
- Gestão de materiais: uso de números de trabalho específicos por local para rastrear custos de mão de obra e materiais, facilitando a análise de variações entre esquemas.

Figura 28 – SOP de dois terminais instalado em *Portman Square*



Fonte: FUN-LV (2026).

Os testes em campo em Londres e Brighton forneceram evidências sólidas:

- Redução de utilização: A utilização máxima das subestações mais carregadas foi reduzida entre 7% e 28% na maioria dos casos estudados;
- Custo-benefício: o benefício do FUN-LV é maximizado em cenários onde o custo do reforço convencional é proibitivo ou onde é necessária uma conexão rápida de clientes.

O projeto FUN-LV provou que os SOPs são ferramentas viáveis para o planejamento moderno de redes urbanas. Embora introduzam perdas próprias (estimadas entre 7% e 25% da potência transferida), a capacidade de equilibrar cargas e gerir tensões de forma dinâmica compensa esses custos em redes saturadas.