

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Andrezza Muniz de Campos

Avaliação da Representação de Dispositivos de Controle Através da  
Formulação Line-Wise do Problema de Fluxo de Potência

Juiz de Fora

2026

**Andrezza Muniz de Campos**

**Avaliação da Representação de Dispositivos de Controle Através da  
Formulação Line-Wise do Problema de Fluxo de Potência**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Prof. João Alberto Passos Filho, D.Sc.

Juiz de Fora

2026

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pela autora

Campos, Andrezza Muniz de.

Avaliação da Representação de Dispositivos de Controle Através da  
Formulação Line-Wise do Problema de Fluxo de Potência / Andrezza  
Muniz de Campos. – 2026.

146 f. : il.

Orientador: João Alberto Passos Filho, D.Sc.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade  
de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2026.

1. Fluxo de Potência. 2. *Line-Wise Power Flow*. 3. Dispositivos de  
Controle. I. Passos Filho, João Alberto. II. Título.

**Andrezza Muniz de Campos**

**Avaliação da Representação de Dispositivos de Controle Através da Formulação Line-Wise do Problema de Fluxo de Potência**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Aprovada em 05 de março de 2026.

BANCA EXAMINADORA

**Prof. Dr. João Alberto Passos Filho** - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Bráulio César de Oliveira**

Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Prof. Dr. Igor Delgado de Melo**

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 05/02/2026.



Documento assinado eletronicamente por **Joao Alberto Passos Filho, Professor(a)**, em 05/03/2026, às 17:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Bráulio César de Oliveira, Usuário Externo**, em 05/03/2026, às 17:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Igor Delgado de Melo, Professor(a)**, em 05/03/2026, às 17:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2860526** e o código CRC **6A37B7DA**.

Dedico este trabalho à memória do meu pai, Gerci, que foi meu maior exemplo, minha inspiração e meu alicerce.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois sem Ele nada é possível.

Sou grata aos meus pais por todo o apoio recebido, em especial ao meu pai, Gerci (*in memoriam*), que sempre acreditou em mim e me incentivou em todos os momentos.

Agradeço ao meu orientador por todos os ensinamentos, pela paciência e pelas contribuições fundamentais ao desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora (PPEE/UFJF), pelo apoio e pela infraestrutura oferecida ao longo desta trajetória acadêmica, e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

## RESUMO

A sociedade moderna é altamente dependente da energia elétrica e, com a contínua expansão dos Sistemas Elétricos de Potência (SEPs), o aumento da inserção de fontes de geração distribuída e o uso crescente de fontes intermitentes elevam significativamente a complexidade desses sistemas. Nesse contexto, o fluxo de potência destaca-se como a principal ferramenta para análise, operação e planejamento dos sistemas elétricos; entretanto, apesar de sua ampla utilização e eficiência, sua formulação tradicional baseia-se em métodos desenvolvidos em meados do século passado, motivando a busca por abordagens computacionalmente mais eficientes, especialmente para sistemas de grande porte. Nesse cenário, surge a formulação conhecida como *Line-Wise Power Flow* (LWPF), que apresenta como principal vantagem a redução do custo computacional, mas que ainda é pouco explorada na literatura, sobretudo no que se refere à inclusão de controles essenciais para a representação adequada de sistemas elétricos reais. Dessa forma, este trabalho tem como objetivo validar e integrar diferentes tipos de controle à metodologia LWPF, incluindo o controle de tensão por transformadores com *tap* sob carga, o controle remoto de tensão, o controle de fluxo de potência ativa em linhas de transmissão via Compensação Série Controlada, além do tratamento dos limites de potência reativa do sistema. Os controles em questão foram implementados, e os resultados obtidos foram comparados com aqueles fornecidos pelo *software* ANAREDE, por se tratar de uma ferramenta consolidada na análise de SEPs. Simulações conduzidas nos sistemas IEEE 14 e 30 barras demonstram que a metodologia LWPF, mesmo com a inclusão dos controles analisados, apresenta elevada compatibilidade com o método convencional, fornecendo soluções numericamente equivalentes em termos de tensões, ângulos e fluxos de potência, além de manter elevada esparsidade em sua matriz Jacobiana, característica que evidencia seu potencial para aplicações em sistemas de maior porte.

**Palavras-chave:** Fluxo de potência. *Line-Wise Power Flow*. Dispositivos de controle. Sistemas elétricos de potência.

## ABSTRACT

Modern society is highly dependent on electrical energy and, with the continuous expansion of electric power systems, the increasing penetration of distributed generation sources and the growing use of intermittent energy sources significantly raise the complexity of these systems. In this context, power flow analysis stands out as the main tool for the analysis, operation, and planning of electric power systems; however, despite its wide applicability and efficiency, its traditional formulation is based on methods developed in the mid-twentieth century, which motivates the search for more computationally efficient approaches, especially for large-scale systems. Within this scenario, the formulation known as the Line-Wise Power Flow (LWPF) emerges, whose main advantage lies in the reduction of computational effort, although it is still sparsely explored in the literature, particularly With respect to the inclusion of control strategies essential for the proper representation of real power systems. Therefore, this work aims to validate and integrate different types of control into the LWPF methodology, including voltage control through on-load tap-changing transformers (LTC), remote voltage control, active power flow control in transmission lines via Controlled Series Compensation (CSC), as well as the treatment of reactive power limits. The controls in question were implemented, and the obtained results were compared with those provided by the ANAREDE software, as it is a well-established tool in the analysis of electric power systems. The results demonstrate that the LWPF methodology, even with the inclusion of the analyzed controls, presents high compatibility with the conventional power flow method, providing numerically equivalent solutions in terms of voltages, angles, and power flows, while maintaining high sparsity in its Jacobian matrix, which highlights its potential for applications in large-scale power systems.

**Keywords:** Power flow. Line-Wise Power Flow. Control devices. Electric power systems.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Diagrama esquemático da estrutura de um CSC. . . . .	44
Figura 2 - Elemento série de impedância do modelo $\pi$ . . . . .	49
Figura 3 - Fluxograma da metodologia <i>Line-Wise Power Flow</i> . . . . .	53
Figura 4 - Modelo do transformador em fase. . . . .	63
Figura 5 - Circuito $\pi$ equivalente do transformador em fase. . . . .	64
Figura 6 - Modelo do transformador em fase na metodologia LWPF. . . . .	64
Figura 7 - Circuito $\pi$ equivalente do transformador em fase na metodologia LWPF. . . . .	65
Figura 8 - Sistema exemplo de 3 barras utilizado para a aplicação do controle de tensão por meio de transformador. . . . .	73
Figura 9 - Princípio de operação do transformador LTC. . . . .	75
Figura 10 - Sistema de backoff para o LTC. . . . .	78
Figura 11 - Fluxograma do LWPF com tratamento de limite de potência reativa. . . . .	81
Figura 12 - Fluxograma do método LWPF com controle remoto de tensão. . . . .	86
Figura 13 - Esquema para o exemplo ilustrativo para controle remoto de tensão. . . . .	88
Figura 14 - Estrutura geral do controle por compensação série. . . . .	93
Figura 15 - Fluxograma do fluxo por linha com a inserção do controle CSC. . . . .	96
Figura 16 - Esquema de sistema com CSC. . . . .	97
Figura 17 - Diagrama unifilar do sistema IEEE 14 barras. . . . .	104
Figura 18 - Comparação de módulos e ângulos de tensão entre ANAREDE e MATLAB para o sistema IEEE 14 barras e respectivas diferenças. . . . .	105
Figura 19 - Trajetória de convergência do método LWPF para o sistema IEEE 14 barras. . . . .	105
Figura 20 - Comparação dos fluxos de potência nas linhas obtidos pelo ANAREDE e pelo MATLAB no sistema IEEE 14 barras. . . . .	107
Figura 21 - Esparsidade da Jacobiana no sistema IEEE 14 barras para o método LWPF. . . . .	108
Figura 22 - Esparsidade da Jacobiana no sistema IEEE 14 barras para o método convencional. . . . .	108
Figura 23 - Sistema-teste IEEE 14 barras com modificação para LTC. . . . .	110
Figura 24 - Resultados para simulação com $V_5^{esp} = 1,01$ p.u.. . . . .	111
Figura 25 - Trajetória de convergência para $V_5^{esp} = 1,01$ p.u.. . . . .	112
Figura 26 - Resultados para simulação com $V_5^{esp} = 0,9$ p.u.. . . . .	113
Figura 27 - Trajetória de convergência para $V_5^{esp} = 0,9$ p.u.. . . . .	114
Figura 28 - Resultados para simulação com $V_5^{esp} = 1,1$ p.u.. . . . .	115
Figura 29 - Trajetória de convergência para $V_5^{esp} = 1,1$ p.u.. . . . .	116
Figura 30 - Padrão de esparsidade da matriz Jacobiana com a inclusão do controle de tensão por LTC na formulação. . . . .	117
Figura 31 - Validação do método LWPF com tratamento de limites de reativo. . . . .	119

Figura 32 - Comportamento das tensões e da geração reativa em barras PV sob restrições de limites operativos. . . . .	120
Figura 33 - Comparação dos resultados em diferentes métodos. . . . .	121
Figura 34 - Resultados para simulação com $V_4^{esp} = 1,02$ p.u.. . . . .	122
Figura 35 - Trajetória de convergência para $V_4^{esp} = 1,02$ p.u.. . . . .	123
Figura 36 - Resultados para simulação com $V_4^{esp} = 0,95$ p.u.. . . . .	124
Figura 37 - Trajetória de convergência para $V_4^{esp} = 0,95$ p.u.. . . . .	125
Figura 38 - Resultados para simulação com $V_4^{esp} = 1,05$ p.u.. . . . .	126
Figura 39 - Trajetória de convergência para $V_4^{esp} = 1,05$ p.u.. . . . .	127
Figura 40 - Análise do comportamento do sistema sob variação de $V_4^{esp}$ (0,91 a 1,10 p.u.) sem limites de reativo. . . . .	128
Figura 41 - Sistema-teste para simulação do CSC. . . . .	130
Figura 42 - Comparação entre os métodos Convencional e LWPF para um sistema com dispositivo <i>Controlled Series Compensation</i> (CSC) com $PF_{4-2} = -167$ MW. . . . .	131
Figura 43 - Trajetória de convergência com uso de CSC. . . . .	132
Figura 44 - Variação da reatância do dispositivo CSC em função do aumento da geração de potência ativa na barra 1. . . . .	133
Figura 45 - Diagrama unifilar do sistema IEEE 30 barras. . . . .	134
Figura 46 - Resultados da simulação do sistema IEEE 30 barras com LTC e CRT. . . . .	135

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cronologia e evolução da metodologia LWPF na literatura. . . . .	21
Tabela 2 – Sinal do erro da tensão da barra controlada pelo LTC. . . . .	38
Tabela 3 – Tratamento dos limites de geração de potência reativa. . . . .	80
Tabela 4 – Condições para retorno da barra ao tipo PV após violação dos limites de potência reativa. . . . .	80
Tabela 5 – Verificação e ajuste da reatância equivalente do CSC durante a iteração do fluxo de potência. . . . .	95
Tabela 6 – Resultados de convergência do método LWPF: máximo resíduo por equação e por iteração no sistema IEEE 14 barras. . . . .	106
Tabela 7 – Número de termos não nulos na matriz Jacobiana por iteração em ambos os métodos no sistema IEEE 14 barras. . . . .	109
Tabela 8 – Comparativo do tamanho e densidade da Jacobiana no sistema IEEE 14 barras. . . . .	109
Tabela 9 – Comparação de resultados entre MATLAB e ANAREDE. . . . .	116
Tabela 10 – Parâmetros de geração máxima por barra. . . . .	118
Tabela 11 – Comparação de resultados entre os métodos com controle remoto de tensão. . . . .	129
Tabela 12 – Resultados das simulações do controle CSC. . . . .	133

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<b>CRT</b>	Controle Remoto de Tensão
<b>CSC</b>	<i>Controlled Series Compensation</i>
<b>FACTS</b>	<i>Flexible AC Transmission Systems</i>
<b>FPO</b>	Fluxo de Potência Ótimo
<b>G-S</b>	Gauss-Seidel
<b>LTC</b>	<i>Load Tap Changer</i>
<b>LWOPF</b>	<i>Line-Wise Optimal Power Flow</i>
<b>LWPF</b>	<i>Line-Wise Power Flow</i>
<b>NR</b>	Newton-Raphson
<b>OLTC</b>	<i>On-Load Tap Changer</i>
<b>SEP</b>	Sistema Elétrico de Potência
<b>SIN</b>	Sistema Interligado Nacional
<b>SSSC</b>	<i>Static Synchronous Series Compensator</i>
<b>TCR</b>	<i>Thyristor Controlled Reactor</i>
<b>TCSC</b>	<i>Thyristor Controlled Series Capacitor</i>
<b>ULTC</b>	<i>Under Load Tap Changer</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	<i>Tap</i> do transformador
$BS$	Vetor de susceptâncias do sistema
$FA$	Função de ângulo por linha no primeiro extremo
$FB$	Função de ângulo por linha no segundo extremo
$FF$	Função de tensão por linha no primeiro extremo
$FP$	Função para injeção de potência real por barramento a partir de linhas
$FQ$	Função para injeção de potência reativa por barramento a partir de linhas
$FS$	Função de tensão por linha no segundo extremo
$FT(W)$	Sistema de equações lineares que modela o sistema elétrico
$GS$	Vetor de admitâncias do sistema
$h$	Número da iteração
$M$	Matriz de incidência
$n_b$	Número de barras do sistema
$n_{csc}$	Número de dispositivos CSC no sistema
$n_l$	Número de linhas do sistema
$n_{ltc}$	Número de dispositivos LTC
$PD, QD$	Vetores de potência ativa e reativa demandadas, respectivamente
$PF, PS$	Potências ativas incidentes nos barramentos de origem e destino da linha de transmissão, respectivamente
$PG, QG$	Vetores de potência ativa e reativa geradas, respectivamente
$QF, QS$	Potências reativas incidentes nos barramentos de origem e destino da linha de transmissão, respectivamente
$R$	Vetor de resistências elétricas das linhas de transmissão
$SF$	Potência complexa associada ao fluxo no barramento de destino da linha de transmissão
$SS$	Potência complexa associada ao fluxo no barramento de origem da linha de transmissão
$U$	Magnitude da tensão nodal ao quadrado para os barramentos do sistema
$V_i$	Tensão na barra $i$
$W$	Vetor solução para o sistema
$X$	Vetor de reatâncias elétricas das linhas de transmissão
$Y_{bus}$	Matriz de admitância nodal
$\delta$	Ângulo de fase da tensão nos barramentos do sistema
$\Delta W$	Vetor de incrementos das variáveis de estado do sistema
$\Delta Y$	Vetor de resíduos do sistema
$\epsilon$	Tolerância pré-especificada para o sistema

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>15</b>
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS . . . . .	15
1.2	OBJETIVOS . . . . .	16
1.3	PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO . . . . .	16
<b>1.3.1</b>	<b>Publicações Decorrentes</b> . . . . .	<b>17</b>
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO . . . . .	17
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> . . . . .	<b>19</b>
2.1	SUMÁRIO DO CAPÍTULO . . . . .	21
<b>3</b>	<b>REVISÃO FLUXO DE POTÊNCIA CONVENCIONAL E DE DISPOSITIVOS DE CONTROLES</b> . . . . .	<b>23</b>
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS . . . . .	23
3.2	FLUXO DE POTÊNCIA CONVENCIONAL . . . . .	23
<b>3.2.1</b>	<b>Formulação Geral do Fluxo de Potência Convencional</b> . . . . .	<b>24</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Métodos Clássicos de Solução</b> . . . . .	<b>27</b>
<i>3.2.2.1</i>	<i>Método de Gauss-Seidel</i> . . . . .	<i>28</i>
3.2.2.1.1	Aplicação do Método de Gauss-Seidel ao Fluxo de Potência . . . . .	28
<i>3.2.2.2</i>	<i>Método de Newton-Raphson</i> . . . . .	<i>30</i>
3.2.2.2.1	Aplicação do Método de Newton-Raphson ao Fluxo de Potência . . . . .	31
<i>3.2.2.3</i>	<i>Método Desacoplado</i> . . . . .	<i>33</i>
<i>3.2.2.4</i>	<i>Método Desacoplado Rápido</i> . . . . .	<i>34</i>
<b>3.2.3</b>	<b>Limitações do Fluxo de Potência Convencional</b> . . . . .	<b>35</b>
3.3	MODELAGEM DOS DISPOSITIVOS DE CONTROLE NO FLUXO DE POTÊNCIA CONVENCIONAL . . . . .	36
<b>3.3.1</b>	<b>Controle de Tensão Via LTC</b> . . . . .	<b>36</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Limites de Geração de Reativo em Barras PV</b> . . . . .	<b>40</b>
<b>3.3.3</b>	<b>Controle Remoto de Tensão</b> . . . . .	<b>41</b>
<b>3.3.4</b>	<b>Utilização do CSC para Controle do Fluxo de Potência Ativa</b> . . . . .	<b>43</b>
3.4	SUMÁRIO DO CAPÍTULO . . . . .	46
<b>4</b>	<b>REVISÃO LINE-WISE POWER FLOW</b> . . . . .	<b>48</b>
4.1	FUNDAMENTOS DO MÉTODO LINE-WISE POWER FLOW . . . . .	48
<b>4.1.1</b>	<b>Detalhamento das Derivadas da Matriz Jacobiana</b> . . . . .	<b>55</b>
4.2	DIFERENÇAS PRINCIPAIS ENTRE O FLUXO DE POTÊNCIA TRADICIONAL E O LINE-WISE POWER FLOW . . . . .	60
4.3	SUMÁRIO DO CAPÍTULO . . . . .	61
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA PROPOSTA</b> . . . . .	<b>62</b>
5.1	CONTROLE DE TENSÃO LTC . . . . .	63
<b>5.1.1</b>	<b>Teoria do Controle LTC</b> . . . . .	<b>63</b>

5.1.1.1	<i>Metodologia Empregada para Controle de LTC</i> . . . . .	67
5.1.2	<b>Implementação do Controle LTC no Método LWPF</b> . . . . .	69
5.1.3	<b>Detalhamento do Fluxograma</b> . . . . .	73
5.1.3.1	<i>Exemplo Ilustrativo</i> . . . . .	73
5.1.4	<b>Tratamento dos Limites Operacionais e da Lógica de Backoff</b> .	75
5.1.5	<b>Considerações Finais da Seção</b> . . . . .	78
5.2	TRATAMENTO DE LIMITES DE GERAÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA	79
5.2.1	<b>Considerações Finais da Seção</b> . . . . .	82
5.3	CONTROLE REMOTO DE TENSÃO . . . . .	83
5.3.1	<b>Modelagem do Controle Remoto de Tensão no Contexto do LWPF</b>	83
5.3.2	<b>Fluxograma do Método LWPF com Controle Remoto de Tensão</b>	85
5.3.2.1	<i>Exemplo Ilustrativo</i> . . . . .	87
5.3.2.2	<i>Considerações Finais da Seção</i> . . . . .	91
5.4	CONTROLE DE FLUXO DE POTÊNCIA ATIVA ATRAVÉS DE CSC	91
5.4.1	<b>Modelagem do CSC no Contexto do LWPF</b> . . . . .	92
5.4.2	<b>Fluxograma do Método LWPF com Controle CSC</b> . . . . .	95
5.4.2.1	<i>Exemplo Ilustrativo</i> . . . . .	97
5.4.2.2	<i>Considerações Finais da Seção</i> . . . . .	102
5.5	SUMÁRIO DO CAPÍTULO . . . . .	102
6	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> . . . . .	103
6.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS . . . . .	103
6.2	LINE-WISE POWER FLOW . . . . .	103
6.3	TRANSFORMADORES DE TAP VARIÁVEL . . . . .	109
6.3.1	<b>Simulação em Condição Nominal (<math>V_5^{esp} = 1,01</math> p.u.)</b> . . . . .	110
6.3.2	<b>Simulação com Tensão Inferior à Nominal (<math>V_5^{esp} = 0,9</math> p.u.)</b> . .	112
6.3.3	<b>Simulação com Tensão Superior à Nominal (<math>V_5^{esp} = 1,1</math> p.u.)</b> . .	114
6.3.4	<b>Comparação dos Resultados</b> . . . . .	116
6.4	TRATAMENTO DE LIMITES DE GERAÇÃO EM BARRAS PV . . .	118
6.5	CONTROLE DE TENSÃO EM BARRAS REMOTAS . . . . .	121
6.5.1	<b>Barra 4 Controlada em 1,02 p.u.</b> . . . . .	122
6.5.2	<b>Barra 4 Controlada em 0,95 p.u.</b> . . . . .	123
6.5.3	<b>Barra 4 Controlada em 1,05 p.u.</b> . . . . .	125
6.6	COMPENSAÇÃO SÉRIE CONTROLADA . . . . .	129
6.7	CONTROLE LTC E CONTROLE REMOTO DE TENSÃO . . . . .	134
6.8	SUMÁRIO DO CAPÍTULO . . . . .	136
7	<b>CONCLUSÕES</b> . . . . .	137
7.1	SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS . . . . .	138
A	<b>EQUACIONAMENTO DETALHADO DO LINE-WISE POWER FLOW</b> . . . . .	139

<b>B</b>	<b>MATRIZ JACOBIANA COMPLETA DO EXEMPLO ILUSTRATIVO DE CONTROLE CSC . . . . .</b>	<b>143</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>144</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A humanidade tem se tornado cada vez mais dependente da energia elétrica, um insumo essencial para praticamente todas as atividades econômicas contemporâneas, além de desempenhar papel fundamental na manutenção da qualidade de vida. Como consequência dessa crescente demanda, os Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) vêm passando por constante expansão, incorporando dispositivos que anteriormente tinham participação limitada na matriz energética.

Com o aumento da geração e da complexidade das redes, cresce também a necessidade de ferramentas computacionais robustas para definir o estado do sistema elétrico. Nesse contexto, o fluxo de potência destaca-se como uma das principais metodologias para análise do comportamento das redes. O equacionamento tradicional do fluxo de potência é baseado em barras do sistema, determinando, para cada barramento, as tensões e ângulos correspondentes.

Originalmente desenvolvido na primeira metade do século XX, o fluxo de potência passou a ser resolvido por métodos iterativos em computadores digitais à medida que a complexidade das redes aumentava. Entre esses métodos, destaca-se o método de Newton-Raphson (NR), proposto por Tinney e Hart (1967) no final da década de 1960, que se mostrou altamente eficiente e permanece amplamente utilizado até os dias atuais, devido à sua convergência quadrática e à confiabilidade na obtenção da solução.

Para representar adequadamente as redes reais, o fluxo de potência deve incluir os dispositivos de controle existentes no sistema elétrico e refletir as limitações do sistema. Nesse sentido, diversas metodologias foram desenvolvidas para incorporar controles ao cálculo do fluxo de potência. Passos Filho (2000) propôs uma abordagem em que diferentes tipos de controles eram inseridos diretamente na matriz Jacobiana, de forma a representar o sistema com maior fidelidade e, ao mesmo tempo, simplificar sua implementação, trazendo ganhos significativos.

Desde então, a expansão dos sistemas elétricos, aliada à crescente inserção de fontes de geração distribuída e intermitente, tem exigido soluções de fluxo de potência cada vez mais ágeis devido às rápidas mudanças no estado da rede. Certos mecanismos de controle, como o ajuste de *tap* de transformadores via *Load Tap Changer* (LTC), alteram a relação de transformação e os parâmetros do sistema, o que demanda a atualização da matriz de admitância nodal. Embora esse processo seja computacionalmente tratável, a dinâmica imposta pela intermitência das fontes reforça a necessidade de métodos que permitam solucionar o fluxo de potência de forma ainda mais eficiente.

Neste contexto, Mohamed e Venkatesh (2018) propuseram a metodologia de fluxo

de potência por equacionamento por linha conhecido por *Line-Wise Power Flow* (LWPF), que apresenta redução significativa do tempo de cálculo, podendo ser até duas vezes mais rápida que os métodos convencionais para sistemas de grande porte. Essa metodologia se beneficia da diminuição de termos trigonométricos e da eliminação do uso da matriz admitância nodal, aumentando a eficiência computacional (MOHAMED; VENKATESH, 2018).

Apesar dessas vantagens, não foram encontrados estudos sobre a implementação de controles na metodologia LWPF. A lacuna explorada neste trabalho consiste justamente na inserção de parte dos controles desenvolvidos por Passos Filho (2000), com o objetivo de expandir o conhecimento sobre a formulação baseada em linhas e avaliar sua aplicabilidade em sistemas complexos.

## 1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo validar a metodologia LWPF proposta por Mohamed e Venkatesh (2018), incorporando pequenas alterações em relação à formulação original. Busca-se, prioritariamente, expandir o conhecimento sobre essa técnica, cujos esforços de pesquisa têm se concentrado majoritariamente no Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Essa ênfase resultou em lacunas na implementação de diferentes tipos de controle, essenciais para a análise precisa de sistemas elétricos.

Nesse contexto, esta dissertação propõe aproximar a referida metodologia de sua aplicação prática, explorando seu potencial como um método promissor e reconhecido na literatura por sua eficiência computacional. Para tanto, são implementados e validados diversos controles no modelo LWPF, incluindo o controle de tensão via transformadores do tipo LTC, o Controle Remoto de Tensão (CRT), o controle de potência ativa em linhas via *Controlled Series Compensation* (CSC), além do tratamento de barras PV para a garantia dos limites de geração de potência reativa.

Dessa forma, o estudo visa ampliar o domínio sobre a formulação LWPF, oferecendo uma abordagem integrada que alia o desempenho computacional a uma maior fidelidade à operação real dos sistemas de potência.

## 1.3 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Este trabalho apresenta diversas contribuições relevantes para o avanço da metodologia de fluxo de potência LWPF. Primeiramente, realiza-se a validação da metodologia com ajustes pontuais em relação à formulação original, ampliando o conhecimento sobre um método recente e ainda pouco explorado na literatura.

Além disso, desenvolve-se o equacionamento e a implementação de controles que ainda não haviam sido incorporados à metodologia LWPF, contribuindo para o aperfei-

çoamento e a robustez do modelo. Os resultados obtidos são comparados com sistemas consolidados na literatura, permitindo avaliar a consistência, a precisão e a aplicabilidade prática da abordagem proposta.

### 1.3.1 Publicações Decorrentes

Esta pesquisa resultou na publicação do artigo “*Metodologia para Representação do Controle de Tensão por Transformadores LTC Utilizando a Formulação Line-Wise Power Flow*”. O referido artigo foi publicado nos Anais da 16<sup>a</sup> IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON), São Sebastião, SP, Brasil, 2025.

## 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado em sete capítulos, conforme descrito a seguir:

- **Capítulo 2:** Apresenta uma revisão bibliográfica sobre a metodologia de fluxo de potência com o cálculo baseado em linha, o LWPF, com o objetivo de contextualizar o estado da arte de forma sucinta, desde a criação do método até as abordagens mais recentes;
- **Capítulo 3:** Realiza uma revisão de metodologias consolidadas de fluxo de potência convencional, abordando técnicas iterativas de resolução, como os métodos de Gauss-Seidel (G-S), NR, Desacoplado e Desacoplado Rápido. Além disso, é apresentada uma breve revisão sobre a inserção de dispositivos de controle no fluxo de potência tradicional, incluindo controle de tensão via LTC, o CRT, o controle de potência ativa através de CSC e o tratamento de limites de geração reativa;
- **Capítulo 4:** Retoma a metodologia LWPF introduzida no Capítulo 2, detalhando seu equacionamento, principais vantagens e estrutura de resolução. Esse capítulo é fundamental para a compreensão das implementações de controle apresentadas no capítulo seguinte;
- **Capítulo 5:** Descreve as implementações dos controles na metodologia LWPF. São abordados o controle de tensão através de transformador LTC, o CRT considerando a potência reativa como variável de estado, e o controle de potência ativa na linha através do dispositivo CSC. As implementações são ilustradas com exemplos simples a fim de facilitar a interpretação do funcionamento dos controles. Além disso, é apresentado o tratamento dos limites de geração reativa nas barras;
- **Capítulo 6:** Apresenta os resultados obtidos utilizando os sistemas IEEE 14 e 30 barras, com o objetivo de validar a metodologia proposta e os controles implementados, seguido de uma discussão detalhada sobre os resultados;

- **Capítulo 7:** Encerra o trabalho, com as conclusões referentes à metodologia proposta e sugestões para trabalhos futuros.

Além desses capítulos, dois apêndices são utilizados para apresentar o desenvolvimento dos equacionamentos da metodologia LWPF, bem como as matrizes Jacobianas dos exemplos apresentados.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma síntese do estado da arte relativo à metodologia LWPF, compreendendo o período desde a sua proposição original até os desenvolvimentos mais recentes. A análise das publicações disponíveis revela um campo de pesquisa em estágio inicial, porém com elevado potencial de aplicação. A identificação dessa relativa escassez de trabalhos reforça a oportunidade de contribuir para avanço da técnica, especialmente no que se refere a aplicações ainda não consolidadas.

A metodologia LWPF foi proposta originalmente por Mohamed e Venkatesh (2018). Embora seu equacionamento possua fundamentos em estudos clássicos, como os apresentados por Baran e Wu (1989), a formulação completa, sistematizada e consolidada do LWPF foi apresentada apenas em 2018, caracterizando-se como uma abordagem inovadora para a análise do fluxo de potência.

Diferentemente do método convencional, formulado por barras, o LWPF utiliza um conjunto de equações formuladas por linha, cuja solução é obtida por meio do método iterativo de NR. Essa mudança estrutural na formulação traz diversas vantagens, conforme apontado pelos autores, dentre as quais destacam-se a redução do esforço computacional e a maior velocidade de processamento, decorrentes principalmente da redução do número de termos trigonométricos dos cálculos envolvidos. Além disso, o método dispensa a utilização da matriz de admitância, apresenta excelente escalabilidade para sistemas de grande porte, desempenho numérico estável, convergência monotônica e alta precisão (MOHAMED; VENKATESH, 2018).

Outro aspecto relevante do LWPF é que as potências ativa e reativa são obtidas diretamente a partir das equações formuladas, eliminando a necessidade de cálculos adicionais. Além disso, a metodologia permite identificar diretamente o conjunto de linhas críticas que conectam barras mais suscetíveis ao colapso de tensão. Nesse sentido, o trabalho mostra-se promissor para a área de SEP, configurando-se como uma alternativa com potencial para se tornar competitiva às metodologias tradicionais amplamente utilizadas ao longo dos anos.

Na publicação da tese de Mohamed (2019) são apresentadas tanto a formulação polar quanto a retangular do LWPF. O autor desenvolve seu trabalho no contexto do FPO, que a partir desse estudo passa a constituir a vertente mais explorada da metodologia, em virtude da possibilidade de obtenção de ganhos econômicos significativos com sua implementação. É nesse documento que o *Line-Wise Optimal Power Flow* (LWOPF) é formalmente introduzido e sistematizado pela primeira vez.

Nesse mesmo ano, os mesmos autores expandiram a aplicação da metodologia LWPF por meio de três novas publicações. No primeiro trabalho, os autores propõem o LWOPF, fundamentado no equacionamento do LWPF, argumentando sua superioridade

em relação à formulação convencional por barras. Os resultados demonstram que o LWPF apresenta maior rapidez computacional, desempenho estável e uma melhor solução ótima, em função do uso do quadrado da magnitude da tensão. Além disso, destaca-se a possibilidade de inserção de restrições de estabilidade de tensão, contribuindo para uma operação mais segura do sistema e para a redução do custo de geração (MOHAMED; VENKATESH, 2019b).

No trabalho seguinte, os autores mantêm a formulação LWPF, porém resolvem o problema de FPO por meio de programação linear sucessiva. Os resultados indicam que o desempenho obtido é igual ou superior ao da formulação tradicional, preservando a alta velocidade computacional, a convergência monotônica e o desempenho numérico estável, mesmo em sistemas de grande porte. Assim como nos trabalhos anteriores, o espaço de soluções é melhorado, resultando em soluções ótimas mais eficientes (MOHAMED; VENKATESH, 2019a).

Ainda em 2019, no terceiro artigo, Mohamed e Venkatesh (2019b) propõem dois novos modelos para incorporarem a estabilidade de tensão ao LWOPF. Os modelos apresentados mostraram-se eficazes, reforçando a robustez da abordagem LWPF para aplicações em problemas de otimização em SEPs.

Em 2020, a metodologia LWPF foi aplicada ao planejamento de potência reativa no trabalho de Aldik e Venkatesh (2020). Nesse estudo, os autores utilizam como base equações de balanço de potência da formulação de linha a fim de obter o posicionamento ótimo de capacitores em sistemas radiais.

Posteriormente, em 2023, Aldik e Venkatesh publicaram mais dois artigos. No primeiro, os autores utilizam a modelagem LWPF para o problema de FPO, a fim de propor uma nova relaxação por Programação Semidefinida (SDP), obtendo resultados de ótima qualidade (ALDIK; VENKATESH, 2023b). No segundo, a relaxação utilizada é a *Quadratic Convex* (QC) baseada em envelopes de McCormick, utilizando o mesmo modelo de linha; esta abordagem mostrou-se extremamente eficiente para a resolução do FPO em sistemas de grande porte (ALDIK; VENKATESH, 2023a).

A Tabela 1 sintetiza as principais obras relacionadas ao tema, evidenciando que, embora o método LWPF se apresente como uma abordagem robusta e promissora, sua difusão na literatura ainda é limitada, com contribuições concentradas em um número restrito de pesquisadores. Apesar de o método ser reconhecido por seus ganhos em eficiência computacional e desempenho, nota-se um vasto campo de investigação a ser explorado, especialmente no que tange à sua consolidação e validação frente aos métodos tradicionais de fluxo de potência.

Nesse cenário, esta dissertação propõe aproximar a metodologia LWPF de aplicações práticas em sistemas de transmissão, explorando seu potencial por meio da incorporação de estratégias de controle. Como resultado preliminar desse esforço, destaca-se a publicação

de um artigo científico focado no controle de tensão via transformadores LTC desenvolvido durante a elaboração deste trabalho.

O incremento aqui proposto busca mitigar a lacuna observada na literatura, onde os esforços de pesquisa têm se concentrado predominantemente no FPO. Assim, este estudo visa fortalecer a formulação LWPF, ampliando seu escopo de aplicação para incluir controles essenciais à operação real, contribuindo para o avanço de uma vertente ainda pouco explorada da metodologia.

Tabela 1 – Cronologia e evolução da metodologia LWPF na literatura.

Ano	Autores	Contribuição Principal e Foco da Obra	Citações
1989	Baran e Wu	Fundamentos clássicos de equacionamento que serviram de base para o método	2779
2018	Mohamed e Venkatesh	Proposição original do LWPF: balanço de potência por linha e análise de colapso de tensão	40
2019	Mohamed	Publicação de sua tese trabalhando com LWPF e desenvolvendo o LWOPF	1
	Mohamed e Venkatesh	Proposta do LWOPF com inclusão de restrições de estabilidade de tensão	20
	Mohamed e Venkatesh	Resolução do LWOPF via Programação Linear Sucessiva para ganho de velocidade	31
	Mohamed e Venkatesh	Desenvolvimento de modelos lineares de estabilidade de tensão incorporados ao LWOPF	21
2020	Aldik e Venkatesh	Aplicação do LWPF para posicionamento ótimo de capacitores em sistemas radiais	25
2023	Aldik e Venkatesh	Proposição de relaxação Semidefinida (SDP) para problemas de FPO	17
	Aldik e Venkatesh	Uso de relaxação <i>Quadratic Convex</i> (QC) com envelopes de McCormick para sistemas de grande porte	5
2025	<b>Campos e Passos Filho</b>	<b>Aplicação do LWPF em sistemas de transmissão com LTC</b>	<b>0</b>
2026	<b>Este trabalho</b>	<b>Aplicação do LWPF em sistemas de transmissão com controles</b>	<b>0</b>

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

## 2.1 SUMÁRIO DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou uma revisão bibliográfica do estado da arte da metodologia LWPF, abordando sua origem, evolução e principais aplicações reportadas na literatura. A análise dos trabalhos existentes evidenciou que se trata de uma abordagem relativamente

recente, com contribuições concentradas em um número restrito de autores, mas que vem demonstrando resultados promissores em termos de eficiência computacional, robustez numérica e potencial de aplicação em problemas de análise e otimização de SEPs.

Nota-se que os estudos existentes concentram-se majoritariamente no problema de FPO, indicando a necessidade de investigações adicionais que permitam ampliar e consolidar a metodologia LWPF como uma alternativa competitiva às abordagens tradicionais.

### 3 REVISÃO FLUXO DE POTÊNCIA CONVENCIONAL E DE DISPOSITIVOS DE CONTROLES

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O uso da energia elétrica tornou-se essencial nos mais diversos segmentos da sociedade. Dada essa relevância, faz-se necessário garantir o seu adequado funcionamento tanto no presente quanto no futuro. Para isso, é indispensável uma operação eficiente do sistema elétrico, bem como um planejamento e uma expansão coerentes com a realidade, de modo a minimizar custos e assegurar a continuidade e a confiabilidade do fornecimento de energia.

Nesse contexto, uma das principais ferramentas utilizadas é o cálculo do fluxo de potência, também conhecido como fluxo de carga, cuja função é auxiliar não apenas na operação eficiente dos sistemas elétricos existentes, mas também no planejamento e na expansão adequados do sistema elétrico (KUNDUR, 1994).

Considerando a importância do fluxo de potência e o fato de que o presente trabalho aborda uma forma alternativa de solução, baseada em um equacionamento distinto do método convencional, torna-se necessário apresentar inicialmente a metodologia tradicional, amplamente empregada desde o seu desenvolvimento. Um marco relevante na formulação do problema de fluxo de potência ocorreu com o trabalho de Ward e Hale (1956), que foi pioneiro na proposição de métodos computacionais para a solução do fluxo de potência por meio de computadores digitais.

Outro avanço significativo ocorreu em 1967, com a introdução do método de NR para a resolução do problema de fluxo de potência, conforme apresentado por Tinney e Hart (1967). Essa contribuição possibilitou a análise de sistemas de grande porte e elevada complexidade, que até então representavam um desafio computacional, consolidando-se como uma das metodologias mais utilizadas atualmente.

O fluxo de potência tradicional destaca-se por sua rápida convergência, sua robustez e sua facilidade de implementação, sendo uma das principais maneiras de determinar o estado operativo da rede (MELO, 2022). A próxima seção apresenta as equações e as principais características do fluxo de potência convencional, cujo equacionamento é fundamentado na análise nodal.

#### 3.2 FLUXO DE POTÊNCIA CONVENCIONAL

O problema de fluxo de potência consiste em um conjunto de equações e inequações que modelam o sistema elétrico com o objetivo de determinar o seu estado operativo, bem como a distribuição dos fluxos de potência ao longo da rede. Trata-se de uma modelagem de caráter estático, na qual os fenômenos transitórios são desconsiderados (MONTICELLI,

1983; MELO, 2023; COSTA, 2025).

### 3.2.1 Formulação Geral do Fluxo de Potência Convencional

Para modelar as equações que regem o fluxo de potência, consideram-se quatro variáveis associadas a cada barra  $k$  do sistema elétrico:

- $V_k$ : módulo da tensão na barra  $k$ ;
- $\theta_k$ : ângulo de tensão na barra  $k$ ;
- $P_k$ : injeção líquida de potência ativa na barra  $k$ ;
- $Q_k$ : injeção líquida de potência reativa na barra  $k$ .

Além disso, as barras do sistema são classificadas em três tipos principais, de acordo com as grandezas especificadas e as incógnitas associadas:

- **Barras do Tipo PV:** Representam barras de geração, nas quais a potência ativa gerada e o módulo da tensão são especificados. O ângulo de tensão e a potência reativa gerada constituem as incógnitas do problema;
- **Barras do Tipo PQ:** Geralmente associadas a barras de carga de potência constante, nas quais as potências ativa e reativa são especificadas. Nessas barras, o módulo da tensão e o ângulo de tensão são as variáveis desconhecidas;
- **Barra do Tipo V $\theta$ :** Também denominada barra de referência ou barra *slack*, possui o módulo da tensão e o ângulo de tensão previamente definidos. As potências ativa e reativa são variáveis, sendo essa barra responsável por fornecer a referência angular do sistema e possibilitar o fechamento do balanço de potência.

O sistema elétrico está sujeito a restrições físicas e operativas, as quais são representadas por meio de inequações. Entre essas restrições, destacam-se os limites admissíveis para o nível de tensão nas barras e os limites de potência reativa, expressos por:

$$V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max}, \quad (3.1)$$

$$Q_k^{\min} \leq Q_k \leq Q_k^{\max}. \quad (3.2)$$

De forma geral, no método convencional de fluxo de potência, são estabelecidas duas equações de balanço de potência para cada barra do sistema, correspondentes às potências ativa e reativa injetadas. Essas equações expressam que a potência líquida injetada em uma determinada barra é igual à soma dos fluxos de potência que deixam essa barra em direção às barras adjacentes.

Para uma barra  $m$  específica, a potência injetada depende das variáveis de tensão e ângulo da própria barra, bem como das variáveis associadas às barras diretamente conectadas a ela, refletindo a interdependência entre os elementos da rede.

Por convenção, nesta metodologia, os fluxos de potência que saem de uma barra são considerados positivos, enquanto aqueles que entram na barra assumem sinal negativo. Em relação às injeções líquidas de potência, adotam-se valores positivos para a geração, caracterizando a entrada de potência na barra, e valores negativos para a carga, quando a potência associada à barra é consumida e, portanto, escoada para o sistema.

Essas convenções de sinal são fundamentais para a correta formulação das equações de balanço de potência ativa e reativa em cada barra do sistema, garantindo a consistência matemática do modelo e a correta interpretação física dos resultados obtidos. A partir dessas definições, o problema de fluxo de potência pode ser expresso por meio de equações não lineares que relacionam as potências injetadas às variáveis de estado do sistema, isto é, os módulos e ângulos das tensões nodais.

Utilizando a conservação das potências ativa e reativa em cada nó do sistema, é possível, por meio de manipulações algébricas, obter expressões gerais para os fluxos de potência ao longo dos ramos da rede. Dessa forma, as potências ativa e reativa que fluem do nó  $k$  para o nó  $m$  podem ser expressas, conforme a formulação clássica do fluxo de potência apresentada em Monticelli (1983), Melo (2023) e Costa (2025) como:

$$P_{km} = (a_{km}V_k)^2 g_{km} - (a_{km}V_k)V_m g_{km} \cos(\theta_{km} - \phi_{km}) - (a_{km}V_k)V_m b_{km} \sin(\theta_{km} - \phi_{km}), \quad (3.3)$$

$$Q_{km} = -(a_{km}V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + (a_{km}V_k)V_m b_{km} \cos(\theta_{km} - \phi_{km}) - (a_{km}V_k)V_m g_{km} \sin(\theta_{km} - \phi_{km}). \quad (3.4)$$

Essas expressões são obtidas a partir da definição da potência complexa associada ao ramo  $km$ , dada por:

$$S_{km}^* = P_{km} + jQ_{km} = E_k^* I_{km}, \quad (3.5)$$

em que  $E_k$  representa a tensão complexa na barra  $k$  e  $I_{km}$  corresponde à corrente que flui do nó  $k$  para o nó  $m$ .

A generalização dessas equações decorre do fato de que a corrente  $I_{km}$  depende do tipo de elemento que conecta as barras  $k$  e  $m$ , podendo representar uma linha de transmissão ou diferentes configurações de transformadores, como transformadores em fase, defasadores puros ou defasadores com variação simultânea de magnitude e ângulo. A formulação apresentada é válida para todos esses casos, desde que os parâmetros sejam adequadamente definidos, conforme descrito a seguir.

Para linhas de transmissão, considera-se:

$$a_{km} = 1 \quad \text{e} \quad \phi_{km} = 0,$$

uma vez que, na ausência de transformadores, não há relação de transformação de tensão.

No caso de transformadores em fase, adota-se:

$$b_{km}^{sh} = 0 \quad \text{e} \quad \phi_{km} = 0,$$

sendo a modificação do fluxo decorrente exclusivamente da relação de *tap* do transformador, representada por  $a_{km}$ .

Para transformadores defasadores puros, considera-se:

$$a_{km} = 1 \quad \text{e} \quad b_{km}^{sh} = 0,$$

uma vez que esse tipo de transformador introduz apenas um deslocamento angular, caracterizado por  $\phi_{km} \neq 0$ .

Por fim, para transformadores defasadores com variação simultânea de magnitude e ângulo, assume-se:

$$b_{km}^{sh} = 0,$$

com  $a_{km} \neq 1$  e  $\phi_{km} \neq 0$ , resultando em alterações tanto no módulo quanto no ângulo da tensão.

Durante o processo de resolução do fluxo de potência, faz-se necessário o cálculo da matriz de admitâncias nodais, denotada por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}. \quad (3.6)$$

A regra de preenchimento dessa matriz depende da relação elétrica entre as barras do sistema. Para os elementos fora da diagonal principal, correspondentes às barras  $k$  e  $m$  diretamente conectadas, tem-se:

$$Y_{km} = -e^{j\phi_{km}} y_{km}.$$

Já os elementos da diagonal principal são obtidos a partir da soma das admitâncias associadas aos ramos conectados à barra  $k$ , incluindo as susceptâncias shunt, sendo dados por:

$$Y_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{m \in \mathcal{K}} (y_{km} + jb_{km}^{sh}),$$

onde  $\mathcal{K}$  representa o conjunto de barras conectadas à barra  $k$  incluindo ela mesma.

Como resultado desse processo de montagem, obtém-se uma matriz esparsa, na qual apenas os elementos correspondentes a barras eletricamente conectadas assumem valores não nulos.

A admitância série de cada ramo  $km$  é definida como:

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2},$$

em que  $r_{km}$  e  $x_{km}$  correspondem, respectivamente, à resistência e à reatância série do ramo.

Sabendo-se que o vetor de injeções de corrente nodais é dado pelo produto da matriz de admitâncias nodais pelo vetor de tensões nodais,

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{E}, \quad (3.7)$$

é possível determinar a potência complexa injetada em cada barra. A potência ativa injetada na barra  $k$  pode ser expressa por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}). \quad (3.8)$$

De maneira análoga, a potência reativa injetada na barra  $k$  é dada por:

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}). \quad (3.9)$$

As perdas associadas aos fluxos de potência ao longo do ramo  $km$  podem ser expressas, respectivamente, pelas potências ativa e reativa dissipadas, dadas por:

$$P_{km} + P_{mk} = g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) = g_{km} |E_k - E_m|^2, \quad (3.10)$$

$$Q_{km} + Q_{mk} = -b_{km}^{sh} (V_k^2 + V_m^2) - b_{km} |E_k - E_m|^2. \quad (3.11)$$

Dada a natureza desta revisão, esta seção ateuve-se à apresentação das equações e características essenciais do fluxo de potência convencional, sem a pretensão de esgotar o desenvolvimento matemático do tema. Para uma análise detalhada e derivações completas, recomenda-se a consulta às referências consagradas de Monticelli (1983) e Melo (2023).

### 3.2.2 Métodos Clássicos de Solução

A resolução do problema de fluxo de potência requer, de forma geral, a utilização de métodos computacionais, uma vez que as equações envolvidas são não lineares e, para sistemas de médio e grande porte, não admitem solução analítica direta. Essa abordagem computacional tornou-se necessária a partir de meados do século passado, período em que os estudos sobre o tema ganharam maior relevância com a expansão e a crescente complexidade dos sistemas SEP.

Do ponto de vista histórico, destacam-se como principais métodos clássicos para a solução do fluxo de potência: o método de G-S, o método de NR, o método Desacoplado e o método Desacoplado Rápido. Cada um desses métodos apresenta características próprias em termos de robustez, velocidade de convergência e esforço computacional, sendo aplicável a diferentes contextos de análise.

### 3.2.2.1 Método de Gauss-Seidel

O método numérico de G-S foi amplamente estudado e utilizado ao longo do século passado para a solução do problema de fluxo de potência. Trata-se de um método iterativo destinado à resolução de sistemas de equações não lineares, compostos por  $n$  equações e  $n$  incógnitas. Considerando o vetor de variáveis  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e um conjunto de estimativas iniciais  $\mathbf{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ , o sistema pode ser representado genericamente por:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}.$$

Esse sistema pode ser reorganizado de forma que cada equação isole uma variável, resultando em:

$$x_i = g_i(\mathbf{x}), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

O processo iterativo do método de G-S é então definido por:

$$x_i^{(h+1)} = g_i(\mathbf{x}^{(h)}), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

em que  $h$  denota o índice da iteração. A principal característica do método consiste no uso imediato dos valores atualizados: ao calcular  $x_1^{(h+1)}$ , utilizam-se as estimativas da iteração anterior para as demais variáveis; em seguida, o cálculo de  $x_2^{(h+1)}$  já emprega o valor atualizado de  $x_1^{(h+1)}$ , e assim sucessivamente.

O processo iterativo prossegue até que o critério de convergência seja satisfeito, geralmente definido pela diferença entre duas iterações consecutivas ser inferior a uma tolerância pré-estabelecida  $\varepsilon$ , conforme:

$$\|\mathbf{x}^{(h+1)} - \mathbf{x}^{(h)}\| \leq \varepsilon.$$

A convergência do método pode ser acelerada por meio da introdução de um fator de aceleração  $\alpha$ , tipicamente compreendido entre 1,3 e 1,7 (SAADAT, 1999), resultando na expressão:

$$\mathbf{x}^{(h+1)} = \mathbf{x}^{(h)} + \alpha [\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(h)}) - \mathbf{x}^{(h)}].$$

#### 3.2.2.1.1 Aplicação do Método de Gauss-Seidel ao Fluxo de Potência

No contexto do fluxo de potência, o método de G-S é tradicionalmente formulado em coordenadas retangulares, abordagem amplamente difundida na literatura por sua simplicidade numérica. Neste trabalho, o método de G-S é o único método iterativo implementado em coordenadas retangulares. A equação iterativa para o cálculo da tensão na barra  $i$  é dada por:

$$V_i^{(h+1)} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^{*(h)} Y_{ii}} - \frac{1}{Y_{ii}} \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(h)}, \quad (3.12)$$

em que  $Y_{ii}$  e  $Y_{ij}$  são elementos da matriz de admitância nodal  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ , enquanto  $P_i$  e  $Q_i$  representam, respectivamente, as potências ativa e reativa líquidas injetadas na barra  $i$ .

As expressões utilizadas para o cálculo das potências ativa e reativa líquidas são dadas por:

$$P_i^{(h)} = \Re \left\{ V_i^{*(h)} \left( V_i^{(h)} Y_{ii} + \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(h)} \right) \right\}, \quad (3.13)$$

$$Q_i^{(h)} = -\Im \left\{ V_i^{*(h)} \left( V_i^{(h)} Y_{ii} + \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(h)} \right) \right\}. \quad (3.14)$$

Inicialmente, a partir de uma estimativa inicial das tensões, (3.12) é aplicada às barras do tipo PQ, uma vez que nessas barras as potências ativa e reativa são conhecidas. Para as barras do tipo PV, o valor da potência reativa é inicialmente desconhecido e é calculado por meio de (3.14). Em seguida, obtém-se uma nova estimativa da tensão utilizando novamente (3.12). Como essa tensão calculada pode não satisfazer o módulo especificado para a barra PV, realiza-se a correção do módulo, mantendo-se a parte imaginária e ajustando-se a parte real, de modo que:

$$\left( e_i^{(h+1)} \right)^2 + \left( f_i^{(h+1)} \right)^2 = |V_i|^2, \quad (3.15)$$

resultando em:

$$e_i^{(h+1)} = \sqrt{|V_i|^2 - \left( f_i^{(h+1)} \right)^2}. \quad (3.16)$$

A fim de acelerar a convergência, o fator de aceleração pode ser aplicado antes da correção do módulo da tensão, conforme:

$$V_i^{(h+1)} = V_i^{(h)} + \alpha \left( V_{i,\text{cal}}^{(h)} - V_i^{(h)} \right), \quad (3.17)$$

sendo necessário cuidado na escolha de  $\alpha$ , pois valores excessivamente elevados podem comprometer a estabilidade do processo iterativo e levar à divergência da solução.

O processo iterativo é interrompido quando as variações das partes real e imaginária da tensão entre duas iterações consecutivas forem inferiores às tolerâncias pré-especificadas, conforme:

$$\begin{aligned} \left| e_i^{(h+1)} - e_i^{(h)} \right| &\leq \varepsilon, \\ \left| f_i^{(h+1)} - f_i^{(h)} \right| &\leq \varepsilon. \end{aligned} \quad (3.18)$$

De forma geral, o método de G-S caracteriza-se pelo baixo custo computacional por iteração e pela reduzida demanda de memória. Entretanto, à medida que o número de barras do sistema aumenta, o método passa a exigir um número significativamente maior de iterações para convergir. Além disso, quando comparado ao método de NR, apresenta convergência para um conjunto mais restrito de condições operativas (GLOVER; SARMA; OVERBYE, 2012).

A convergência do método de G-S é fortemente dependente da aproximação inicial adotada, podendo, em determinadas situações, conduzir à não convergência. Em função dos avanços computacionais e da crescente complexidade dos sistemas elétricos de potência modernos, esse método deixou de ser amplamente empregado na prática, cedendo espaço ao método de NR, que apresenta maior robustez e melhores características de convergência (GRAINGER; STEVENSON, 1994).

### 3.2.2.2 Método de Newton-Raphson

O método de NR é um procedimento iterativo amplamente empregado na resolução de sistemas de equações não lineares, sendo atualmente o método mais utilizado para essa finalidade. Trata-se de uma técnica numérica formulada para resolver, de forma simultânea, um conjunto de equações não lineares, apresentando elevada eficiência computacional e robustez (STOTT, 1974).

Uma de suas principais características é a convergência quadrática, o que implica que o número de iterações necessárias para a obtenção da solução é, em geral, pouco dependente do tamanho do sistema analisado (SAADAT, 1999).

Considere-se inicialmente uma equação não linear genérica, dada por:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{y}.$$

Parte-se de uma estimativa inicial para a variável  $\mathbf{x}$ , denotada por  $\mathbf{x}^{(0)}$ . Admitindo-se que essa estimativa apresente um pequeno desvio em relação ao valor exato, representado por  $\Delta\mathbf{x}^{(h)}$ , a equação pode ser reescrita como:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(h)} + \Delta\mathbf{x}^{(h)}) = \mathbf{y},$$

onde o sobrescrito  $h$  indica o número da iteração.

Aplicando-se a expansão em série de Taylor em torno do ponto  $\mathbf{x}^{(h)}$ , obtém-se:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(h)}) + \left(\frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{x}}\right)^{(h)} \Delta\mathbf{x}^{(h)} + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2\mathbf{f}}{d\mathbf{x}^2}\right)^{(h)} (\Delta\mathbf{x}^{(h)})^2 + \dots = \mathbf{y}.$$

Considerando-se que o incremento  $\Delta\mathbf{x}^{(h)}$  é suficientemente pequeno, desprezam-se os termos de ordem superior, resultando em:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(h)}) + \left(\frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{x}}\right)^{(h)} \Delta\mathbf{x}^{(h)} = \mathbf{y}.$$

Reorganizando os termos, tem-se:

$$\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(h)}) = \left(\frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{x}}\right)^{(h)} \Delta\mathbf{x}^{(h)}.$$

Define-se, então, o resíduo  $\Delta \mathbf{y}^{(h)} = \mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(h)})$  e o Jacobiano  $\mathbf{J}^{(h)} = \left(\frac{df}{dx}\right)^{(h)}$ , de modo que:

$$\Delta \mathbf{y}^{(h)} = \mathbf{J}^{(h)} \Delta \mathbf{x}^{(h)} \quad \Rightarrow \quad \Delta \mathbf{x}^{(h)} = [\mathbf{J}^{(h)}]^{-1} \Delta \mathbf{y}^{(h)}.$$

Com o incremento calculado, atualiza-se a variável para a próxima iteração segundo:

$$\mathbf{x}^{(h+1)} = \mathbf{x}^{(h)} + \Delta \mathbf{x}^{(h)}.$$

O processo iterativo prossegue até que a variação entre iterações sucessivas seja inferior a uma tolerância previamente especificada, isto é,

$$\|\mathbf{x}^{(h+1)} - \mathbf{x}^{(h)}\| \leq \varepsilon.$$

No caso de um sistema de  $n$  equações não lineares, tem-se:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n),$$

com:

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\vdots \\ y_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned}$$

Nessa forma, a equação de atualização pode ser expressa matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(h)} \\ \Delta x_2^{(h)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(h)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(h)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(h)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(h)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(h)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta y_1^{(h)} \\ \Delta y_2^{(h)} \\ \vdots \\ \Delta y_n^{(h)} \end{bmatrix}.$$

O método baseia-se, geometricamente, na aproximação da função por sua reta tangente no ponto de operação, buscando uma estimativa mais precisa da raiz a cada iteração. Embora apresente convergência rápida, a escolha inadequada da aproximação inicial pode conduzir à convergência para uma raiz indesejada ou, em casos extremos, à divergência do processo (SAADAT, 1999). No contexto do fluxo de potência, essa limitação é atenuada, uma vez que as variáveis do sistema operam, em geral, dentro de faixas bem definidas (Passos Filho, 2000).

### 3.2.2.2.1 Aplicação do Método de Newton-Raphson ao Fluxo de Potência

A metodologia de NR passou a ser aplicada à solução do problema de fluxo de potência a partir do trabalho clássico de Tinney e Hart (1967), consolidando-se como uma

das técnicas mais eficientes para essa finalidade. O método fundamenta-se na expansão em série de Taylor das equações não lineares de balanço de potência em torno de um ponto de operação inicial, conforme apresentado em Glover, Sarma e Overbye (2012).

Na formulação em coordenadas polares, as equações de potência ativa e reativa injetadas nas barras do sistema são expressas em função dos módulos das tensões e de seus respectivos ângulos de fase, conforme expresso nas equações (3.8) e (3.9), sendo essas as variáveis de estado do problema.

A adaptação do método de NR ao fluxo de potência conduz ao seguinte sistema linearizado:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix},$$

em que  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{L}$  são submatrizes da matriz Jacobiana, compostas pelas derivadas parciais das potências em relação às variáveis de estado.

A aplicação da expansão em série de Taylor, considerando apenas os termos de primeira ordem, resulta na construção da matriz Jacobiana, a qual expressa a sensibilidade do sistema frente às variações dos módulos e ângulos das tensões nodais, possibilitando uma trajetória de convergência mais eficiente.

Os resíduos de potência ativa e reativa são definidos por:

$$\Delta P_k = P_k^{\text{esp}} - P_k^{\text{cal}},$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{\text{esp}} - Q_k^{\text{cal}},$$

devendo seus valores absolutos ser inferiores a uma tolerância previamente especificada para que o processo iterativo seja encerrado.

A atualização das variáveis de estado é realizada segundo:

$$\boldsymbol{\theta}^{(h+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(h)} + \Delta \boldsymbol{\theta}^{(h)},$$

$$\mathbf{V}^{(h+1)} = \mathbf{V}^{(h)} + \Delta \mathbf{V}^{(h)}.$$

Em comparação com o método de G-S, que apresenta convergência linear, o método de NR possui convergência quadrática, reduzindo significativamente o número de iterações necessárias, mesmo em sistemas de grande porte. Embora o cálculo e a fatoração da matriz Jacobiana impliquem maior esforço computacional, sua elevada robustez e confiabilidade fizeram com que o método se consolidasse como padrão para a resolução do problema de fluxo de potência. Dessa forma, o método de NR é adotado neste trabalho como base para a resolução do fluxo de potência por meio da metodologia LWPF, bem como para a implementação dos controles propostos.

### 3.2.2.3 Método Desacoplado

O método Desacoplado constitui uma adaptação do método de NR, na qual se exploram as relações de sensibilidade mais significativas entre determinadas variáveis do sistema, com o objetivo de reduzir a complexidade computacional do problema. A partir dessas relações, o problema original de fluxo de potência é decomposto em dois subproblemas parcialmente independentes, sendo eles:  $P-\theta$  e  $Q-V$ .

Esse desacoplamento fundamenta-se em hipóteses comumente adotadas em sistemas de transmissão, tais como a predominância da reatância em relação à resistência das linhas ( $R \ll X$ ) e a pequena diferença entre os ângulos de tensão das barras. Nessas condições, as sensibilidades cruzadas  $\partial P/\partial V$  e  $\partial Q/\partial \theta$  apresentam valores reduzidos e podem ser desprezadas. Como consequência, as submatrizes  $\mathbf{N}$  e  $\mathbf{M}$  da matriz Jacobiana tornam-se nulas, resultando na seguinte forma desacoplada:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Dessa forma, o equacionamento é dividido em dois subproblemas resolvidos sequencialmente. No primeiro, associado ao subproblema  $P-\theta$ , determina-se a correção dos ângulos de tensão a partir das equações de potência ativa:

$$\Delta \mathbf{P}(\mathbf{V}^{(h)}, \boldsymbol{\theta}^{(h)}) = \mathbf{H}(\mathbf{V}^{(h)}, \boldsymbol{\theta}^{(h)}) \Delta \boldsymbol{\theta}^{(h)}, \quad (3.20)$$

$$\boldsymbol{\theta}^{(h+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(h)} + \Delta \boldsymbol{\theta}^{(h)}. \quad (3.21)$$

Em seguida, utilizando os ângulos atualizados, resolve-se o subproblema  $Q-V$ , no qual são calculadas as correções dos módulos de tensão a partir das equações de potência reativa:

$$\Delta \mathbf{Q}(\mathbf{V}^{(h)}, \boldsymbol{\theta}^{(h+1)}) = \mathbf{L}(\mathbf{V}^{(h)}, \boldsymbol{\theta}^{(h+1)}) \Delta \mathbf{V}^{(h)}, \quad (3.22)$$

$$\mathbf{V}^{(h+1)} = \mathbf{V}^{(h)} + \Delta \mathbf{V}^{(h)}. \quad (3.23)$$

Dessa forma, os ângulos e os módulos de tensão são atualizados de maneira alternada a cada meia iteração.

Pode-se ainda expressar o método de Newton Desacoplado de forma equivalente, reescrevendo as submatrizes da Jacobiana como:

$$\mathbf{H} = \mathbf{V}\mathbf{H}', \quad \mathbf{L} = \mathbf{V}\mathbf{L}', \quad (3.24)$$

em que  $\mathbf{V}$  representa uma matriz diagonal formada pelos módulos de tensão das barras do tipo PQ.

A partir dessas aproximações, as derivadas associadas às submatrizes  $\mathbf{H}'$  e  $\mathbf{L}'$  são dadas por:

$$H'_{km} = V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}), \quad (3.25)$$

$$H'_{kk} = -\frac{Q_k}{V_k} - V_k B_{kk}, \quad (3.26)$$

$$L'_{km} = G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}, \quad (3.27)$$

$$L'_{kk} = \frac{Q_k}{V_k^2} - B_{kk}. \quad (3.28)$$

Com isso, o equacionamento do método pode ser reescrito na forma:

$$\frac{\Delta \mathbf{P}}{\mathbf{V}} = \mathbf{H}' \Delta \boldsymbol{\theta}, \quad (3.29)$$

$$\frac{\Delta \mathbf{Q}}{\mathbf{V}} = \mathbf{L}' \Delta \mathbf{V}. \quad (3.30)$$

Os termos de acoplamento desprezados apresentam baixa sensibilidade e sua eliminação visa exclusivamente à redução do esforço computacional, sem comprometer a representação física do sistema elétrico. Dessa forma, o método Desacoplado mantém boa precisão na solução do problema de fluxo de potência, ao mesmo tempo em que apresenta maior eficiência computacional quando comparado ao método de NR completo (MONTICELLI, 1983; MELO, 2023; COSTA, 2025).

#### 3.2.2.4 Método Desacoplado Rápido

Por fim, o método Desacoplado Rápido constitui uma evolução do método Desacoplado clássico, tendo como principal objetivo a obtenção de soluções com elevado desempenho computacional, sendo especialmente indicado para aplicações que demandam respostas rápidas. Para isso, o método adota aproximações adicionais que permitem considerar constantes as matrizes envolvidas no processo iterativo, eliminando a necessidade de sua atualização a cada iteração.

Com essas aproximações, o novo sistema de equações a ser resolvido pode ser expresso por:

$$\frac{\Delta \mathbf{P}}{\mathbf{V}} = \mathbf{B}' \Delta \boldsymbol{\theta}, \quad (3.31)$$

$$\frac{\Delta \mathbf{Q}}{\mathbf{V}} = \mathbf{B}'' \Delta \mathbf{V}. \quad (3.32)$$

em que as matrizes  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$  dependem exclusivamente dos parâmetros da rede, não sendo função das variáveis de estado. Dessa forma, a não necessidade de recalculá-las ao longo do processo iterativo reduz significativamente o esforço computacional, tornando o método extremamente rápido. Embora possa exigir um número maior de iterações para atingir a convergência, a solução obtida pelo método Desacoplado Rápido é equivalente

àquela fornecida pelo método de NR, conforme destacado por Glover, Sarma e Overbye (2012).

Esse desempenho é consequência das aproximações  $\cos(\theta_{km}) \approx 1$ ,  $G_{km} \sin(\theta_{km}) \ll B_{km}$  em magnitude, bem como  $Q_k \ll B_{kk}V_k^2$ , das quais resultam os seguintes termos aproximados da matriz Jacobiana:

$$H'_{km} \cong -V_m B_{km}, \quad (3.33)$$

$$H'_{kk} \cong -V_k B_{kk}, \quad (3.34)$$

$$L'_{km} \cong -B_{km}, \quad (3.35)$$

$$L'_{kk} \cong -B_{kk}. \quad (3.36)$$

Considerando que as magnitudes das tensões nas barras são aproximadamente unitárias, as matrizes  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$  tornam-se semelhantes à parte imaginária da matriz admitância nodal, dada por  $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$ . Nessas matrizes, não aparecem linhas e colunas associadas à barra  $V\theta$ , e, no caso de  $\mathbf{B}''$ , também são excluídas as linhas e colunas correspondentes às barras do tipo PV.

O procedimento de solução segue o mesmo princípio do método Desacoplado, no qual os ângulos de fase obtidos na primeira etapa são utilizados no cálculo das magnitudes de tensão na etapa subsequente. A principal diferença reside no fato de que as matrizes  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$  são calculadas apenas uma vez, o que reduz o consumo de memória computacional e o tempo total de processamento, uma vez que essas matrizes não dependem das variáveis de estado ao longo das iterações. Embora esse método possa requerer um número maior de iterações para atingir a convergência, sua formulação simplificada resulta em um processo de solução significativamente mais rápido (SAADAT, 1999).

### 3.2.3 Limitações do Fluxo de Potência Convencional

O fluxo de potência é tradicionalmente resolvido por meio do equacionamento por barras, no qual as variáveis de estado do sistema são restritas às magnitudes de tensão e aos ângulos de fase das barras. Embora essa formulação seja amplamente consolidada, ela pode ser vista como uma limitação, uma vez que os elementos físicos da rede, como linhas de transmissão e transformadores, são tratados de forma indireta por meio da matriz de admitâncias nodal,  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ .

Além disso, a incorporação de determinados dispositivos de controle torna-se complexa nesse tipo de modelagem, exigindo frequentemente a adoção de estratégias externas ao equacionamento principal. Um exemplo é o uso do CSC, cujo objetivo é modificar a reatância da linha a fim de controlar o fluxo de potência ativa, além de contribuir para a melhoria da estabilidade do sistema. No modelo convencional por

barras, a representação desse tipo de controle demanda ajustes sucessivos na matriz  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ , aumentando a complexidade do processo iterativo.

Essas características evidenciam algumas das limitações inerentes ao equacionamento convencional do fluxo de potência. Nesse contexto, o emprego de formulações alternativas, capazes de considerar explicitamente os fluxos nas linhas e de dispensar o uso da matriz  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ , pode facilitar a modelagem e a inserção de dispositivos de controle, como no caso do CSC.

Adicionalmente, a identificação do impacto físico de ações locais torna-se dificultada na metodologia convencional, uma vez que as variáveis do modelo estão associadas exclusivamente às barras do sistema. Dessa forma, efeitos decorrentes de ajustes locais, como modificações nos parâmetros das linhas ou alterações no *tap* de transformadores, propagam-se globalmente no sistema por meio da matriz  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ .

### 3.3 MODELAGEM DOS DISPOSITIVOS DE CONTROLE NO FLUXO DE POTÊNCIA CONVENCIONAL

Nesta seção são apresentados alguns dos dispositivos de controle amplamente discutidos na literatura de fluxo de potência convencional. O objetivo consiste em evidenciar seus benefícios, sua importância na operação dos SEPs e a forma como são representados na metodologia clássica de fluxo de potência.

Os dispositivos de controle abordados neste capítulo são posteriormente incorporados à metodologia LWPF, conforme descrito no Capítulo 5. Dessa forma, esta seção tem como finalidade fornecer o embasamento conceitual necessário para as análises comparativas desenvolvidas ao longo deste trabalho, especialmente no que se refere às diferenças de implementação entre os equacionamentos por barras e por linhas.

#### 3.3.1 Controle de Tensão Via LTC

Os transformadores LTCs são capazes de alterar a relação de espiras de seus enrolamentos sem a necessidade de desconexão da carga. Dessa forma, constituem equipamentos essenciais em SEP sujeitos a variações contínuas de carga. Como resultado, esses dispositivos contribuem para a melhoria da estabilidade do sistema ao manter, sempre que possível, os níveis de tensão da barra controlada dentro de faixas aceitáveis de operação. Esse controle evita a ocorrência de subtensões e sobretensões, protegendo os equipamentos conectados e promovendo a melhoria da qualidade da energia elétrica fornecida.

Dada a sua relevância prática, é fundamental que o controle de tensão via LTC seja incorporado ao problema de fluxo de potência, de modo a obter uma representação mais próxima das condições reais de operação do sistema. Existem diferentes abordagens para a modelagem desse controle, como a técnica de ajustes alternados, apresentada em

Monticelli (1983), ou a incorporação direta das equações de controle à matriz Jacobiana do método de NR. Neste trabalho, adota-se a formulação proposta por Passos Filho (2000), em virtude das vantagens em relação às metodologias anteriores, destacando-se a facilidade de implementação e a manutenção explícita de todas as variáveis de controle na matriz Jacobiana.

Na metodologia proposta por Passos Filho, o *tap* do LTC é tratado como uma nova variável de estado, sendo introduzida adicionalmente uma equação de controle responsável pela regulação da tensão nodal. Assim, para cada dispositivo LTC presente no sistema, adiciona-se uma variável de controle e a correspondente equação de controle ao conjunto de equações do fluxo de potência.

A barra cuja tensão é controlada passa a ser modelada como do tipo PQV, na qual a potência ativa, a potência reativa e a tensão assumem valores especificados. Para a barra controlada  $i$ , a equação de controle é expressa por:

$$V_i - V_i^{\text{esp}} = 0, \quad (3.37)$$

em que  $V_i$  representa o valor calculado da tensão e  $V_i^{\text{esp}}$  o valor especificado para a tensão da barra  $i$ . O resíduo associado a essa equação é dado por:

$$\Delta y = \Delta V_i' = V_i^{\text{esp}} - V_i. \quad (3.38)$$

O *tap* do LTC constitui a variável de estado associada ao controle, sendo definido por:

$$\Delta x = \Delta a_{km}, \quad (3.39)$$

considerando o LTC conectado entre os barramentos  $k$  e  $m$ . Após o cálculo do resíduo associado ao *tap*, este é atualizado a fim de recalcular os parâmetros da rede e verificar a convergência do fluxo de potência, conforme:

$$a_{km}^{(h+1)} = a_{km}^{(h)} + \Delta a_{km}^{(h)}. \quad (3.40)$$

Inicialmente, para fins de clareza na formulação, o controle é apresentado de forma escalar. Em seguida, a modelagem é estendida para o caso vetorial, permitindo sua incorporação ao sistema de equações do fluxo de potência.

Considerando múltiplos transformadores LTC, os termos  $\Delta y$  e  $\Delta x$  passam a ser organizados na forma vetorial, resultando em vetores de dimensão  $n_{ltc} \times 1$ . Cada elemento desses vetores corresponde a uma barra PQV cuja tensão é controlada por um transformador LTC, associado à linha  $l$ , sendo os barramentos  $k$  e  $m$  correspondentes, respectivamente, à origem e ao destino.

Com a inserção do controle de tensão, o sistema resolvido pelo método de NR passa a incluir um critério adicional de convergência. Assim, a diferença entre o valor

especificado e o valor calculado da tensão da barra controlada deve ser inferior a uma tolerância previamente definida, isto é,

$$|\Delta V'_i| \leq \epsilon. \quad (3.41)$$

Entretanto, em sistemas reais, os transformadores LTC estão sujeitos a limitações físicas, sendo comum que o *tap* varie em torno de  $\pm 10\%$  a  $\pm 15\%$  em relação ao seu valor nominal (KUNDUR, 1994). Dessa forma, a modelagem do fluxo de potência deve considerar tais restrições operacionais. Caso o valor calculado do *tap* seja inferior ao limite mínimo permitido, o *tap* é fixado nesse valor mínimo e o controle de tensão é temporariamente desabilitado, retornando a barra controlada à sua condição original. De maneira análoga, se o *tap* calculado exceder o limite máximo, este é fixado no valor máximo e a tensão da barra controlada é liberada.

A reintegração do controle ao fluxo de potência ocorre quando o sinal do erro da tensão da barra controlada, conhecido ao longo de todo o processo iterativo, indica a possibilidade de retorno do *tap* à região admissível. A Tabela 2 apresenta os sinais do erro de tensão associados à reintegração do controle, em função do limite de *tap* violado e da barra controlada. Para esses sinais de erro, o *tap* do transformador é reintegrado ao problema de fluxo de potência.

Tabela 2 – Sinal do erro da tensão da barra controlada pelo LTC.

<b>Limite do Tap Violado</b>	<b>Barra <math>k</math></b>	<b>Barra <math>m</math></b>
Mínimo ( $< 1,0$ )	$\Delta V_k < 0$	$\Delta V_m > 0$
Máximo ( $> 1,0$ )	$\Delta V_k > 0$	$\Delta V_m < 0$

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Com a inclusão do controle de tensão via LTC, o sistema de equações resolvido

pelo método de NR passa a assumir a forma:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \vdots \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \vdots \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \\ \vdots \\ \Delta V'_i \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \ddots \\ \dots & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_k}{\partial V_i} & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial a_{km}} & \dots \\ \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_i} & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial a_{km}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \\ \dots & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_m}{\partial V_i} & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial a_{km}} & \dots \\ \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_i} & \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial a_{km}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \\ \dots & \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_i}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial P_i}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_i}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_i}{\partial V_i} & \dots & \frac{\partial P_i}{\partial a_{km}} & \dots \\ \dots & \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} & \dots & \frac{\partial Q_i}{\partial a_{km}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \\ \dots & \frac{\partial V'_i}{\partial \theta_k} & \frac{\partial V'_i}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial V'_i}{\partial \theta_m} & \frac{\partial V'_i}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial V'_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial V'_i}{\partial V_i} & \dots & \frac{\partial V'_i}{\partial a_{km}} & \dots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \theta_k \\ \Delta V_k \\ \vdots \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \\ \vdots \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \\ \vdots \\ \Delta a_{km} \\ \vdots \end{bmatrix} .$$

Partindo do equacionamento convencional das potências ativa e reativa no ramo  $k$ - $m$ , considerando a ausência de defasagem angular no transformador, tem-se:

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - (a_{km} V_k) V_m g_{km} \cos(\theta_{km}) - (a_{km} V_k) V_m b_{km} \sin(\theta_{km}), \quad (3.42)$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + (a_{km} V_k) V_m b_{km} \cos(\theta_{km}) - (a_{km} V_k) V_m g_{km} \sin(\theta_{km}). \quad (3.43)$$

A inserção dessas equações resulta nas novas derivadas parciais em relação ao  $tap$  do transformador, dadas por:

$$\frac{\partial P_k}{\partial a_{km}} = \frac{\partial P_{km}}{\partial a_{km}} = 2a_{km} V_k^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos(\theta_{km}) - V_k V_m b_{km} \sin(\theta_{km}), \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial a_{km}} = \frac{\partial Q_{km}}{\partial a_{km}} = -2a_{km} V_k^2 b_{km} + V_k V_m b_{km} \cos(\theta_{km}) - V_k V_m g_{km} \sin(\theta_{km}), \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial P_m}{\partial a_{km}} = \frac{\partial P_{mk}}{\partial a_{km}} = -V_k V_m g_{km} \cos(\theta_{km}) + V_k V_m b_{km} \sin(\theta_{km}), \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial a_{km}} = \frac{\partial Q_{mk}}{\partial a_{km}} = V_k V_m b_{km} \cos(\theta_{km}) + V_k V_m g_{km} \sin(\theta_{km}), \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial \Delta V'_i}{\partial V_i} = \frac{\partial (V_i^{\text{esp}} - V_i)}{\partial V_i} = -1. \quad (3.48)$$

O equacionamento apresentado modela o controle de tensão via transformadores LTC, possibilitando sua inserção no cálculo do fluxo de potência e respeitando as limitações físicas inerentes ao equipamento. Dessa forma, torna-se possível representar o

comportamento operacional do LTC de maneira consistente com a realidade, resultando em uma solução de fluxo de potência que descreve de forma fidedigna o estado do sistema em regime permanente.

### 3.3.2 Limites de Geração de Reativo em Barras PV

Como discutido anteriormente, existe uma forte correlação entre a potência reativa e o módulo da tensão nas barras do sistema elétrico, de modo que a geração de potência reativa fornece suporte de tensão. Em situações de deficiência desse suporte, podem ocorrer problemas de estabilidade de tensão, podendo evoluir até o colapso de tensão e a consequente desconexão de cargas.

O tratamento dos limites de geração de potência reativa ocorre nas barras de geração, isto é, nas barras do tipo PV. Nessas barras, a equação de controle associada à potência reativa não é considerada na matriz Jacobiana, uma vez que o módulo da tensão é especificado e tratado como constante durante o processo iterativo (Passos Filho, 2000).

Entretanto, os geradores síncronos estão sujeitos a limitações físicas na geração e absorção de potência reativa. Quando subexcitados, os geradores absorvem potência reativa, enquanto, quando sobreexcitados, fornecem potência reativa. Essas limitações estão associadas, principalmente, aos limites de corrente de campo, corrente de armadura e aquecimento das regiões finais do enrolamento (KUNDUR, 1994). Dessa forma, para que o modelo matemático represente adequadamente o comportamento físico do sistema, torna-se necessário considerar tais restrições.

Quando o limite de potência reativa de um gerador é violado, a barra originalmente do tipo PV passa a ser tratada como uma barra do tipo PQ. Nessa situação, a potência reativa é fixada em seu valor limite, seja ele superior ou inferior, e uma maneira alternativa de prosseguir é com a inserção da equação de controle ao sistema de equações, conforme:

$$Q_{G_k} - Q_{\text{lim}} = 0,$$

cujo resíduo associado (um elemento de  $\mathbf{y}$ ) é dado por:

$$\Delta \mathbf{y} = Q_{\text{lim}} - Q_{G_k}.$$

A variável de estado associada (um elemento de  $\mathbf{x}$ ) é a geração de potência reativa na barra  $k$ , definida como:

$$\Delta \mathbf{x} = \Delta Q_{G_k}.$$

Ao final de cada iteração, a variável é atualizada de acordo com:

$$Q_{G_k}^{(h+1)} = Q_{G_k}^{(h)} + \Delta Q_{G_k}^{(h)}.$$

Para garantir a convergência do sistema, impõe-se ainda que o resíduo dessa equação adicional seja inferior a uma tolerância pré-estabelecida  $\epsilon$ , ou seja:

$$|\Delta \mathbf{y}| \leq \epsilon.$$

O tratamento do limite de potência reativa é acionado apenas quando ocorre violação dos limites estabelecidos. Caso contrário, a barra permanece operando como PV. Uma vez violado o limite, a barra pode retornar à sua condição original do tipo PV, desde que seja observada uma variação adequada do módulo da tensão na barra em questão.

Para uma barra  $k$  originalmente do tipo PV que teve violação do limite de potência reativa, o retorno à condição PV ocorre quando há:

- Violação do limite máximo de potência reativa ( $Q^{\max}$ ): se  $\Delta V_k < 0$ ;
- Violação do limite mínimo de potência reativa ( $Q^{\min}$ ): se  $\Delta V_k > 0$ .

Na presença do tratamento dos limites de potência reativa, a matriz Jacobiana assume a seguinte estrutura:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \vdots \\ \Delta y \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots \\ \dots & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial x} & \dots \\ \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial x} & \dots \\ \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \dots & \frac{\partial y}{\partial \theta_k} & \frac{\partial y}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial y}{\partial x} & \dots \\ \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \theta_k \\ \Delta V_k \\ \vdots \\ \Delta x \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

De modo que a incorporação dos limites de potência reativa no fluxo de potência torna possível representar de maneira mais realista as restrições físicas dos geradores síncronos, assegurando soluções matematicamente consistentes e fisicamente viáveis (MELO, 2023).

### 3.3.3 Controle Remoto de Tensão

O CRT pode ser realizado tanto por meio de transformadores em fase quanto pela injeção de potência reativa, sendo esta última a abordagem adotada nesta seção (MONTICELLI, 1983). A utilização desse tipo de controle é de suma importância para a regulação dos níveis de tensão em barras críticas do sistema, contribuindo para a segurança e a operação adequada do SEP.

Existem diversas metodologias disponíveis para a implementação do CRT. Neste trabalho, adota-se a formulação proposta por Passos Filho (2000), na qual a potência

reativa gerada na barra de controle é considerada como variável de estado adicional. Embora seja possível modelar esse tipo de controle utilizando o módulo da tensão da barra controlada como variável de estado, a abordagem escolhida apresenta vantagens do ponto de vista de implementação no algoritmo de fluxo de potência.

Inicialmente, considera-se que a barra responsável pelo CRT seja tratada como uma barra do tipo P, apesar de fisicamente corresponder a um gerador ou a um compensador síncrono. Dessa forma, apenas a potência ativa é especificada nessa barra, entretanto o tratamento dos limites de geração de potência reativa segue o procedimento descrito na seção anterior para esta barra. A barra cuja tensão se deseja controlar remotamente é modelada como uma barra do tipo PQV, na qual são especificadas as potências ativa e reativa, bem como o módulo da tensão.

Seja a barra de controle denotada por  $k$  e a barra controlada por  $m$ . A equação de CRT é definida como:

$$V_m - V_m^{\text{esp}} = 0,$$

em que  $V_m^{\text{esp}}$  representa o valor de referência do módulo da tensão na barra controlada. O resíduo associado a essa equação é dado por:

$$\Delta y = \Delta V'_m = V_m^{\text{esp}} - V_m.$$

A nova variável de estado introduzida no problema é a potência reativa gerada na barra de controle, definida como:

$$\Delta x = \Delta Q_{G_k}.$$

A atualização dessa variável ao longo das iterações do método de NR é realizada por meio da expressão:

$$Q_{G_k}^{(h+1)} = Q_{G_k}^{(h)} + \Delta Q_{G_k}^{(h)}.$$

Com a inclusão da equação de controle remoto e da nova variável de estado, a matriz Jacobiana ( $\mathbf{J}$ ) do problema de fluxo de potência passa a apresentar uma estrutura

estendida, conforme ilustrado a seguir:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \vdots \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \vdots \\ \Delta y \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots \\ \dots & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial x} & \dots \\ \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial x} & \dots \\ \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \dots & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial x} & \dots \\ \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial x} & \dots \\ \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \dots & \frac{\partial y}{\partial \theta_k} & \frac{\partial y}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial y}{\partial \theta_m} & \frac{\partial y}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial y}{\partial x} & \dots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta V_k \\ \vdots \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \\ \vdots \\ \Delta x \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (3.50)$$

A modelagem apresentada permite incorporar o CRT diretamente ao problema de fluxo de potência, por meio da introdução de uma equação de controle associada à tensão da barra do tipo PQV, bem como de uma variável de estado adicional relacionada à potência reativa gerada na barra do tipo P.

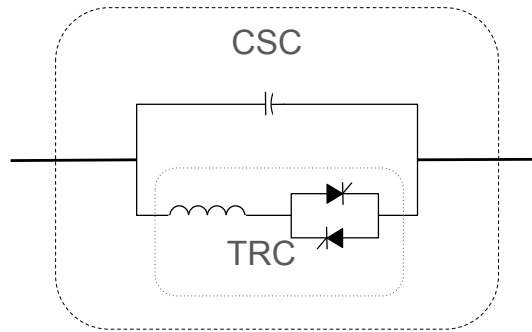
A inserção desses controles implica no aumento da dimensão da matriz Jacobiana, entretanto possibilita que as equações de balanço de potência sejam resolvidas simultaneamente à equação de controle, garantindo que o módulo da tensão na barra PQV atinja o valor especificado, sempre respeitando os limites operacionais do sistema.

### 3.3.4 Utilização do CSC para Controle do Fluxo de Potência Ativa

Com o passar dos anos, a complexidade dos SEPs tem aumentado significativamente, tornando necessária a adoção de estratégias que permitam a otimização da infraestrutura existente, de modo a melhorar o desempenho e a confiabilidade da operação. Em linhas de transmissão em corrente alternada de grande extensão, a capacidade de transmissão de potência é limitada, principalmente, pela reatância série da linha. Nesse contexto, os dispositivos CSC surgem como uma alternativa eficaz para mitigar esse efeito, possibilitando maior flexibilidade operativa do sistema (HINGORANI; GYUGYI, 2000).

O dispositivo CSC consiste em um capacitor fixo instalado em série com a linha de transmissão, associado a um Reator Controlado por Tiristor (TRC) conectado em paralelo ao capacitor. A Figura 1 ilustra a representação do CSC isolado. A inserção desse dispositivo em série com a linha tem como objetivo reduzir o comprimento elétrico equivalente do ramo, permitindo o controle do fluxo de potência ativa. Como consequência, é possível aumentar a capacidade de transmissão da linha e melhorar as margens de estabilidade transitória do sistema (ACHA et al., 2004).

Figura 1 - Diagrama esquemático da estrutura de um CSC.



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

O CSC, também denominado *Thyristor Controlled Series Capacitor* (TCSC), é um dos dispositivos da família *Flexible AC Transmission Systems* (FACTS) que apresentam elevado desempenho e ampla viabilidade de aplicação em sistemas elétricos modernos. Considerando sua instalação entre os barramentos  $k$  e  $m$ , a potência ativa transmitida pode ser expressa por:

$$P_{km} = \frac{V_k V_m}{X_{km}} \sin(\theta_k - \theta_m).$$

A partir dessa expressão, observa-se que o controle da potência ativa entre os barramentos pode ser realizado por meio da variação dos módulos de tensão, do ângulo de defasagem entre as barras ou da reatância da linha. A modificação dos níveis de tensão pode impactar diretamente as condições operativas do sistema, enquanto a alteração dos ângulos de fase, além de mais lenta, envolve ajustes de caráter global. Dessa forma, o controle da reatância equivalente da linha mostra-se a alternativa mais adequada para o controle local do fluxo de potência.

Por simplicidade e conveniência matemática, adota-se a susceptância série equivalente da linha como variável de controle, uma vez que, no equacionamento do fluxo de potência, os termos associados às potências ativa e reativa são naturalmente expressos em função da susceptância, definida como:

$$b_{km} = -\frac{1}{X_{km}}.$$

A metodologia de controle adotada neste trabalho segue a formulação proposta em Passos Filho (2000), na qual a variável de estado adicional é definida como:

$$\Delta x = \Delta b_{km}.$$

A atualização dessa variável ao longo das iterações do método de NR é dada por:

$$b_{km}^{(h+1)} = b_{km}^{(h)} + \Delta b_{km}^{(h)}.$$

A equação de controle associada ao CSC é expressa por:

$$P_{km}^{\text{esp}} = -V_k V_m b_{km} \sin(\theta_k - \theta_m),$$

e o resíduo correspondente é definido como

$$\Delta y = \Delta P_{km} = P_{km}^{\text{esp}} + V_k V_m b_{km} \sin(\theta_k - \theta_m).$$

A inclusão do CSC no problema de fluxo de potência implica na ampliação da matriz Jacobiana, com a adição de linhas e colunas associadas às equações de controle e às variáveis de estado correspondentes. A formulação genérica da Jacobiana estendida é apresentada a seguir:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \vdots \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \\ \vdots \\ \Delta y \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots \\ \dots & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial P_k}{\partial x} & \dots \\ \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial Q_k}{\partial x} & \dots \\ \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \dots & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial x} & \dots \\ \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial Q_m}{\partial x} & \dots \\ \dots & \frac{\partial \theta_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial \theta_k}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial \theta_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial \theta_k}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial \theta_k}{\partial x} & \dots \\ \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \dots & \frac{\partial y}{\partial \theta_k} & \frac{\partial y}{\partial V_k} & \dots & \frac{\partial y}{\partial \theta_m} & \frac{\partial y}{\partial V_m} & \dots & \frac{\partial y}{\partial x} & \dots \\ \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \theta_k \\ \Delta V_k \\ \vdots \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \\ \vdots \\ \Delta x \\ \vdots \end{bmatrix}.$$

Assim, nas derivadas associadas à equação de controle, apenas os termos correspondentes às barras  $k$  e  $m$ , nas quais o dispositivo CSC está instalado, bem como à susceptância controlada do ramo, apresentam valores não nulos. De forma análoga, na coluna referente à variável de estado adicional, somente as derivadas relacionadas às potências ativa e reativa dessas barras diferem de zero.

As derivadas parciais inseridas na matriz Jacobiana são dadas por:

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} = -V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_k - \theta_m), \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} = -V_m \cdot b_{km} \cdot \sin(\theta_k - \theta_m), \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} = V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_k - \theta_m), \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} = -V_k \cdot b_{km} \cdot \sin(\theta_k - \theta_m), \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial b_{km}} = -V_k \cdot V_m \cdot \sin(\theta_k - \theta_m), \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial b_{km}} = -V_k \cdot V_m \cdot \sin(\theta_k - \theta_m), \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial b_{km}} = -V_k^2 + V_k \cdot V_m \cdot \cos(\theta_k - \theta_m), \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial P_m}{\partial b_{km}} = V_k \cdot V_m \cdot \sin(\theta_k - \theta_m), \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial b_{km}} = -V_m^2 + V_k \cdot V_m \cdot \cos(\theta_k - \theta_m). \quad (3.59)$$

A partir do equacionamento apresentado, observa-se que o controle é incorporado diretamente à matriz Jacobiana, sendo o dispositivo CSC modelado por meio do ajuste de sua reatância equivalente, com o objetivo de controlar o fluxo de potência ativa na linha de transmissão. Esse controle é realizado por meio da redução do comprimento elétrico equivalente do ramo, permitindo uma atuação rápida e localizada, o que contribui para a melhoria da estabilidade e da confiabilidade da operação do sistema elétrico.

### 3.4 SUMÁRIO DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou uma revisão do fluxo de potência convencional, amplamente empregado como a principal ferramenta para a análise de sistemas elétricos de potência. Foram discutidos também alguns dos métodos numéricos tradicionalmente utilizados para a resolução do problema de fluxo de potência. Adicionalmente, realizou-se uma revisão sucinta dos principais métodos de controle que são amplamente utilizados, que serão posteriormente incorporados ao desenvolvimento desta dissertação.

Observa-se que a formulação clássica do fluxo de potência utiliza as grandezas associadas às barras do sistema como variáveis do problema, o que impõe limitações à representação explícita de determinados controles. Além disso, a necessidade de alterar iterativamente a matriz de admitância em função de mudanças na topologia da rede, na presença de controles, representa um complicador adicional. Esse aspecto estimula a busca por abordagens alternativas. Além disso, a crescente complexidade dos sistemas de potência atuais demanda melhorias contínuas nos métodos de cálculo, visando a redução

do tempo computacional, a maior facilidade de implementação e a eficiência na análise de grandes redes.

O método de LWPF, que será abordado no próximo capítulo, apresenta um conjunto mais amplo de variáveis de estado, incorporando as potências ativa e reativa das linhas, além das tensões e ângulos nos barramentos. Sendo que não necessita da utilização da matriz de admitância, o que constitui outro fator positivo para sua aplicação.

## 4 REVISÃO LINE-WISE POWER FLOW

O presente capítulo tem como objetivo apresentar uma explicação detalhada do método de fluxo de potência baseado na formulação LWPF. Essa abordagem, que realiza o equacionamento do sistema a partir das linhas da rede elétrica, apresenta vantagens relevantes em relação ao tradicional equacionamento por barras. Entre essas vantagens, destaca-se a possibilidade de identificação direta de linhas críticas com maior propensão ao colapso de tensão, além do potencial para ganho em desempenho computacional (MOHAMED; VENKATESH, 2018). Tal melhoria tem sido observada, por exemplo, em aplicações do FPO que utilizam a formulação LWPF como base (MOHAMED; VENKATESH, 2019c; MOHAMED; VENKATESH, 2019a).

A escolha pelo estudo desse método justifica-se diante do crescente aumento da complexidade dos sistemas elétricos, impulsionado principalmente pela expansão das fontes de geração renovável intermitente. Esse cenário demanda métodos de análise mais eficientes e adaptáveis, especialmente no que se refere ao desempenho computacional. Embora o fluxo de potência com equacionamento por barras esteja consolidado desde a década de 1960 e tenha seu poder de resolução amplamente reconhecido, a formulação por linhas ainda é pouco explorada. No entanto, com o avanço dos estudos e do desenvolvimento de ferramentas computacionais, o LWPF apresenta potencial para se tornar uma alternativa competitiva e promissora, especialmente para a análise de sistemas elétricos de grande porte e elevada complexidade, como o Sistema Interligado Nacional (SIN).

### 4.1 FUNDAMENTOS DO MÉTODO LINE-WISE POWER FLOW

A formulação utilizada no desenvolvimento do método tem início considerando apenas o elemento série do modelo  $\pi$  da linha de transmissão e a diferença de tensão entre os barramentos  $k$  e  $m$ , conforme ilustrado na Figura 2, podendo ser representada por:

$$V_k \angle \delta_k - V_m \angle \delta_m = I_{km} \cdot Z_l \angle \theta_l. \quad (4.1)$$

Além disso, a potência aparente na extremidade  $m$  da linha é dada por:

$$SS_l = V_m \cdot I_{km}^*. \quad (4.2)$$

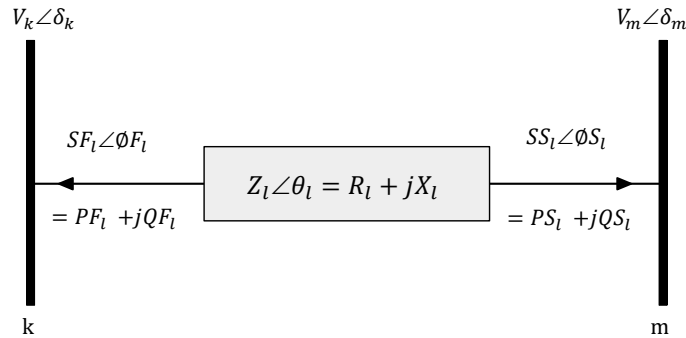
Substituindo a corrente de 4.2 em 4.1, obtém-se:

$$V_k \angle \delta_k - V_m \angle \delta_m = \left( \frac{SS_l \angle \phi_{S_l}}{V_m \angle \delta_m} \right)^* \cdot Z_l \angle \theta_l. \quad (4.3)$$

Ao realizar a multiplicação pelo conjugado da tensão na barra  $m$ , representada por  $(V_m \angle \delta_m)^*$ , tem-se:

$$V_k \angle \delta_k \cdot (V_m \angle \delta_m)^* - V_m^2 = (SS_l \angle \theta_{S_l})^* \cdot Z_l \angle \theta_l, \quad (4.4)$$

onde:

Figura 2 - Elemento série de impedância do modelo  $\pi$ .

Fonte: Adaptada de Mohamed e Venkatesh (2018).

- $(SS_l \angle \phi_{S_l})^* = PS_l - jQS_l$ , representando a potência complexa conjugada na extremidade  $m$ ;
- $Z_l \angle \theta_l = R_l + jX_l$ , correspondendo à impedância série da linha.

Após a substituição dos termos mencionados, torna-se necessária a separação das partes real e imaginária, conforme demonstrado a seguir:

$$\underbrace{V_k \cdot V_m \cdot \cos(\delta_k - \delta_m) - V_m^2}_{\text{Parte Real}} = PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l, \quad (4.5)$$

$$\underbrace{V_k \cdot V_m \cdot \sin(\delta_k - \delta_m)}_{\text{Parte Imaginária}} = PS_l \cdot X_l - QS_l \cdot R_l. \quad (4.6)$$

Realizando a divisão de (4.6) por (4.5), obtém-se:

$$(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + V_m^2) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) = PS_l \cdot X_l - QS_l \cdot R_l. \quad (4.7)$$

Também se faz necessária a soma dos quadrados das duas equações, seguida da devida reorganização algébrica, a fim de se obter o equacionamento utilizado no método proposto:

$$V_m^4 + 2 \cdot V_m^2 \cdot (PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{V_k^2}{2}) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 = 0. \quad (4.8)$$

O mesmo desenvolvimento também deve ser realizado considerando o sentido oposto do fluxo de potência, de modo a incluir variáveis que permitam calcular os fluxos nesse sentido. Seguindo o mesmo procedimento descrito anteriormente, obtém-se a seguinte relação:

$$(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + V_k^2) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) = PF_l \cdot X_l - QF_l \cdot R_l. \quad (4.9)$$

Também se faz necessária a soma dos quadrados das duas equações, seguida da devida reorganização algébrica, a fim de se obter o equacionamento utilizado no método em questão:

$$V_k^4 + 2 \cdot V_k^2 \cdot (PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{V_m^2}{2}) + SF_l^2 \cdot Z_l^2 = 0. \quad (4.10)$$

No método com equacionamento por linhas, utiliza-se o quadrado das tensões, representado pela variável  $U$ . Ao realizar essa substituição nas expressões anteriormente desenvolvidas, obtêm-se quatro das seis equações que modelam o sistema, descritas a seguir:

$$\mathbf{FF} = U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot (PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{U_m}{2}) + SF_l^2 \cdot Z_l^2 = 0, \quad (4.11)$$

$$\mathbf{FS} = U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot (PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{U_k}{2}) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 = 0, \quad (4.12)$$

$$\mathbf{FA} = (PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l = 0, \quad (4.13)$$

$$\mathbf{FB} = (PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l = 0. \quad (4.14)$$

Além disso, têm-se as equações de balanço de potência, que compõem o sistema de equações utilizado na resolução do problema, e podem ser expressas da seguinte forma:

$$\mathbf{FP} = M \begin{bmatrix} \mathbf{PF} \\ \mathbf{PS} \end{bmatrix} - U \odot \mathbf{GS} = \mathbf{PD} - \mathbf{PG}, \quad (4.15)$$

$$\mathbf{FQ} = M \begin{bmatrix} \mathbf{QF} \\ \mathbf{QS} \end{bmatrix} - U \odot \mathbf{BS} = \mathbf{QD} - \mathbf{QG}. \quad (4.16)$$

O sistema de equações ( $\mathbf{FT}(\mathbf{W})$ ), que modela o sistema de potência, foi construído a partir de (4.11) a (4.16) e pode ser representado de forma compacta como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{FF}(\mathbf{W}) \\ \mathbf{FS}(\mathbf{W}) \\ \mathbf{FA}(\mathbf{W}) \\ \mathbf{FB}(\mathbf{W}) \\ \mathbf{FP}(\mathbf{W}) \\ \mathbf{FQ}(\mathbf{W}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{PD} - \mathbf{PG} \\ \mathbf{QD} - \mathbf{QG} \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

ou, de forma compactada:

$$\mathbf{FT}(\mathbf{W}) = \mathbf{ST} \quad (4.18)$$

Os termos  $\mathbf{BS}$  e  $\mathbf{GS}$ , que representam, respectivamente, os vetores de susceptância e admitância, e que estão contidos no equacionamento de injeção de potência ((4.15) e (4.16)), englobam tanto as cargas de impedância constante quanto os elementos *shunt* presentes no modelo  $\pi$  das linhas de transmissão e dos transformadores.

Por sua vez, os termos  $PD$  e  $QD$ , também presentes nos mesmos equacionamentos, correspondem, respectivamente, aos vetores de potência ativa e reativa demandadas, os quais representam as cargas de potência constante consideradas neste trabalho.

Os equacionamentos são expressos em função do vetor solução  $\mathbf{W}$ , cujas variáveis de estado são os fluxos de potência ativa em ambas as extremidades da linha ( $PF$  e  $PS$ ), os fluxos de potência reativa em ambas as extremidades ( $QF$  e  $QS$ ), os ângulos de todas as barras do sistema ( $\delta$ ) e o quadrado das tensões em cada barramento ( $U$ ). Assim, o vetor solução pode ser representado como:

$$\mathbf{W} = [PF \ PS \ QF \ QS \ \delta \ U]. \quad (4.19)$$

A matriz de incidência ( $\mathbf{M}$ ) possui dimensão  $n_b \times 2n_l$ , definida pelo número de barras ( $n_b$ ) e pelo dobro do número de linhas ( $2n_l$ ). Essa matriz é composta, essencialmente, pelas  $n_l$  primeiras colunas, que correspondem aos fluxos que entram nas barras de origem (denominadas 'de' ou  $k$ ), e pelas  $n_l$  colunas restantes, que representam os fluxos que chegam às barras de destino ('para' ou  $m$ ), atribuindo-se valor unitário a cada incidência. Cada linha da matriz corresponde a um barramento do sistema elétrico. Sua lei de formação é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned} [M]_{k,l} &= 1, & \text{se a barra } k \text{ for a barra de partida da linha } l, \\ [M]_{m,n_l+l} &= 1, & \text{se a barra } m \text{ for a barra de chegada da linha } l, \\ [M]_{k,l} &= 0, & \text{caso contrário.} \end{aligned} \quad (4.20)$$

O vetor de resíduos ( $\Delta\mathbf{Y}$ ) utilizado na solução do sistema pode ser definido como:

$$\Delta\mathbf{Y} = \mathbf{ST} - \mathbf{FT}(\mathbf{W}). \quad (4.21)$$

Deseja-se que esse resíduo seja inferior à tolerância pré-estabelecida para garantir a convergência do método. De forma equivalente, o vetor de resíduos também pode ser expresso como:

$$\Delta\mathbf{Y} = \left[ \frac{\partial \mathbf{FT}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \right] \cdot \Delta\mathbf{W}. \quad (4.22)$$

Nessa formulação, a matriz Jacobiana multiplica o vetor de incrementos das variáveis de estado do sistema ( $\Delta\mathbf{W}$ ), resultando no vetor de resíduos correspondente. Substituindo (4.22) em (4.21) e reorganizando, obtém-se a seguinte expressão:

$$\mathbf{FT}(\mathbf{W}) + \left[ \frac{\partial \mathbf{FT}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \right] \cdot \Delta\mathbf{W} = \mathbf{ST}. \quad (4.23)$$

A partir dessa relação, é possível realizar as manipulações algébricas necessárias para isolar o vetor de incrementos  $\Delta\mathbf{W}$ , obtendo-se:

$$\Delta\mathbf{W} = \left[ \frac{\partial \mathbf{FT}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \right]^{-1} \cdot (\mathbf{ST} - \mathbf{FT}(\mathbf{W})). \quad (4.24)$$

A matriz Jacobiana pode ser representada de forma reduzida como:

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{FT}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{FF}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \\ \frac{\partial \mathbf{FS}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \\ \frac{\partial \mathbf{FA}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \\ \frac{\partial \mathbf{FB}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \\ \frac{\partial \mathbf{FP}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \\ \frac{\partial \mathbf{FQ}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

O detalhamento da Jacobiana é apresentado na Equação (4.26), onde cada elemento corresponde a uma submatriz cuja estrutura depende diretamente da topologia e das dimensões do sistema elétrico analisado.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{U}} \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

A dimensão da matriz Jacobiana é expressa por  $(4 \cdot n_l + 2 \cdot n_b) \times (4 \cdot n_l + 2 \cdot n_b)$ . Embora essa matriz apresente dimensão superior aquela observada nas formulações clássicas de fluxo de potência, sua estrutura proporciona um desempenho computacional mais eficiente. Tal eficiência deve-se, principalmente, à redução de termos que envolvem funções trigonométricas, como seno e cosseno, as quais demandam maior custo computacional. Além disso, a matriz Jacobiana resultante apresenta como característica intrínseca um elevado grau de esparsidade.

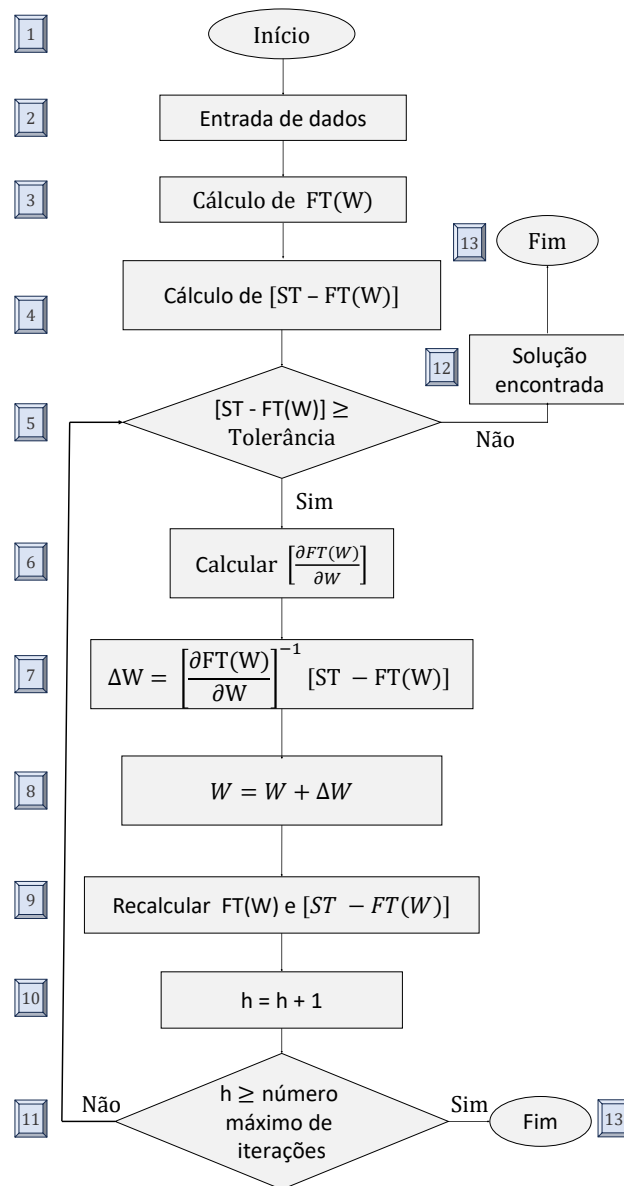
Com os resíduos do vetor solução determinados, procede-se à atualização iterativa das variáveis do sistema por meio do incremento aplicado ao vetor solução descrito na Equação (4.27). Esse procedimento permite obter novos valores de potência ativa e reativa em ambos os terminais das linhas de transmissão, bem como os ângulos e os quadrados das tensões dos barramentos. A partir dos valores atualizados, realiza-se novamente o cálculo do sistema de equações, verificando-se a convergência do processo.

A convergência é alcançada quando o módulo do vetor de resíduos torna-se inferior à tolerância previamente estabelecida, indicando que o sistema de equações que modela o problema foi satisfatoriamente resolvido.

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \Delta\mathbf{W} \quad (4.27)$$

Após apresentada a formulação e estrutura de desenvolvimento da metodologia LWPF, é apresentado o fluxograma que sintetiza, de forma sequencial, as etapas do processo de cálculo fluxo de potência.

Figura 3 - Fluxograma da metodologia *Line-Wise Power Flow*.



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Bloco 1:** Início do processo iterativo para a solução do fluxo de potência utilizando o método proposto;
- **Bloco 2:** Entrada e inicialização dos dados do sistema, incluindo tensões, ângulos e informações topológicas da rede analisada;
- **Bloco 3:** Cálculo do conjunto de equações que modelam o sistema elétrico a partir dos dados inicializados;
- **Bloco 4:** Cálculo do vetor de resíduos do sistema, definido por  $[ST - FT(W)]$ ;
- **Bloco 5:** Verificação do critério de convergência por meio da análise do vetor de resíduos, considerando a tolerância previamente estabelecida para determinação do caminho a seguir;
- **Bloco 6:** Cálculo da matriz Jacobiana do sistema;
- **Bloco 7:** Determinação do vetor de correções das variáveis de estado;
- **Bloco 8:** Atualização do vetor solução, incluindo fluxos, ângulos e tensões;
- **Bloco 9:** Atualização das equações do sistema;
- **Bloco 10:** Incremento do contador de iterações;
- **Bloco 11:** Verificação do número máximo de iterações  $h_{\max}$ . Caso o limite seja atingido, o processo é encaminhado para o Bloco 13; caso contrário, o algoritmo retorna ao Bloco 5 para a continuidade do processo iterativo;
- **Bloco 12:** Indicação de convergência do método e obtenção da solução do fluxo de potência;
- **Bloco 13:** Encerramento do processo iterativo, seja por convergência, quando proveniente do Bloco 12, ou por atingimento do número máximo de iterações, quando proveniente do Bloco 11.

O método de resolução do fluxo de potência apresentado permite rápida convergência, necessitando de poucas iterações, pois utiliza o método de NR. Entretanto, é importante ressaltar que, caso o sistema não convirja em determinado número de iterações, aplica-se um critério de parada previamente estabelecido, a fim de evitar *loops* infinitos em sistemas que não apresentam solução.

#### 4.1.1 Detalhamento das Derivadas da Matriz Jacobiana

Nesta subseção, apresenta-se o detalhamento das derivadas que compõem a matriz Jacobiana, conforme ilustrado em (4.26). Cada derivada está associada a uma submatriz, cujas dimensões dependem do número de linhas ( $n_l$ ) e do número de barras do sistema ( $n_b$ ).

Na sequência, apresenta-se o detalhamento das derivadas parciais, descrevendo o desenvolvimento matemático até a obtenção das expressões empregadas na implementação numérica. Para uma linha  $l$  conectada entre os barramentos  $k$  (origem) e  $m$  (destino), e sendo  $i$  um barramento qualquer do sistema, tem-se para a função  $FF_l$ :

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial PF_l} = \frac{\partial \left( U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot \left( PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{U_m}{2} \right) + SF_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial PF_l},$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial PF_l} = 2 \cdot \left( U_k \cdot R_l + PF_l \cdot Z_l^2 \right).$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial PS_l} = \frac{\partial \left( U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot \left( PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{U_m}{2} \right) + SF_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial PS_l},$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial PS_l} = 0.$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial QF_l} = \frac{\partial \left( U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot \left( PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{U_m}{2} \right) + SF_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial QF_l},$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial QF_l} = 2 \cdot \left( U_k \cdot X_l + QF_l \cdot Z_l^2 \right).$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial QS_l} = \frac{\partial \left( U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot \left( PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{U_m}{2} \right) + SF_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial QS_l},$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial QS_l} = 0.$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_i} = \frac{\partial \left( U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot \left( PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{U_m}{2} \right) + SF_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial \delta_i},$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_i} = 0.$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial U_k} = \frac{\partial \left( U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot \left( PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{U_m}{2} \right) + SF_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial U_k},$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial U_k} = 2 \cdot U_k + 2 \cdot \left( PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{U_m}{2} \right).$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial U_m} = \frac{\partial \left( U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot \left( PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l - \frac{U_m}{2} \right) + SF_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial U_m},$$

$$\frac{\partial FF_l(\mathbf{W})}{\partial U_m} = -U_k.$$

Analogamente, para a função  $FS_l(\mathbf{W})$ , obtêm-se as seguintes expressões:

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial PF_l} = \frac{\partial \left( U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{U_k}{2} \right) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial PF_l},$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial PF_l} = 0.$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial PS_l} = \frac{\partial \left( U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{U_k}{2} \right) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial PS_l},$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial PS_l} = 2 \cdot \left( U_m \cdot R_l + PS_l \cdot Z_l^2 \right).$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial QF_l} = \frac{\partial \left( U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{U_k}{2} \right) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial QF_l},$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial QF_l} = 0.$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial QS_l} = \frac{\partial \left( U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{U_k}{2} \right) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial QS_l},$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial QS_l} = 2 \cdot \left( U_m \cdot X_l + QS_l \cdot Z_l^2 \right).$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_i} = \frac{\partial \left( U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{U_k}{2} \right) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial \delta_i},$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_i} = 0.$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial U_k} = \frac{\partial \left( U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{U_k}{2} \right) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial U_k},$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial U_k} = -U_m.$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial U_m} = \frac{\partial \left( U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{U_k}{2} \right) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 \right)}{\partial U_m},$$

$$\frac{\partial FS_l(\mathbf{W})}{\partial U_m} = 2 \cdot U_m + 2 \cdot \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{U_k}{2} \right).$$

As funções  $\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}}$  e  $\frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}}$  apresentam termos trigonométricos em suas derivações, conforme demonstrado abaixo:

$$\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial PF_l} = \frac{\partial [(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l]}{\partial PF_l},$$

$$\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial PF_l} = R_l \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - X_l.$$

$$\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial PS_l} = \frac{\partial [(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l]}{\partial PS_l},$$

$$\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial PS_l} = 0.$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial QF_l} &= \frac{\partial [(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l]}{\partial QF_l}, \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial QF_l} &= X_l \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) + R_l. \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial QS_l} &= \frac{\partial [(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l]}{\partial QS_l}, \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial QS_l} &= 0. \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_k} &= \frac{\partial [(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l]}{\partial \delta_k}, \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_k} &= -(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \sec^2(\delta_m - \delta_k). \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_m} &= \frac{\partial [(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l]}{\partial \delta_m}, \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_m} &= (PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \sec^2(\delta_m - \delta_k). \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial U_k} &= \frac{\partial [(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l]}{\partial U_k}, \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial U_k} &= \tan(\delta_m - \delta_k). \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial U_m} &= \frac{\partial [(PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l]}{\partial U_m}, \\
\frac{\partial FA_l(\mathbf{W})}{\partial U_m} &= 0. \\
\frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial PF_l} &= \frac{\partial [(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l]}{\partial PF_l}, \\
\frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial PF_l} &= 0. \\
\frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial PS_l} &= \frac{\partial [(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l]}{\partial PS_l}, \\
\frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial PS_l} &= R_l \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - X_l. \\
\frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial QF_l} &= \frac{\partial [(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l]}{\partial QF_l}, \\
\frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial QF_l} &= 0. \\
\frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial QS_l} &= \frac{\partial [(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l]}{\partial QS_l}, \\
\frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial QS_l} &= X_l \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) + R_l.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_k} &= \frac{\partial [(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l]}{\partial \delta_k}, \\ \frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_k} &= (PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \sec^2(\delta_k - \delta_m). \\ \frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_m} &= \frac{\partial [(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l]}{\partial \delta_m}, \\ \frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial \delta_m} &= -(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \sec^2(\delta_k - \delta_m). \\ \frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial U_k} &= \frac{\partial [(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l]}{\partial U_k}, \\ \frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial U_k} &= 0. \\ \frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial U_m} &= \frac{\partial [(PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l]}{\partial U_m}, \\ \frac{\partial FB_l(\mathbf{W})}{\partial U_m} &= \tan(\delta_k - \delta_m). \end{aligned}$$

Por fim, determinam-se as derivadas das funções de balanço de potência ativa (**FP**) e reativa (**FQ**):

$$\begin{aligned} \frac{\partial FP_k(\mathbf{W})}{\partial PF_l} &= [M]_{k,l}, \\ \frac{\partial FP_m(\mathbf{W})}{\partial PS_l} &= [M]_{m,n_l+l}, \\ \frac{\partial FP_i(\mathbf{W})}{\partial QF_l} &= 0, \\ \frac{\partial FP_i(\mathbf{W})}{\partial QS_l} &= 0, \\ \frac{\partial FP_i(\mathbf{W})}{\partial \delta_i} &= 0, \\ \frac{\partial FP_k(\mathbf{W})}{\partial U_k} &= -GS_k, \\ \frac{\partial FP_i(\mathbf{W})}{\partial U_m} &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial FQ_i(\mathbf{W})}{\partial PF_l} &= 0, \\
\frac{\partial FQ_i(\mathbf{W})}{\partial PS_l} &= 0, \\
\frac{\partial FQ_k(\mathbf{W})}{\partial QF_l} &= [M]_{k,l}, \\
\frac{\partial FQ_m(\mathbf{W})}{\partial QS_l} &= [M]_{m,n_l+l}, \\
\frac{\partial FQ_i(\mathbf{W})}{\partial \delta_i} &= 0, \\
\frac{\partial FQ_k(\mathbf{W})}{\partial U_k} &= BS_k, \\
\frac{\partial FQ_m(\mathbf{W})}{\partial U_m} &= 0.
\end{aligned}$$

Em síntese, embora a matriz Jacobiana possua dimensões superiores às do equacionamento tradicional por barras, sua estrutura é predominantemente esparsa. A análise das derivadas revela que a maioria das submatrizes é nula e apenas uma fração reduzida contém termos trigonométricos, o que favorece a eficiência computacional e diminui o esforço de processamento na resolução do sistema.

A análise analítica das derivadas permite identificar explicitamente as submatrizes nulas da Jacobiana, as quais contribuem para a elevada esparsidade do modelo. As submatrizes nulas são:

$$\begin{aligned}
&\left[ \frac{\partial \mathbf{FF}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{PS}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FF}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{QS}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FF}(\mathbf{W})}{\partial \delta} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FS}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{PF}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FS}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{QF}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FS}(\mathbf{W})}{\partial \delta} \right], \\
&\left[ \frac{\partial \mathbf{FA}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{PS}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FA}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{QS}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FB}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{PF}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FB}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{QF}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FP}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{QF}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FP}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{QS}} \right], \\
&\left[ \frac{\partial \mathbf{FP}(\mathbf{W})}{\partial \delta} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FQ}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{PF}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FQ}(\mathbf{W})}{\partial \delta} \right] \text{ e } \left[ \frac{\partial \mathbf{FQ}(\mathbf{W})}{\partial \delta} \right].
\end{aligned}$$

Por outro lado, as submatrizes não nulas que apresentam termos trigonométricos restringem-se ao conjunto de equações :

$$\begin{aligned}
&\left[ \frac{\partial \mathbf{FA}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{PF}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FA}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{QF}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FA}(\mathbf{W})}{\partial \delta} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FA}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{U}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FB}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{PS}} \right], \left[ \frac{\partial \mathbf{FB}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{QS}} \right], \\
&\left[ \frac{\partial \mathbf{FB}(\mathbf{W})}{\partial \delta} \right] \text{ e } \left[ \frac{\partial \mathbf{FB}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{U}} \right].
\end{aligned}$$

## 4.2 DIFERENÇAS PRINCIPAIS ENTRE O FLUXO DE POTÊNCIA TRADICIONAL E O LINE-WISE POWER FLOW

O método LWPF distingue-se da abordagem clássica por equações de barra ao permitir a identificação direta de linhas críticas, aquelas que conectam barramentos mais suscetíveis ao colapso de tensão, por meio da própria estrutura da matriz Jacobiana. Além disso, a transição para o equacionamento por linhas impacta positivamente a estrutura da Jacobiana, reduzindo o número de termos trigonométricos e tornando a resolução mais eficiente em sistemas de grande porte. A convergência quadrática, característica do método de NR, é preservada, garantindo um desempenho iterativo comparável ao método tradicional, enquanto a exploração da esparsidade da Jacobiana contribui, em ambos os métodos, para a redução do tempo computacional (MOHAMED; VENKATESH, 2018).

Enquanto os métodos tradicionais de fluxo de potência restringem-se à determinação de tensões e ângulos nos barramentos, o LWPF oferece uma visão mais abrangente. Ele fornece informações sobre os fluxos de potência ativa e reativa em cada extremidade das linhas, bem como o quadrado das tensões, característica que facilita a implementação de controles.

Além disso, os benefícios dessa formulação estendem-se à realização do FPO quando se utiliza o equacionamento por linha. O *LWOPF* mantém-se mais rápido que o FPO baseado no equacionamento por barra e, devido à utilização do quadrado das tensões, seu espaço de soluções é melhorado, resultando em soluções ótimas de maior qualidade. Tanto no LWPF quanto no *LWOPF*, a convergência apresenta comportamento monótono (MOHAMED; VENKATESH, 2019a), e diversos estudos abordam a aplicação do FPO utilizando equacionamento por linha (MOHAMED; VENKATESH, 2019c; MOHAMED; VENKATESH, 2019b; MOHAMED; VENKATESH, 2019a).

O estudo realizado por Aldik e Venkatesh (2023b) reforça essa tendência, mostrando que o FPO apresenta maior eficiência computacional com o uso do método LWPF, além de resultados de qualidade similar ou superior aos obtidos pelo equacionamento tradicional por barra.

Outro diferencial do método LWPF é que não é necessário construir a matriz de admitância para a resolução do fluxo de potência, como ocorre no equacionamento tradicional por barras (MOHAMED; VENKATESH, 2018).

Em suma, o equacionamento por linha tem se mostrado promissor, evidenciando superioridade em termos de eficiência computacional em diversos estudos existentes. No entanto, por se tratar de um método relativamente recente, ainda são necessários mais trabalhos para consolidá-lo como uma alternativa competitiva frente aos métodos tradicionais de resolução.

### 4.3 SUMÁRIO DO CAPÍTULO

Este capítulo contemplou a fundamentação da metodologia LWPF, incorporando um ajuste estratégico na ordenação do vetor de estado. Foram detalhadas as formulações envolvidas, as derivadas da matriz Jacobiana e apresentado, por meio de um fluxograma, o passo a passo para a sua utilização.

Adicionalmente, apresentou-se uma análise comparativa entre a formulação LWPF e o fluxo de potência obtido por meio do equacionamento tradicional.

Em suma, os conceitos e expressões aqui estabelecidos sedimentam as bases teóricas necessárias para o desenvolvimento do Capítulo 5, a qual utilizará diretamente os conceitos e formulações aqui apresentados.

## 5 METODOLOGIA PROPOSTA

A sociedade moderna é altamente dependente da energia elétrica, a qual desempenha papel essencial no desenvolvimento e funcionamento das atividades humanas. Nesse contexto, o planejamento, a operação e a análise dos SEPs tornam-se fundamentais para garantir o fornecimento seguro e eficiente de energia.

Entre as principais ferramentas utilizadas para essa análise, destaca-se o fluxo de potência (MONTICELLI, 1983; STOTT, 1974; TINNEY; HART, 1967). Segundo Monticelli (1983), “*o fluxo de potência em uma rede de energia elétrica consiste essencialmente na determinação do estado da rede, da distribuição dos fluxos e de algumas outras grandezas de interesse*”.

Diante da crescente demanda energética, os sistemas de potência tornam-se cada vez mais extensos, apresentando um elevado número de elementos e a inserção crescente de fontes de geração distribuída, incluindo fontes intermitentes. Como consequência, o cálculo do fluxo de potência, que representa uma “fotografia” do estado da rede em um determinado instante, tende a demandar maior tempo de processamento, em razão do aumento da complexidade do sistema, além de estar sujeito a variações mais rápidas em seus valores.

Essa evolução dos sistemas elétricos está diretamente associada à necessidade de métodos de resolução mais eficientes e ágeis para o cálculo do fluxo de potência. Nesse contexto, destaca-se a metodologia LWPF, que se apresenta como uma alternativa promissora para aprimorar o desempenho computacional dessa análise.

No entanto, para que essa metodologia possa ser aplicada de forma prática, é imprescindível que sua implementação computacional seja fiel à realidade operacional dos SEPs, de modo que represente adequadamente o comportamento físico da rede e se torne competitiva em relação aos métodos tradicionais de resolução.

Com esse propósito, a metodologia proposta nesta dissertação consiste na integração de técnicas de controle já consolidadas ao método LWPF, cujo detalhamento é apresentado neste capítulo. Esta integração busca alinhar a metodologia a cenários reais de aplicação na operação e no planejamento de SEPs, contribuindo para o aumento da eficiência computacional e para o avanço de uma ferramenta alternativa na área.

Dentre os diversos dispositivos de controle existentes nos SEPs, priorizou-se a integração do controle de tensão por meio de transformadores LTCs. Essa escolha se justifica por sua ampla aplicação em sistemas reais, bem como por sua importância fundamental na manutenção da estabilidade e da qualidade da energia elétrica nos sistemas de potência.

## 5.1 CONTROLE DE TENSÃO LTC

A representação fidedigna do comportamento dos sistemas elétricos é essencial para que os modelos computacionais reflitam com precisão as condições reais de operação. Nesse sentido, o primeiro dispositivo de controle integrado a esta metodologia é o transformador com comutação de derivação sob carga (LTC). A escolha justifica-se pela capacidade desses equipamentos de ajustar o *tap* sem a necessidade de desconexão da carga, mantendo a tensão em valores pré-estabelecidos em barras específicas. Tal funcionalidade é crucial, uma vez que a variação contínua das cargas pode comprometer a estabilidade e a qualidade da energia elétrica fornecida (Passos Filho, 2000; PETERSON; MEYER, 1971).

O transformador LTC (também referido na literatura como *Under Load Tap Changer* (ULTC) ou *On-Load Tap Changer* (OLTC)) tem como função primordial modificar a relação de transformação sem interromper o suprimento de energia. Essa característica torna esses dispositivos fundamentais em sistemas que demandam regulação de tensão dinâmica e frequente, como ocorre, por exemplo, nas redes de transmissão e subtransmissão (KUNDUR, 1994).

### 5.1.1 Teoria do Controle LTC

O transformador LTC desempenha papel fundamental no controle de tensão em sistemas de potência. Esse equipamento ajusta o *tap* sob carga, atuando na prevenção de sobretensões e subtensões para agentes reguladores e consumidores, o que contribui para a estabilidade e integridade do sistema elétrico (PADILHA, 2010).

Visto que o *tap* ( $a$ ) é a variável de estado adicional necessária para a solução do fluxo de potência, inicia-se a análise pelo equacionamento clássico disponível na literatura. A Figura 4 apresenta o modelo de transformadores em fase; nota-se que o LTC visa modificar a magnitude da tensão, diferindo do transformador defasador, que atua sobre o ângulo.

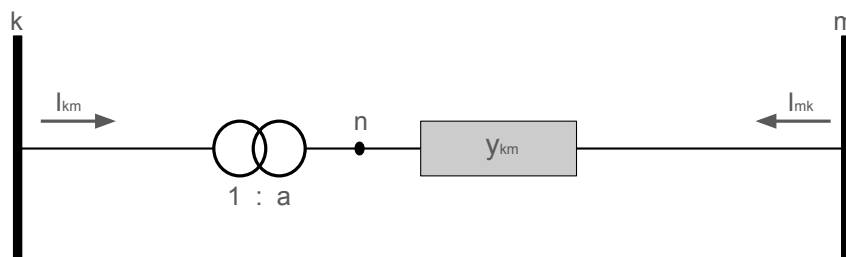
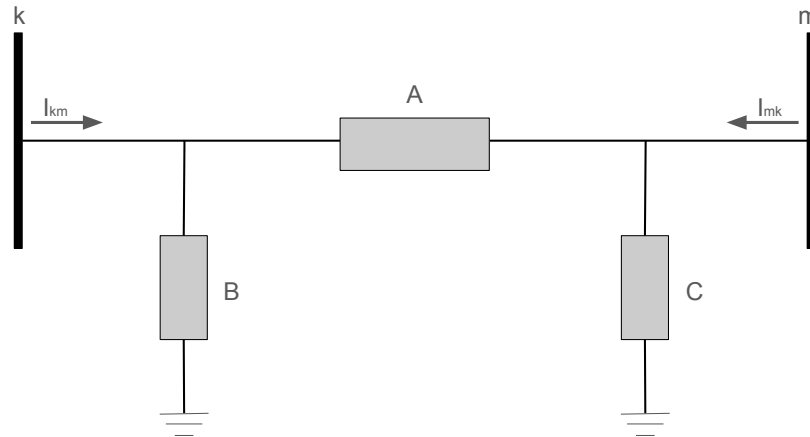


Figura 4 - Modelo do transformador em fase.

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Tal transformador pode ser representado por um transformador ideal em série com uma admitância. De acordo com Monticelli (1983), ele pode ser modelado por um circuito equivalente do tipo  $\pi$ , conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 - Circuito  $\pi$  equivalente do transformador em fase.



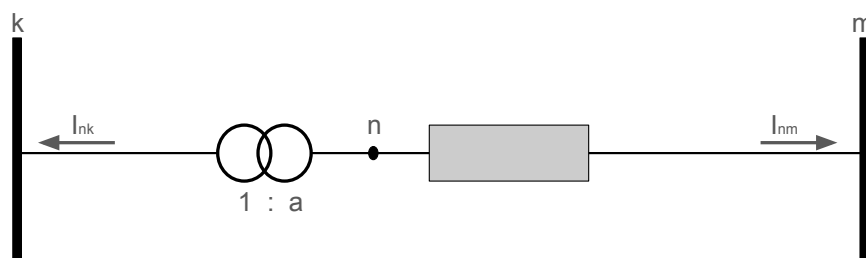
Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Os coeficientes expostos na Figura 5 são:

$$\begin{aligned} A &= a \cdot y_{km}, \\ B &= a \cdot (a - 1) \cdot y_{km}, \\ C &= (1 - a) \cdot y_{km}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Entretanto, devido à inversão do sentido dos fluxos de potência nas linhas ao se transitar do método tradicional de solução do fluxo de potência para o método LWPF, torna-se necessário verificar se os coeficientes do modelo equivalente permanecem inalterados ou se sofrem alguma modificação. Para essa análise, considera-se o transformador apresentado na Figura 6, no qual a direção das correntes é oposta àquela adotada no método convencional.

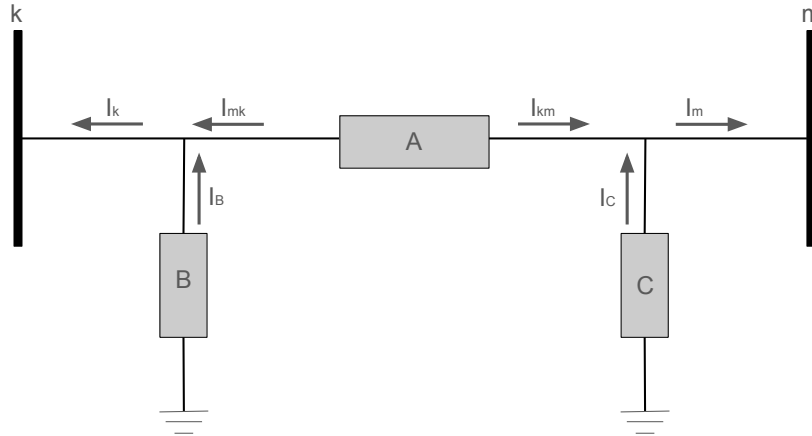
Figura 6 - Modelo do transformador em fase na metodologia LWPF.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

A partir dessa configuração, obtém-se o circuito equivalente do tipo  $\pi$ , ilustrado na Figura 7, o qual representa um transformador em fase com os sentidos das correntes invertidos em relação ao modelo tradicional.

Figura 7 - Circuito  $\pi$  equivalente do transformador em fase na metodologia LWPF.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Com base no modelo ilustrado, as correntes que fluem no sistema podem ser determinadas por meio da aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes. Considerando inicialmente a barra  $k$ , tem-se:

$$\begin{aligned} I_k &= I_{mk} + I_B \\ I_k &= (V_m - V_k) \cdot A + (0 - V_k) \cdot B \\ I_k &= (-A - B) \cdot V_k + A \cdot V_m. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Analogamente, considerando a barra  $m$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} I_m &= I_{km} + I_C \\ I_m &= (V_k - V_m) \cdot A + (0 - V_m) \cdot C \\ I_m &= A \cdot V_k + (-A - C) \cdot V_m. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Assim, as correntes injetadas nas barras  $k$  e  $m$  podem ser expressas pelo seguinte sistema:

$$\begin{cases} I_k = (-A - B) \cdot V_k + A \cdot V_m \\ I_m = A \cdot V_k + (-A - C) \cdot V_m \end{cases}. \quad (5.4)$$

Para determinar os valores dos coeficientes  $A$ ,  $B$  e  $C$ , parte-se inicialmente da relação de transformação do transformador ideal, considerando a configuração apresentada na Figura 6.

Sabe-se que a relação de transformação de um transformador ideal é dada por:

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_{\text{primário}}}{V_{\text{secundário}}} = \frac{V_n}{V_k}, \quad (5.5)$$

de modo que:

$$V_n = a \cdot V_k. \quad (5.6)$$

Até este ponto, observa-se que a inversão do sentido das correntes não altera a relação de transformação do sistema. Além disso, como o presente estudo considera um transformador em fase, o *tap* atua exclusivamente sobre a magnitude da tensão, não havendo introdução de defasagem angular, característica própria de transformadores defasadores.

Considerando o transformador como ideal, admite-se a conservação da potência complexa, de modo que a potência que entra no equipamento é igual àquela que dele sai (COSTA, 2013), isto é:

$$S_{\text{entrada}} = S_{\text{saída}}. \quad (5.7)$$

Logo, pode-se escrever:

$$E_n \cdot I_{nm}^* = -E_k \cdot I_{nk}^*, \quad (5.8)$$

o que conduz à seguinte relação entre tensões e correntes:

$$\frac{E_n}{E_k} = -\frac{I_{nk}^*}{I_{nm}^*} = a. \quad (5.9)$$

A partir da Figura 6, observa-se que a corrente no ramo entre os nós  $n$  e  $m$  é dada por:

$$I_{nm} = (V_n - V_m) \cdot y_{km}. \quad (5.10)$$

Substituindo a relação de transformação do transformador ideal  $V_n = a \cdot V_k$ , obtém-se:

$$I_{nm} = (a \cdot V_k - V_m) \cdot y_{km} = a \cdot V_k \cdot y_{km} - V_m \cdot y_{km}. \quad (5.11)$$

Pela relação de correntes, tem-se  $I_{nk} = -a \cdot I_{nm}$  (considerando  $a$  real). Realizando a combinação de duas expressões de  $I_{nm}$ , segue que:

$$-\frac{I_{nk}}{a} = (a \cdot V_k - V_m) \cdot y_{km}, \quad (5.12)$$

o que leva a:

$$I_{nk} = a \cdot V_m \cdot y_{km} - a^2 \cdot V_k \cdot y_{km}. \quad (5.13)$$

Pode-se escrever as correntes injetadas nas barras  $k$  e  $m$  como:

$$\begin{cases} I_{nk} = (-a^2 \cdot y_{km}) \cdot V_k + (a \cdot y_{km}) \cdot V_m \\ I_{mn} = (a \cdot y_{km}) \cdot V_k - y_{km} \cdot V_m \end{cases}, \quad (5.14)$$

e, de forma equivalente, pelo sistema obtido anteriormente:

$$\begin{cases} I_k = (-A - B) \cdot V_k + A \cdot V_m \\ I_m = A \cdot V_k + (-A - C) \cdot V_m \end{cases} \quad (5.15)$$

Considerando que  $I_{nk} = I_k$  e  $I_{mn} = I_m$  (com inversão de sinal devido à convenção de fluxo), a comparação termo a termo permite determinar os coeficientes:

$$\begin{cases} A = a \cdot y_{km} \\ B = a \cdot (a - 1) \cdot y_{km} \\ C = (1 - a) \cdot y_{km} \end{cases} \quad (5.16)$$

Portanto, conclui-se que a inversão do sentido das correntes, característica do método LWPF, não altera os valores dos coeficientes  $A$ ,  $B$  e  $C$ , mantendo-se inalterada a representação do modelo equivalente  $\pi$  do transformador em fase.

#### 5.1.1.1 Metodologia Empregada para Controle de LTC

A metodologia adotada para o controle de tensão segue a proposta apresentada por Passos Filho (2000). Tal abordagem consiste na expansão da matriz Jacobiana, incorporando o *tap* do LTC como uma nova variável de estado. Para manter o equilíbrio entre o número de incógnitas e o número de equações do sistema, inclui-se a equação de controle da tensão na barra sob regulação, garantindo assim a correta representação do mecanismo de ajuste do LTC no fluxo de potência.

O incremento na dimensão da matriz Jacobiana depende diretamente do número de transformadores LTC presentes no sistema. Para cada transformador, é inserida uma nova linha e uma nova coluna à Jacobiana. Uma das principais vantagens desse método é a introdução de uma nova variável de estado sem a necessidade de substituir ou remover variáveis previamente existentes, preservando, assim, a estrutura original do fluxo de potência convencional.

O transformador LTC atua ajustando automaticamente o valor de seu *tap* com o intuito de manter a magnitude da tensão de uma barra do tipo  $PQ$ , denominada barra  $L$ , igual a um valor especificado. Essa barra pode estar diretamente conectada ao transformador ou ser regulada de forma remota, passando a ser tratada como uma barra do tipo  $PQV$ .

A equação de controle adicionada ao sistema expressa que a tensão calculada na barra  $L$  deve coincidir com o valor especificado, sendo dada por:

$$V_L - V_L^{esp} = 0 \quad (5.17)$$

Definindo o resíduo associado a essa equação, obtém-se:

$$\Delta y = \Delta V_L' = V_L^{esp} - V_L. \quad (5.18)$$

A nova variável de estado introduzida no sistema corresponde ao incremento do *tap* do transformador, definido por:

$$\Delta x = \Delta a_{km}, \quad (5.19)$$

em que se considera um transformador do tipo LTC conectado entre as barras  $k$  e  $m$ . Assim, ao longo deste trabalho, o parâmetro  $a$  passa a representar o *tap* do transformador associado ao ramo  $k-m$ , isto é,  $a = a_{km}$ .

O sistema é resolvido por meio de um processo iterativo e, a cada iteração, faz-se indispensável a atualização do valor do *tap*, de maneira análoga às demais variáveis de estado. Essa atualização é realizada conforme a expressão:

$$a_{km}^{h+1} = a_{km}^h + \Delta a_{km}^h. \quad (5.20)$$

Esse procedimento é repetido até que o resíduo associado à equação de controle de tensão esteja dentro de uma tolerância previamente estabelecida ou até que seja atingido um número máximo de iterações. Além disso, na presença de múltiplos transformadores LTC, os equacionamentos apresentados tornam-se vetoriais, cuja dimensão é igual ao número de transformadores considerados.

O tratamento dos limites operacionais do transformador LTC é igualmente fundamental. Como o *tap* possui uma faixa limitada de operação, caso o valor atualizado ultrapasse esses limites, o *tap* é automaticamente fixado no valor máximo ou mínimo admissível. Nessa condição, a barra controlada deixa de ser tratada como uma barra do tipo  $PQV$  e retorna à classificação  $PQ$ , uma vez que o transformador não é mais capaz de regular a tensão da barra  $L$  dentro de sua faixa operacional.

Adicionalmente, é preciso realizar uma análise de sensibilidade da tensão controlada em relação ao *tap*, com o objetivo de evitar a retirada indevida do controle em decorrência de violações prematuras dos limites operacionais do LTC. Essa análise é particularmente relevante para os regimes em que  $a_{km} < 1$  e  $a_{km} > 1$ . No caso específico em que  $a_{km} = 1$ , observa-se que os coeficientes  $B$  e  $C$ , definidos em (5.1), se anulam, fazendo com que o elemento equivalente se comporte como uma linha de transmissão sem componente shunt.

No âmbito da metodologia LWPF, os elementos *shunt* do modelo equivalente  $\pi$  de transformadores e linhas de transmissão são incorporados aos vetores  $\mathbf{BS}$  e  $\mathbf{GS}$  do sistema.

Vale ressaltar que, na metodologia adotada, o *tap* do transformador é tratado como uma variável contínua durante o processo iterativo de solução do fluxo de potência. No entanto, em transformadores reais, o *tap* assume valores discretos, definidos por passos fixos de comutação. Dessa forma, após a convergência do algoritmo, procede-se ao ajuste do valor contínuo obtido para o valor discreto mais próximo admissível e, em seguida, resolver novamente o fluxo de potência com o *tap* fixado, garantindo maior aderência da solução às condições reais de operação, conforme proposto em Passos Filho (2000).

O detalhamento da matriz Jacobiana aumentada, bem como o desenvolvimento das derivadas parciais envolvidas e a descrição da implementação computacional correspondente, são apresentados na subseção seguinte.

### 5.1.2 Implementação do Controle LTC no Método LWPF

Esta subseção apresenta a estrutura do equacionamento, bem como a integração do método de solução do fluxo de potência LWPF com o controle de tensão por meio do transformador LTC, conforme proposto por Passos Filho (2000) e descrito na subseção anterior.

O método LWPF, explicado no Capítulo 4, possui um equacionamento distinto por se basear na análise das linhas, e não dos barramentos. Essa característica implica uma modificação substancial nas novas derivadas a serem incorporadas em função da inserção do controle LTC.

Conforme mencionado anteriormente, o *tap* do transformador passa a ser tratado como uma nova variável de estado. Assim, o vetor solução  $\mathbf{W}$ , quando o controle LTC está habilitado, assume a forma:

$$\mathbf{W} = [\mathbf{PF} \ \mathbf{PS} \ \mathbf{QF} \ \mathbf{QS} \ \delta \ \mathbf{U} \ a]. \quad (5.21)$$

Dessa forma, as equações que modelam o sistema são reestruturadas para incorporar a nova variável, passando a ser expressas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{FF} &= U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot \left( PF_l \cdot \frac{R_l}{a} + QF_l \cdot \frac{X_l}{a} - \frac{U_m}{2} \right) + SF_l^2 \cdot \frac{Z_l^2}{a^2} = 0, \\ \mathbf{FS} &= U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot \left( PS_l \cdot \frac{R_l}{a} + QS_l \cdot \frac{X_l}{a} - \frac{U_k}{2} \right) + SS_l^2 \cdot \frac{Z_l^2}{a^2} = 0, \\ \mathbf{FA} &= \left( PF_l \cdot \frac{R_l}{a} + QF_l \cdot \frac{X_l}{a} + U_k \right) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot \frac{X_l}{a} + QF_l \cdot \frac{R_l}{a} = 0, \\ \mathbf{FB} &= \left( PS_l \cdot \frac{R_l}{a} + QS_l \cdot \frac{X_l}{a} + U_m \right) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot \frac{X_l}{a} + QS_l \cdot \frac{R_l}{a} = 0, \\ \mathbf{FP} &= M \begin{bmatrix} \mathbf{PF} \\ \mathbf{PS} \end{bmatrix} - \mathbf{U} \odot \mathbf{GS} = \mathbf{PD} - \mathbf{PG}, \\ \mathbf{FQ} &= M \begin{bmatrix} \mathbf{QF} \\ \mathbf{QS} \end{bmatrix} - \mathbf{U} \odot \mathbf{BS} = \mathbf{QD} - \mathbf{QG}, \\ \Delta \mathbf{y} &= \mathbf{U}_L^{esp} - \mathbf{U}_L. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Lembrando que o erro de controle de tensão é originalmente dado por  $\Delta \mathbf{y} = V_L^{esp} - V_L$ , onde ' $L$ ' representa cada barra PQV cuja tensão é controlada via LTC. No entanto, por se tratar de um método formulado em termos dos quadrados das tensões, o resíduo correspondente deve ser expresso como:

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{U}_L^{esp} - \mathbf{U}_L. \quad (5.23)$$

As equações lineares passam a incorporar explicitamente a influência do *tap* do transformador. Essa alteração ocorre porque o *tap*, ao se tornar uma variável de estado, modifica diretamente as cargas equivalentes associadas às linhas do sistema. Em particular, essa relação é expressa por:

$$y_{\text{novo}} = a \cdot y, \quad (5.24)$$

o que implica, por consequência:

$$R_{\text{novo}} = \frac{R}{a}, \quad (5.25)$$

$$X_{\text{novo}} = \frac{X}{a}. \quad (5.26)$$

Além disso, o vetor de susceptâncias  $\mathbf{BS}$  também é modificado devido à influência direta do *tap* sobre seus termos. Essas relações evidenciam como a posição do *tap* impacta o modelo elétrico da linha, afetando as correntes, as quedas de tensão e, portanto, o comportamento global do sistema.

O vetor de resíduos resultante passa a assumir a forma:

$$[\mathbf{ST} - \mathbf{FT}(\mathbf{W})] = - \begin{bmatrix} \mathbf{FF}(\mathbf{W}) \\ \mathbf{FS}(\mathbf{W}) \\ \mathbf{FA}(\mathbf{W}) \\ \mathbf{FB}(\mathbf{W}) \\ \mathbf{FP}(\mathbf{W}) - \mathbf{PD} + \mathbf{PG} \\ \mathbf{FQ}(\mathbf{W}) - \mathbf{QD} + \mathbf{QG} \\ -\Delta \mathbf{y} \end{bmatrix}. \quad (5.27)$$

Dessa forma, a inclusão do *tap* do transformador como variável de estado resulta na ampliação da matriz Jacobiana do método LWPF, com a adição de uma coluna associada às derivadas em relação ao *tap* de uma linha correspondente à equação de controle de tensão:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial U} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial a} \\ \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial U} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial a} \\ \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial U} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial a} \\ \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial U} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial a} \\ \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial U} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial a} \\ \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial U} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial a} \\ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial U} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial a} \end{bmatrix}. \quad (5.28)$$

De modo que os termos da nova coluna e linha representam as novas matrizes que serão detalhadas a seguir.

Os termos presentes na(s) coluna(s) adicionada(s) são:

$$\frac{\partial FF_l}{\partial a_l} = \frac{\partial(U_k^2 + 2 \cdot U_k \cdot (PF_l \cdot \frac{R_l}{a_l} + QF_l \cdot \frac{X_l}{a_l} - \frac{U_m}{2}) + SF_l^2 \cdot \frac{Z_l^2}{a_l^2})}{\partial a_l},$$

$$\frac{\partial FF_l}{\partial a_l} = -2 \cdot U_k \cdot (PF_l \cdot \frac{R_l}{a_l^2} + QF_l \cdot \frac{X_l}{a_l^2}) - 2 \cdot SF_l^2 \cdot \frac{Z_l^2}{a_l^3}.$$

$$\frac{\partial FS_l}{\partial a_l} = \frac{\partial(U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot (PS_l \cdot \frac{R_l}{a_l} + QS_l \cdot \frac{X_l}{a_l} - \frac{U_k}{2}) + SS_l^2 \cdot \frac{Z_l^2}{a_l^2})}{\partial a_l},$$

$$\frac{\partial FS_l}{\partial a_l} = -2 \cdot U_m \cdot (PS_l \cdot \frac{R_l}{a_l^2} + QS_l \cdot \frac{X_l}{a_l^2}) - 2 \cdot SS_l^2 \cdot \frac{Z_l^2}{a_l^3}.$$

$$\frac{\partial FA_l}{\partial a_l} = \frac{\partial((PF_l \cdot \frac{R_l}{a_l} + QF_l \cdot \frac{X_l}{a_l} + U_k) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l \cdot \frac{X_l}{a_l} + QF_l \cdot \frac{R_l}{a_l})}{\partial a_l},$$

$$\frac{\partial FA_l}{\partial a_l} = (-PF_l \cdot \frac{R_l}{a_l^2} - QF_l \cdot \frac{X_l}{a_l^2}) \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) + PF_l \cdot \frac{X_l}{a_l^2} - QF_l \cdot \frac{R_l}{a_l^2}.$$

$$\frac{\partial FB_l}{\partial a_l} = \frac{\partial((PS_l \cdot \frac{R_l}{a_l} + QS_l \cdot \frac{X_l}{a_l} + U_m) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l \cdot \frac{X_l}{a_l} + QS_l \cdot \frac{R_l}{a_l})}{\partial a_l},$$

$$\frac{\partial FB_l}{\partial a_l} = (-PS_l \cdot \frac{R_l}{a_l^2} - QS_l \cdot \frac{X_l}{a_l^2}) \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) + PS_l \cdot \frac{X_l}{a_l^2} - QS_l \cdot \frac{R_l}{a_l^2}.$$

$$\frac{\partial FFP_i}{\partial a_l} = \frac{\partial([M] \begin{bmatrix} PF \\ PS \end{bmatrix} - U \cdot GS = PD - PG)}{\partial a_l},$$

$$\frac{\partial FFP}{\partial a_l} = 0.$$

$$\frac{\partial FQ}{\partial a_l} = \frac{\partial([M] \begin{bmatrix} QF \\ QS \end{bmatrix} - U \cdot BS = QD - QG)}{\partial a_l},$$

$$\frac{\partial FQ}{\partial a_l} = U_k \cdot 2 \cdot (a_l - 1) \cdot bkm,$$

$$\frac{\partial FQ}{\partial a_l} = -U_m \cdot 2 \cdot bkm.$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_l} = \frac{\partial(U_L^{esp} - U_L)}{\partial a_l} = 0.$$

Enquanto os termos presentes na(s) linha(s) adicionada(s) são:

$$\frac{\partial y}{\partial PF} = -\frac{\partial(U_L^{esp} - U_L)}{\partial PF} = 0,$$

$$\frac{\partial y}{\partial PS} = -\frac{\partial(U_L^{esp} - U_L)}{\partial PS} = 0,$$

$$\frac{\partial y}{\partial QF} = -\frac{\partial(U_L^{esp} - U_L)}{\partial QF} = 0,$$

$$\frac{\partial y}{\partial QS} = -\frac{\partial(U_L^{esp} - U_L)}{\partial QS} = 0,$$

$$\frac{\partial y}{\partial \delta} = -\frac{\partial(U_L^{esp} - U_L)}{\partial \delta} = 0,$$

$$\frac{\partial y}{\partial U} = -\frac{\partial(U_L^{esp} - U_L)}{\partial U} = 1.$$

Em relação ao dimensionamento das submatrizes apresentadas, tem-se que as submatrizes  $\frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{a}}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{a}}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{a}}$  e  $\frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{a}}$  possuem dimensão  $n_l \times n_{ltc}$  (número de linhas de transmissão por número de transformadores do tipo LTC).

Por sua vez, as submatrizes  $\frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{a}}$  e  $\frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{a}}$  apresentam dimensão  $n_b \times n_{ltc}$ .

As derivadas que compõem as submatrizes adicionadas às linhas extras da Jacobiana na presença de LTC são nulas, com exceção da derivada de  $\delta y$  da barra controlada em relação ao quadrado da sua tensão. Quanto às submatrizes  $\frac{\partial y}{\partial PF}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial PS}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial QF}$  e  $\frac{\partial y}{\partial QS}$  elas apresentam dimensão  $n_{ltc} \times n_l$ , cada. As submatrizes  $\frac{\partial y}{\partial \delta}$  e  $\frac{\partial y}{\partial U}$  seguem a mesma lógica de dimensionamento sendo  $n_{ltc} \times n_b$ .

Quanto à atualização do vetor solução, esta é realizada conforme apresentado anteriormente no Capítulo 4, por meio da expressão:

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \Delta \mathbf{W}.$$

De forma simultânea, o *tap* do LTC também é atualizado, uma vez que se trata de uma variável de estado do problema presente em  $\mathbf{W}$ . Após essa etapa, com os novos valores das variáveis de estado, torna-se essencial recálculo de  $\mathbf{FT}(\mathbf{W})$ , bem como o elemento shunt associado. Esse procedimento permite reavaliar o equacionamento do sistema e verificar se a solução obtida atende aos critérios de convergência estabelecidos.

### 5.1.3 Detalhamento do Fluxograma

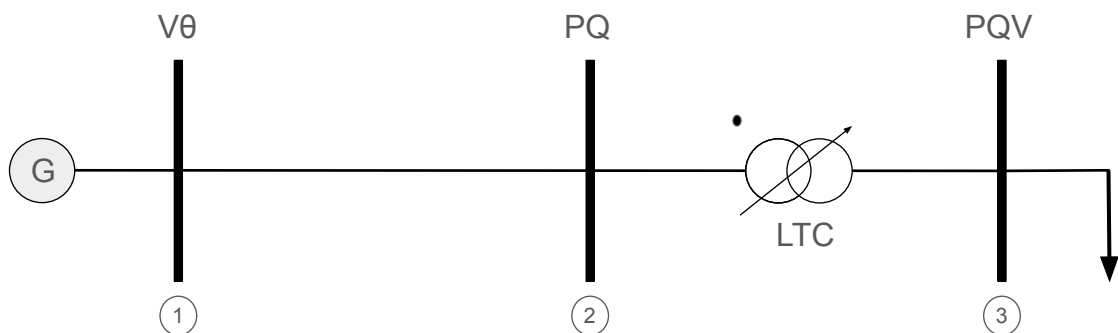
Esta subseção descreve o fluxograma aplicado ao controle LTC na metodologia LWPF. De maneira geral, a estrutura lógica permanece análoga para ambos os sistemas; contudo, a inclusão do LTC faz com que o *tap* passe a ser tratado como uma variável de estado. Conseqüentemente, torna-se necessário recálculo do vetor **BS** no Bloco 9.

As distinções entre os sistemas manifestam-se de forma mais acentuada nos níveis internos do algoritmo, em função da expansão dos vetores de resíduos e de estado e, por conseguinte, da matriz Jacobiana. Uma vez que a sequência de blocos é compartilhada, o detalhamento das etapas de solução fundamenta-se na descrição apresentada na Figura 3.

#### 5.1.3.1 Exemplo Ilustrativo

Com o objetivo de ilustrar a estrutura da matriz Jacobiana e realizar uma análise preliminar do comportamento do sistema na presença do controle LTC, considera-se o sistema-teste de 3 barras apresentado na Figura 8. Nesse sistema, a barra controlada é a barra 3, a qual, em função da regulação de tensão, passa da tipologia PQ para PQV. O transformador LTC responsável por essa regulação está localizado entre os barramentos 2 e 3.

Figura 8 - Sistema exemplo de 3 barras utilizado para a aplicação do controle de tensão por meio de transformador.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

O sistema em estudo é composto por três barramentos e dois circuitos de transmissão. Nessas condições, o método trabalhado juntamente com controle LTC pode ser expresso genericamente por:

$$[ST - FT(W)] = \left[ \frac{\partial FT(W)}{\partial W} \right] \cdot \Delta W,$$

onde o termo à esquerda representa o vetor de resíduos e o termo à direita corresponde ao produto da matriz Jacobiana pelo vetor de incrementos das variáveis de estado.



Para sistemas de pequeno porte, por sua vez, estudos já existentes indicam que não são observadas diferenças significativas nos tempos de processamento entre as abordagens.

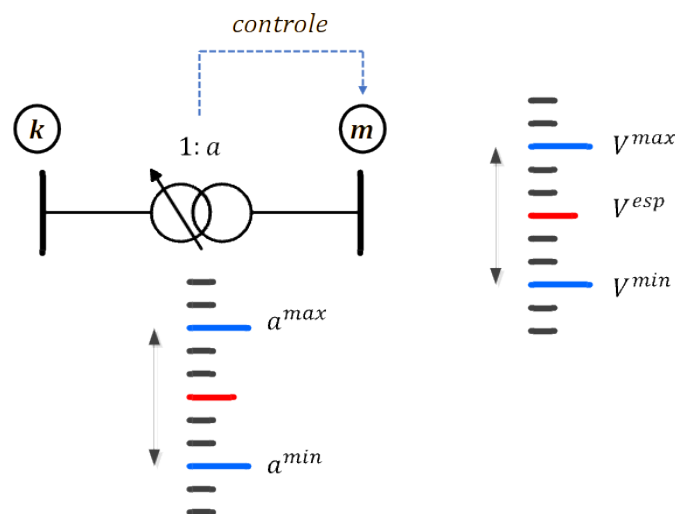
No presente trabalho, a inserção do controle de tensão por meio do transformador LTC não altera a estrutura fundamental do equacionamento do método, uma vez que apenas adiciona novas variáveis de estado e equações, preservando o padrão de esparsidade e a baixa complexidade trigonométrica da Jacobiana. Dessa forma, espera-se que as vantagens computacionais observadas para o LWPF convencional sejam mantidas também na presença do controle LTC.

#### 5.1.4 Tratamento dos Limites Operacionais e da Lógica de Backoff

Transformadores do tipo LTC podem ajustar seu *tap* para controlar a tensão em uma barra pré-especificada. Entretanto, como mencionado anteriormente, existe um limite físico para essa variação. Geralmente, o valor do *tap* situa-se entre 10% e 15% do valor nominal. Quando o sistema demanda uma variação superior a esse intervalo, ocorre uma violação dos limites operacionais do equipamento.

Nesses casos, o procedimento padrão consiste em fixar o *tap* no limite atingido (mínimo ou máximo). Conseqüentemente, a barra controlada que anteriormente era tratada como barra PQV retorna ao tipo PQ, deixando de realizar o controle de tensão (Passos Filho, 2000). Dessa forma, o transformador passa a ser tratado como um transformador de *tap* fixo. O funcionamento desse mecanismo é detalhado com o auxílio da Figura 9.

Figura 9 - Princípio de operação do transformador LTC.



Fonte: Elaborado por Prof. João Alberto Passos Filho, D. Sc.

Para esta análise, assume-se que o transformador LTC instalado entre os bar-

ramentos  $k$  e  $m$  é responsável pelo controle da tensão na barra  $m$ . O ajuste do *tap* é realizado dentro de uma faixa operacional definida por seus limites físico-construtivos, representados pelos valores máximo e mínimo,  $a^{\max}$  e  $a^{\min}$ , respectivamente. Dessa forma, o valor efetivamente aplicado ao *tap* é determinado conforme a relação:

$$a = \begin{cases} a^{\max}, & \text{se } a > a^{\max} \\ a^{\min}, & \text{se } a < a^{\min} \\ a, & \text{se } a^{\min} \leq a \leq a^{\max} \end{cases} .$$

Nas duas primeiras situações, o controle de tensão é interrompido devido à violação dos limites operacionais do LTC, de modo que o *tap* é fixado em seu valor máximo ou mínimo. Já na terceira situação, como não há violação, o controle permanece ativo.

Entretanto, a remoção do controle pode ocorrer de forma prematura, o que é indesejável, pois compromete a estabilidade e a precisão do processo de solução. Para evitar esse comportamento, torna-se necessário estabelecer um critério para a ativação deste controle. Esse critério pode ser baseado em um número mínimo de iterações ou em um fator multiplicativo aplicado à tolerância de convergência especificada para o sistema. Este último método permite que o controle seja integrado apenas quando o processo iterativo já se encontra próximo da convergência, reduzindo a probabilidade de desativação indevida do controle do LTC.

Para a análise do comportamento do LTC, serão considerados dois cenários, correspondentes ao *tap* do transformador operar abaixo ou acima de seu valor nominal.

**Caso 1:**  $a_{km} < 1,0$ .

Quando o *tap* está abaixo do valor nominal, os coeficientes  $A$ ,  $B$  e  $C$  do modelo  $\pi$  do transformador assumem sinais específicos. Relembrando as expressões:

$$A = a \cdot y_{km},$$

$$B = a(a - 1) y_{km},$$

$$C = (1 - a) y_{km}.$$

Como  $0 < a < 1$ , tem-se:

$$A > 0, \quad B < 0, \quad C > 0.$$

Sendo assim, no **Caso 1** ( $a_{km} < 1,0$ ), os elementos  $A$  e  $C$  apresentam característica indutiva, contribuindo para a redução da tensão em  $V_m$ . Já o termo  $B$ , por ser negativo, possui característica capacitiva, tendendo a elevar a tensão em  $V_k$ .

**Caso 2:**  $a_{km} > 1,0$ .

Para valores de *tap* acima do nominal, os coeficientes assumem os seguintes sinais:

$$A > 0, \quad B > 0, \quad C < 0.$$

Nesse cenário, os elementos *A* e *B* apresentam comportamento indutivo, contribuindo para a redução da tensão em  $V_k$ . Por outro lado, o termo *C*, por ser negativo, assume característica capacitiva, tendendo a elevar o valor de  $V_m$ .

Com essa análise, torna-se possível determinar o sinal do erro de tensão da barra controlada. No **Caso 1** ( $a_{km} < 1,0$ ), o desvio de tensão é negativo, ou seja,

$$\Delta V_m < 0.$$

Já no **Caso 2** ( $a_{km} > 1,0$ ), o desvio torna-se positivo:

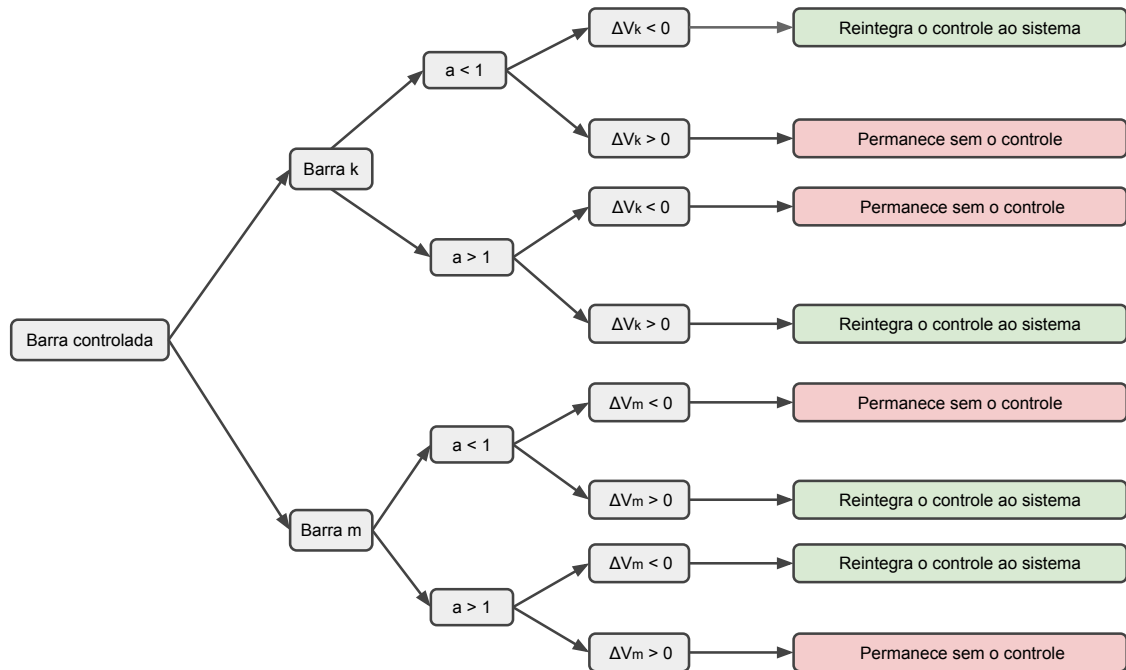
$$\Delta V_m > 0.$$

Caso a barra controlada seja a própria barra *k*, o sinal do resíduo associado ao controle será exatamente o oposto daquele obtido para o controle sobre a barra *m* em cada situação de *tap*.

Para barras controladas remotas, sua classificação segue a posição física da conexão do transformador: se a barra remota estiver conectada pelo lado da barra *k*, ela será tratada como barra *k*; se estiver conectada pelo lado da barra *m*, será tratada como barra *m*.

Para a reintegração do controle via LTC, a variação da tensão na barra controlada deve ser continuamente monitorada. De forma resumida, a lógica utilizada para essa decisão está representada na Figura 10. Essa análise permite identificar o instante adequado para reintegrar o controle ao processo iterativo na presença de violação dos limites de *tap*. Para garantir que o LTC volte a atuar apenas sob condições apropriadas, monitora-se a variação da tensão na barra controlada como gatilho de reativação.

Figura 10 - Sistema de backoff para o LTC.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

### 5.1.5 Considerações Finais da Seção

A Seção 5.1, dedicada ao controle de tensão via LTC, apresentou a teoria do LTC e demonstrou que a relação de transformação do dispositivo não se altera com a inversão do sentido das correntes, além de evidenciar que os coeficientes do modelo do transformador permanecem inalterados. Em seguida, foi detalhado o modelo de implementação do controle LTC, desenvolvido por Passos Filho (2000), incluindo as modificações no equacionamento do LWPF necessárias para incorporar esse controle. O equacionamento e suas derivadas foram explicitados, e com o objetivo de visualizar a disposição da Jacobiana e facilitar a compreensão do método, foi apresentado um exemplo ilustrativo. Além disso, foi abordada a similaridade com o fluxograma do LWPF, detalhando a diferença para a implementação do controle de tensão via LTC ao método de cálculo de fluxo de potência LWPF.

O LWPF difere do método tradicional por não depender da matriz de admitâncias, além de apresentar uma Jacobiana maior em dimensão, mas com menor número de termos trigonométricos, o que representa ganho computacional, especialmente em sistemas de grande porte. Com a inserção do LTC, essa característica se mantém. Observa-se que a linha de derivadas adicionada à Jacobiana não sofre alterações significativas; entretanto, ao comparar com o método tradicional, a adição de uma coluna relacionada a um LTC

implica quatro derivadas com termos trigonométricos, enquanto no LWPF apenas duas são adicionadas. Essa diferença torna-se mais relevante à medida que o número de LTCs no sistema aumenta, refletindo diretamente no tempo computacional.

Portanto, uma das principais vantagens do LWPF que é a redução de termos trigonométricos é reforçada com a implementação do controle LTC. Os resultados dessa implementação serão apresentados no Capítulo de Resultados.

## 5.2 TRATAMENTO DE LIMITES DE GERAÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA

A potência reativa desempenha um papel fundamental na estabilidade dos SEP, uma vez que sua injeção ou absorção na rede permite o controle dos níveis de tensão. Em estudos de fluxo de carga, as magnitudes de geração e consumo de reativos são determinadas para satisfazer os requisitos técnicos e garantir a conformidade com as condições operativas estabelecidas.

A relevância do cálculo do fluxo de potência reside na sua capacidade de representar fidedignamente o comportamento do sistema analisado. No entanto, geradores reais possuem limitações físicas, descritas por suas curvas de capacidade, que restringem a capacidade de fornecer ou absorver potência reativa. Conseqüentemente, para que os resultados das simulações reflitam a realidade operativa, é imprescindível o tratamento rigoroso desses limites, assegurando que o modelo computacional não extrapole a capacidade nominal das máquinas síncronas.

As barras de geração são consideradas, neste trabalho, como barras do tipo PV, nas quais a potência ativa e a magnitude da tensão são especificadas, enquanto a potência reativa gerada pode variar livremente durante o processo de solução do fluxo de potência. No entanto, do ponto de vista físico e operacional, a potência reativa gerada por cada gerador é limitada a valores mínimo e máximo, denotados, respectivamente, por  $Q_g^{\min}$  e  $Q_g^{\max}$  (PONTES, 2018).

Dessa forma, esta seção apresenta o procedimento adotado para o tratamento das situações em que a potência reativa gerada ( $Q_g$ ) ultrapassa o limite máximo permitido ou se encontra abaixo do limite mínimo estabelecido. Tal tratamento é fundamental para garantir que a solução do fluxo de potência respeite as restrições operacionais dos geradores e represente de maneira fidedigna a operação real do SEP.

Quando a potência reativa gerada encontra-se fora dos limites operacionais estabelecidos, o procedimento adotado consiste na modificação do tipo de barra, passando de PV para PQ. Nessa condição, a potência reativa é fixada no valor limite admissível, de forma a evitar a violação das restrições do gerador. Assim, caso o valor calculado de potência reativa seja superior a  $Q_g^{\max}$ , este é fixado em  $Q_g^{\max}$ ; analogamente, se o valor for inferior a  $Q_g^{\min}$ , a potência reativa é fixada em  $Q_g^{\min}$ . Esse procedimento é descrito na Tabela 3

(OLIVEIRA, 2024; Passos Filho, 2000).

Após a alteração do tipo de barra e a fixação da potência reativa, o sistema é novamente resolvido. Ao final de cada iteração, realiza-se a verificação da ocorrência de violação dos limites de geração de potência reativa em outros geradores, bem como a análise da possibilidade de o gerador anteriormente limitado retornar ao seu tipo original de barra. Essa retomada ocorre quando a potência reativa calculada encontra-se novamente dentro dos limites operacionais, permitindo que seu valor volte a variar livremente durante o processo iterativo.

Tabela 3 – Tratamento dos limites de geração de potência reativa.

Condição	Diagnóstico	Ação Adotada
$Q_g^{\min} \leq Q_g \leq Q_g^{\max}$	Gerador dentro dos limites	$Q_g$ pode variar
$Q_g < Q_g^{\min}$	Violação do limite inferior	Barra PV $\rightarrow$ PQ, fixa $Q_g = Q_g^{\min}$
$Q_g > Q_g^{\max}$	Violação do limite superior	Barra PV $\rightarrow$ PQ, fixa $Q_g = Q_g^{\max}$

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Para o procedimento de verificação da possibilidade de retorno da barra ao seu tipo original, faz-se necessária a análise da magnitude da tensão obtida ao final de cada iteração e de seu valor especificado. Quando uma barra originalmente do tipo PV é convertida em barra PQ em função da violação dos limites de potência reativa, o retorno ao tipo PV ocorre apenas sob condições específicas, dependendo do limite violado.

No caso de violação do limite superior de potência reativa, a barra retorna ao tipo PV somente quando a magnitude da tensão calculada satisfaz a condição  $V > V_{\text{esp}}$ . De forma análoga, quando ocorre violação do limite inferior, o retorno da barra ao tipo PV é permitido apenas se a magnitude da tensão calculada atender à condição  $V < V_{\text{esp}}$ . As condições para o retorno da barra ao seu tipo original são sintetizadas na Tabela 4 (Passos Filho, 2000; OLIVEIRA, 2024).

Tabela 4 – Condições para retorno da barra ao tipo PV após violação dos limites de potência reativa.

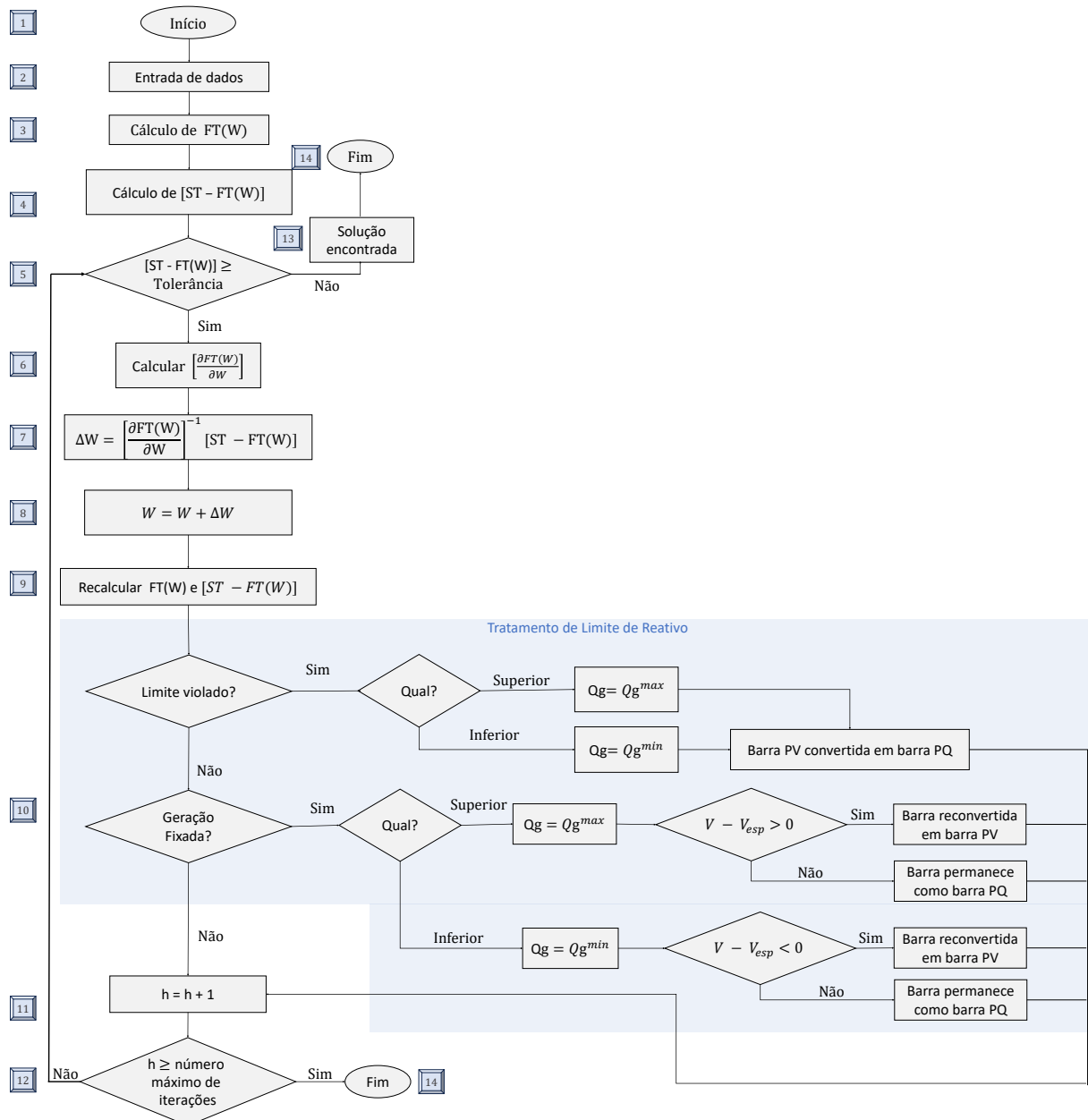
Situação	Condição	Ação Adotada
$Q_g = Q_g^{\max}$	$V - V_{\text{esp}} > 0$	Retorna ao tipo PV
	$V - V_{\text{esp}} < 0$	Permanece como barra PQ
$Q_g = Q_g^{\min}$	$V - V_{\text{esp}} > 0$	Permanece como barra PQ
	$V - V_{\text{esp}} < 0$	Retorna ao tipo PV

Fonte: Elaborada pela autora (2025).

O fluxograma apresentado a seguir descreve as etapas adotadas para a solução do

fluxo de potência LWPF com a inclusão do tratamento dos limites de potência reativa. Os blocos que compõem o fluxograma são, em sua maioria, semelhantes aos analisados na seção anterior, diferenciando-se apenas pela inclusão do Bloco 10, no qual é realizada a verificação de violação dos limites de potência reativa e, quando aplicável, a análise da possibilidade de retorno da barra ao seu tipo original.

Figura 11 - Fluxograma do LWPF com tratamento de limite de potência reativa.



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Ao final de cada iteração do processo iterativo, os valores de potência reativa que fluem em ambos os extremos das linhas são obtidos diretamente, sendo denotados por  $QF$

e  $QS$ . A partir desses valores, torna-se possível determinar as potências reativas geradas atualizadas em cada barra do sistema.

De acordo com a Equação (5.29), o vetor de potência reativa associada às barras é obtido por:

$$FQ = M \begin{bmatrix} QF \\ QS \end{bmatrix} + U \odot BS, \quad (5.29)$$

em que  $M$  é a matriz de incidência do sistema,  $U$  representa o vetor das magnitudes de tensão nodais ao quadrado e  $BS$  corresponde à susceptância shunt associada às linhas.

Além disso, o resíduo associado à potência reativa, correspondente ao termo  $\Delta Y$  da formulação, é expresso por:

$$\Delta Y_i = FQ_i + QG_i - QD_i, \quad (5.30)$$

em que  $QG_i$  e  $QD_i$  representam, respectivamente, as potências reativas gerada e demandada na barra  $i$ .

Dessa forma, a potência reativa gerada pode ser atualizada a partir da expressão:

$$QG_i = QD_i - FQ_i - \Delta Y_i, \quad (5.31)$$

permitindo a verificação dos limites operacionais de geração de potência reativa ao longo do processo iterativo.

Quanto ao procedimento de *backoff*, a obtenção do valor da magnitude da tensão torna-se direta, uma vez que a formulação do fluxo de potência LWPF fornece diretamente o vetor  $U$ . Assim, a magnitude da tensão na barra  $i$  pode ser obtida por meio da relação:

$$V_i = \sqrt{U_i}, \quad (5.32)$$

a qual é então comparada com o valor especificado  $V_i^{\text{esp}}$  para fins de verificação das condições de retorno da barra ao seu tipo original.

### 5.2.1 Considerações Finais da Seção

Nesta seção, foi apresentado o tratamento das limitações de geração de potência reativa em SEP, com o objetivo de garantir que os resultados do fluxo de potência representem de forma fidedigna a operação real do sistema. A metodologia adotada, baseada no LWPF, considera as barras geradoras como PV, permitindo que a potência reativa varie livremente, desde que respeitados os limites mínimo e máximo de cada gerador.

Quando a potência reativa calculada ultrapassa os limites operacionais, a barra é temporariamente convertida em PQ, fixando-se a potência reativa no valor limite violado. Esse procedimento assegura que as restrições físicas dos geradores não sejam violadas

durante o processo iterativo de solução do fluxo de potência. Além disso, foi abordado o mecanismo de *backoff*, pelo qual barras previamente limitadas podem retornar ao seu tipo original PV quando as condições de tensão permitem, liberando novamente a variação da potência reativa.

Dessa forma, o procedimento garante que o modelo computacional represente de maneira consistente a operação real do sistema, incorporando tanto as limitações físicas dos geradores quanto a dinâmica de ajuste da tensão nodal. A abordagem adotada contribui para a robustez e a confiabilidade das simulações de fluxo de potência com a metodologia em questão, refletindo com precisão as restrições operacionais de geração de potência reativa.

### 5.3 CONTROLE REMOTO DE TENSÃO

Nesta seção, será apresentado o controle de tensão em barras remotas do sistema elétrico, aplicado no contexto da metodologia LWPF. Inicialmente, discute-se a forma como o controle é implementado dentro dessa metodologia. Em seguida, a abordagem será sintetizada em um fluxograma, visando facilitar a compreensão rápida da estrutura de resolução do fluxo de potência com o controle em questão.

Posteriormente, será apresentado um exemplo teste simples, com o objetivo de ilustrar de maneira clara a estrutura resultante da matriz Jacobiana. Por fim, a seção será concluída com as principais observações obtidos nesta etapa.

#### 5.3.1 Modelagem do Controle Remoto de Tensão no Contexto do LWPF

Para atender aos valores especificados de tensão do sistema, existem diferentes estratégias para mitigar efeitos indesejáveis. Uma delas consiste em utilizar a potência reativa gerada em uma barra PV a fim de controlar a tensão em uma barra localizada remotamente. Este procedimento simples contribui para que o sistema opere dentro de valores aceitáveis de tensão, especialmente em barras críticas.

Esse processo é denominado CRT. Basicamente, a barra PV é convertida em uma barra  $P$ , liberando sua tensão, enquanto a barra  $PQ$ , que será controlada, torna-se uma barra  $PQV$ , com sua tensão especificada.

Sendo uma barra  $k$  convertida em barra do tipo P, enquanto a barra  $m$  será do tipo  $PQV$ , com tensão especificada. Seguindo a metodologia proposta por Passos Filho (2000), utilizando a potência reativa gerada como variável de estado, obtém-se o seguinte equacionamento:

$$V_m - V_m^{esp} = 0, \quad (5.33)$$

cujos resíduos é dado por:

$$\Delta y = \Delta V_m' = V_m^{esp} - V_m. \quad (5.34)$$

Para adequação ao LWPF, a equação de controle é formulada em termos do quadrado das tensões, resultando em:

$$U_m - U_m^{esp} = 0, \quad (5.35)$$

com resíduo:

$$\Delta y = \Delta U'_m = U_m^{esp} - U_m. \quad (5.36)$$

Em contrapartida, a variável de estado adicional, correspondente à potência reativa gerada na barra  $k$ , permanece inalterada em relação à metodologia original, sendo definida como:

$$\Delta x = \Delta Q_{G_K}. \quad (5.37)$$

O incremento desta variável de estado é dado por:

$$Q_{G_K}^{h+1} = Q_{G_K}^h + \Delta Q_{G_K}^h. \quad (5.38)$$

Embora a fundamentação tenha sido apresentada de forma escalar, a lógica estende-se para a formulação vetorial, na qual o subvetor de resíduos  $\Delta \mathbf{y}$  engloba os desvios de todas as barras sob controle, enquanto o subvetor de correções  $\Delta \mathbf{x}$  incorpora as variações das variáveis de estado necessárias para a regulação da tensão e o ajuste da potência reativa.

O novo vetor solução será  $\mathbf{W} = [\mathbf{PF} \ \mathbf{PS} \ \mathbf{QF} \ \mathbf{QS} \ \delta \ \mathbf{U} \ \mathbf{Q}_G]$ , enquanto o vetor de resíduos passa a incorporar  $\Delta y$ . A matriz Jacobiana reduzida resultante é expressa por:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{Q}_G} \\ \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{Q}_G} \\ \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{Q}_G} \\ \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{Q}_G} \\ \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{Q}_G} \\ \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{Q}_G} \\ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{Q}_G} \end{bmatrix}. \quad (5.39)$$

De forma simplificada, a Jacobiana mantém a estrutura  $(4 \cdot n_l + 2 \cdot n_b) \times (4 \cdot n_l + 2 \cdot n_b)$ , sendo acrescida apenas de linhas e colunas correspondentes ao número de barras com tensão controlada remotamente. Todas as derivadas adicionais são nulas, exceto:

$$\frac{\partial y}{\partial U_m} = -1, \quad \text{para barra do tipo PQV}, \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial FQ}{\partial Q_G} = -1, \quad \text{para barra do tipo P.} \quad (5.41)$$

Para cada barra controlada, adiciona-se uma linha e uma coluna à Jacobiana, com apenas dois termos não nulos, esperando-se então a ausência de impacto significativo no tempo computacional. Portanto, o CRT preserva a característica de alta esparsidade da metodologia estudada.

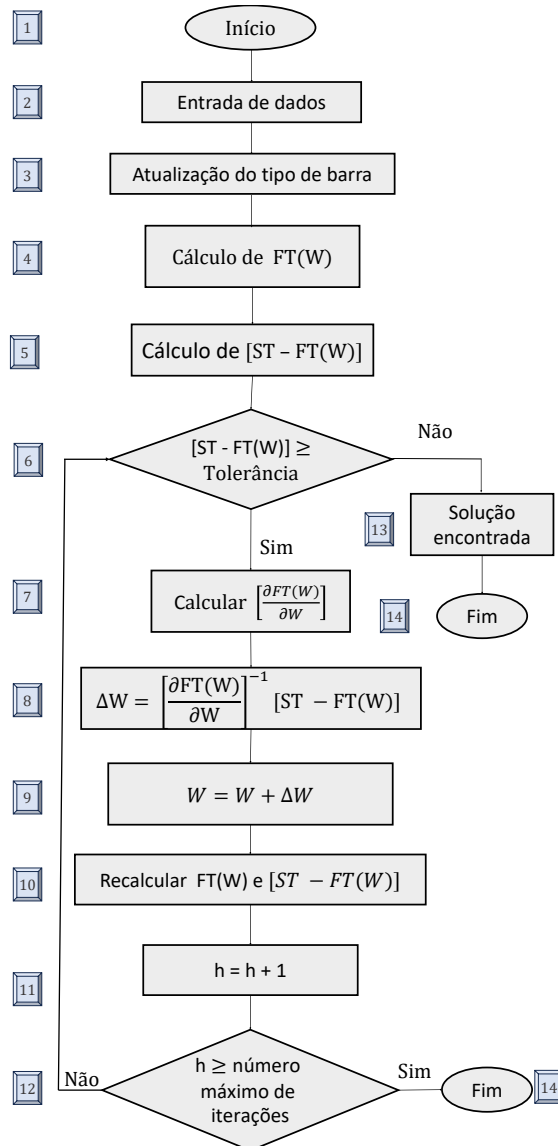
### 5.3.2 Fluxograma do Método LWPF com Controle Remoto de Tensão

Nesta subseção são apresentados, de forma sintetizada, os passos para a resolução do fluxo de potência por meio da metodologia LWPF com inclusão do CRT, com o objetivo de facilitar a visualização global do processo. Observa-se que a estrutura do fluxograma é, em essência, a mesma do fluxo de potência sem o controle em questão. A principal diferença reside na inserção de um bloco específico destinado à modificação do tipo de barra, necessária para a implementação do CRT. As demais alterações ocorrem internamente nos vetores e matrizes do problema, sem impactar a estrutura macro do processo de resolução do sistema.

O detalhamento dos blocos apresentados no fluxograma é descrito a seguir:

- **Bloco 1:** Início do processo de resolução do fluxo de potência utilizando o método LWPF com a inclusão do CRT;
- **Bloco 2:** Entrada dos dados do sistema, incluindo as tensões nos barramentos, os ângulos de fase, a topologia do sistema elétrico a ser analisado e a identificação das barras cujas tensões serão controladas remotamente;
- **Bloco 3:** Modificação do tipo de barra, sendo a barra de controle definida como do tipo P e a barra controlada como do tipo PQV;
- **Bloco 4:** Cálculo das equações lineares que representam o modelo do sistema, a partir dos dados de entrada;
- **Bloco 5:** Determinação do vetor de resíduos do sistema, definido como  $[ST - FT(W)]$ ;
- **Bloco 6:** Verificação do vetor de resíduos, a fim de avaliar se os valores obtidos ultrapassam a tolerância previamente estabelecida. Este bloco conduz a duas situações possíveis:
  - **Bloco 13:** Caso nenhum valor exceda a tolerância, considera-se que o fluxo de potência foi solucionado, seguindo para o encerramento do processo iterativo;

Figura 12 - Fluxograma do método LWPF com controle remoto de tensão.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

- **Bloco 7:** Caso pelo menos um valor esteja fora da tolerância, o processo segue para a próxima etapa iterativa. Realizando o cálculo da matriz Jacobiana do sistema. Com a inclusão do CRT, a Jacobiana é expandida, incorporando uma linha e uma coluna adicionais para cada barra controlada, em relação à Jacobiana convencional do método LWPF;
- **Bloco 8:** Cálculo do vetor de incrementos da solução, obtido a partir do produto do inverso da matriz Jacobiana pelo vetor de resíduos do sistema;
- **Bloco 9:** Atualização do vetor solução, resultando em novos valores para os fluxos

de potência, ângulos de fase, tensões nos barramentos e potência reativa gerada na barra de controle;

- **Bloco 10:** Recalcular as equações do sistema e do vetor de resíduos, utilizando os valores atualizados do vetor solução;
- **Bloco 11:** Incremento do contador de iterações  $h$ ;
- **Bloco 12:** Verificação do número máximo de iterações permitido:
  - Caso não tenha sido atingido, o processo retorna ao Bloco 6;
  - Caso tenha sido atingido, o processo segue para o Bloco 14, sendo encerrado sem a obtenção de convergência;
- **Bloco 13:** Indicação de que o sistema convergiu e que o fluxo de potência foi solucionado com sucesso;
- **Bloco 14:** Finalização do processo iterativo, seja com a solução convergente encontrada ou em função do atingimento do número máximo de iterações, conforme indicado nos blocos anteriores.

Observa-se que não há alterações estruturais significativas na metodologia ao se inserir o CRT, de modo que o controle se integra de forma direta e eficiente ao método LWPF para a solução do fluxo de potência. Na próxima subseção, será apresentado um exemplo ilustrativo com o objetivo de demonstrar a estrutura da matriz Jacobiana resultante da inclusão do CRT.

### 5.3.2.1 Exemplo Ilustrativo

Para ilustrar a aplicação do CRT, considera-se um sistema de 4 barras e 3 linhas. Neste exemplo, a barra 2 é convertida de barra PV para barra P, enquanto a barra 4 terá sua tensão especificada e passará do tipo PQ para PQV, conforme mostrado na Figura 13.

A equação de controle associada à barra 4 é dada por:

$$\Delta y = U_4^{esp} - U_4, \quad (5.42)$$

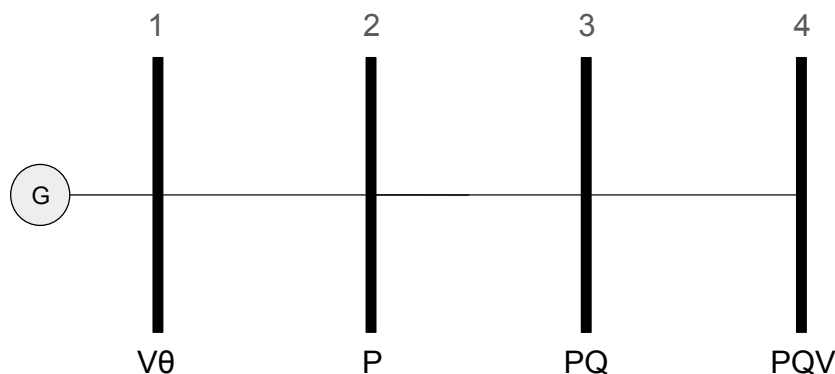
enquanto a variável de estado adicional correspondente à barra 2 é:

$$\Delta Q_{G_2}. \quad (5.43)$$

O sistema a ser resolvido pode ser representado de forma matricial como:

$$[\mathbf{ST} - \mathbf{FT}(\mathbf{W})] = \left[ \frac{\partial \mathbf{FT}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \right] \cdot \Delta \mathbf{W}, \quad (5.44)$$

Figura 13 - Esquema para o exemplo ilustrativo para controle remoto de tensão.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

ou, de forma equivalente:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta FF(W) \\ \Delta FS(W) \\ \Delta FA(W) \\ \Delta FB(W) \\ \Delta FP(W) \\ \Delta FQ(W) \\ \Delta y \end{bmatrix}}_{\text{Variações das equações}} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & C1_{crt} \\ J_{21} & J_{22} & C2_{crt} \\ L1_{crt} & L2_{crt} & L3_{crt} \end{bmatrix}}_{\text{Submatrizes da Jacobiana}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta PF \\ \Delta PS \\ \Delta QF \\ \Delta QS \\ \Delta \delta \\ \Delta U \\ \Delta Q_G \end{bmatrix}}_{\text{Variações das variáveis de estado}}$$

Nesse exemplo, a Jacobiana apresenta dimensão  $(4 \cdot n_l + 2 \cdot n_b + N_{crt}) \times (4 \cdot n_l + 2 \cdot n_b + N_{crt})$ , que corresponde a  $21 \times 21$  para o sistema considerado.

As submatrizes da Jacobiana possuem o seguinte significado:

- $J_{11}$ : derivadas das equações  $\{FF, FS, FA, FB\}$  em relação aos fluxos nas linhas;
- $J_{12}$ : derivadas das equações  $\{FF, FS, FA, FB\}$  em relação aos ângulos e quadrado das tensões;
- $J_{21}$ : derivadas das equações de balanço de potência ativa e reativa ( $FP$  e  $FQ$ ) em relação aos fluxos nas linhas;
- $J_{22}$ : derivadas de  $FP$  e  $FQ$  em relação aos ângulos e quadrado das tensões;
- $L1_{crt}, L2_{crt}, L3_{crt}$ : derivadas da equação adicional  $\Delta y$ , introduzida pelo CRT, em relação aos fluxos, ângulos, quadrado das tensões e à variável de controle  $Q_G$ ;
- $C1_{crt}, C2_{crt}$ : derivadas do sistema de equações em relação a  $Q_G$ .

A submatriz  $\mathbf{J}_{11}$  contém as derivadas das equações  $\mathbf{FF}(\mathbf{W})$ ,  $\mathbf{FS}(\mathbf{W})$ ,  $\mathbf{FA}(\mathbf{W})$ ,  $\mathbf{FB}(\mathbf{W})$  em relação aos fluxos nas linhas. Sua dimensão é  $(4 \cdot n_l \times 4 \cdot n_l)$  e caracteriza-se por uma estrutura altamente esparsa, na qual a maioria dos termos é nula. Importante destacar que esta submatriz não sofre alterações em relação à Jacobiana original do sistema, ou seja, não é impactada pela inserção do CRT.

$$\mathbf{J}_{11} = \begin{bmatrix} \frac{\partial FF_{1-2}}{\partial PF_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{1-2}}{\partial QF_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial FF_{2-3}}{\partial PF_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{2-3}}{\partial QF_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial FF_{3-4}}{\partial PF_{3-4}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{3-4}}{\partial QF_{3-4}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{1-2}}{\partial PS_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{1-2}}{\partial QS_{1-2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{2-3}}{\partial PS_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{2-3}}{\partial QS_{2-3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{3-4}}{\partial PS_{3-4}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{3-4}}{\partial QS_{3-4}} \\ \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial PF_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial QF_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial PF_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial QF_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial FA_{3-4}}{\partial PF_{3-4}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{3-4}}{\partial QF_{3-4}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial PS_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial QS_{1-2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial PS_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial QS_{2-3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{3-4}}{\partial PS_{3-4}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{3-4}}{\partial QS_{3-4}} \end{bmatrix}$$

A submatriz  $\mathbf{J}_{12}$  possui dimensão  $(4 \cdot n_l \times 2 \cdot n_b)$  e, assim como a submatriz  $\mathbf{J}_{11}$ , não sofre alterações em relação à Jacobiana original do sistema. Sua estrutura é predominantemente esparsa, apresentando a maioria dos termos nulos.

$$\mathbf{J}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{1-2}}{\partial U_1} & \frac{\partial FF_{1-2}}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{2-3}}{\partial U_2} & \frac{\partial FF_{2-3}}{\partial U_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{3-4}}{\partial U_3} & \frac{\partial FF_{3-4}}{\partial U_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{1-2}}{\partial U_1} & \frac{\partial FS_{1-2}}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{2-3}}{\partial U_2} & \frac{\partial FS_{2-3}}{\partial U_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{3-4}}{\partial U_3} & \frac{\partial FS_{3-4}}{\partial U_4} \\ \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial U_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial FA_{3-4}}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{3-4}}{\partial U_3} & 0 \\ \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial U_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{3-4}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{3-4}}{\partial U_4} \end{bmatrix}$$

A submatriz  $\mathbf{J}_{21}$  possui dimensão  $(2 \cdot n_b \times 4 \cdot n_l)$  e é formada por elementos iguais a zero ou um, dependendo exclusivamente da topologia do sistema. Assim como as submatrizes anteriores,  $\mathbf{J}_{21}$  não sofre alterações devido à inserção do CRT.

$$\mathbf{J}_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por fim, a submatriz  $\mathbf{J}_{22}$  é a última que não sofre alterações devido à inserção do CRT, mantendo-se idêntica àquela do sistema sem controle. Sua dimensão é  $(2 \cdot n_b \times 2 \cdot n_b)$ , sendo que apenas 8 de seus 64 elementos são diferentes de zero.

$$\mathbf{J}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FP_1}{\partial U_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FP_2}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FP_3}{\partial U_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FP_4}{\partial U_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FQ_1}{\partial U_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FQ_2}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FQ_3}{\partial U_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FQ_4}{\partial U_4} \end{bmatrix}$$

As submatrizes  $\mathbf{L1}_{crt}$ ,  $\mathbf{L2}_{crt}$  e  $\mathbf{L3}_{crt}$  estão associadas ao vetor de equações adicionais  $\Delta \mathbf{y}$ , introduzida pelo CRT. Dentre elas, apenas um único elemento da submatriz  $\mathbf{L2}_{crt}$ , correspondente à derivada  $\frac{\partial y}{\partial U_4}$ , é diferente de zero, evidenciando que a inserção da equação de controle adiciona uma linha altamente esparsa à Jacobiana.

$$\mathbf{L1}_{crt} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\mathbf{L2}_{crt} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{\partial y}{\partial U_4}]$$

$$\mathbf{L3}_{crt} = [0]$$

As submatrizes  $\mathbf{C1}_{crt}$  e  $\mathbf{C2}_{crt}$  correspondem às colunas adicionais da Jacobiana associadas à variável de controle  $Q_{G_2}$ . Observa-se que a submatriz  $\mathbf{C1}_{crt}$  é composta



são descritas as equações que regem o controle, incluindo a definição da variável de estado, do resíduo associado e as modificações introduzidas na matriz Jacobiana do método.

#### 5.4.1 Modelagem do CSC no Contexto do LWPF

Conforme discutido anteriormente, as estratégias de controle em SEP visam à regulação de variáveis específicas, de modo a garantir a operabilidade da rede. A partir deste ponto, passam a ser abordadas estratégias de controle baseadas em dispositivos CSC, também referida na literatura como TCSC. Esse dispositivo destaca-se pela eficácia na mitigação de sobrecargas em linhas de transmissão (Shanmukha Sundar; RAVIKUMAR, 2012) e pelo aumento da capacidade de transferência de potência, embora em determinados cenários de operação, possa impor restrições às margens de estabilidade transitória (ACHA et al., 2004).

Os TCSCs permitem variar a reatância equivalente (comprimento elétrico) da linha de transmissão, possibilitando uma regulação rápida do fluxo de potência ativa (ACHA et al., 2004). No contexto deste trabalho, o CSC é empregado para atuar no controle do fluxo de potência em uma das extremidades da linha na qual o dispositivo se encontra instalado, de modo a manter a potência ativa em um valor de referência previamente especificado. A implementação do controle fundamenta-se na metodologia proposta por Passos Filho (2000), sendo, entretanto, adaptada ao formalismo do método desenvolvido ao longo desta dissertação.

O fluxo de potência ativa que circula entre os barramentos  $k$  e  $m$  de uma linha de transmissão pode ser descrito, em sua forma clássica, como:

$$P_{km} = \frac{V_k V_m}{x_{km}} \sin(\delta_k - \delta_m), \quad (5.45)$$

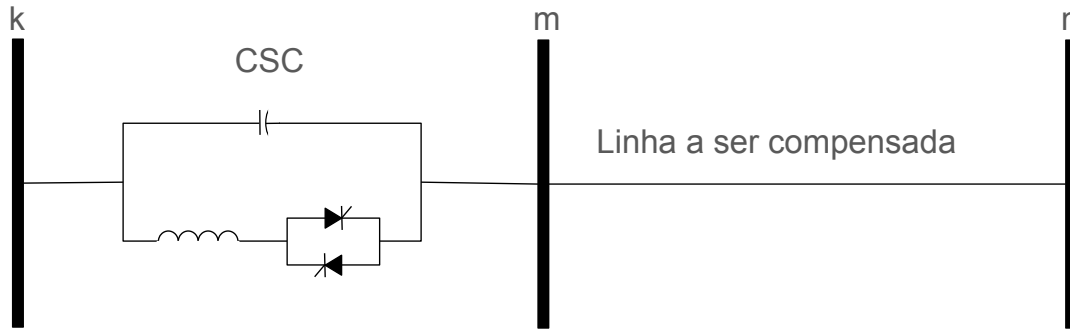
onde  $V_k$  e  $V_m$  representam as magnitudes das tensões terminais,  $x_{km}$  corresponde à reatância série da linha e  $\delta_k, \delta_m$  são os respectivos ângulos de fase. A modificação da reatância série destaca-se como a abordagem mais adequada para o controle direto do fluxo, uma vez que atua localmente no ramo compensado, sem a necessidade de intervenções globais no perfil de tensões do sistema.

Estruturalmente, o CSC é constituído por um banco de capacitores associado em paralelo a um *Thyristor Controlled Reactor* (TCR), conforme ilustrado na Figura 14. Do ponto de vista do sistema elétrico, essa associação é percebida como uma reatância série equivalente variável, cuja magnitude pode ser ajustada de forma contínua para atender aos objetivos de controle do fluxo de potência ativa.

Para a integração ao método LWPF, o resíduo do controle de potência ativa é definido pela diferença entre o valor especificado e o calculado:

$$\Delta Y = \Delta P_{km} = P_{km}^{esp} - P_{km}^{cal}. \quad (5.46)$$

Figura 14 - Estrutura geral do controle por compensação série.



Fonte: Adaptada de Passos Filho (2000).

Em contraste com a formulação original proposta por Passos Filho (2000), na qual a susceptância *shunt* equivalente ( $b_{km}$ ) é considerada como variável de estado, neste trabalho adota-se a reatância série equivalente  $X_{km}$  como variável de controle. Essa escolha permite uma representação mais direta do efeito do CSC sobre o fluxo de potência ativa e contribui para a simplificação do equacionamento no contexto do LWPF. O incremento da variável de controle é definido por:

$$\Delta x = \Delta X_{km}. \quad (5.47)$$

Dessa forma, a variável de estado associada ao CSC é atualizada iterativamente de acordo com:

$$X_{km}^{h+1} = X_{km}^h + \Delta X_{km}^h. \quad (5.48)$$

Devido às convenções de sinais do LWPF, o fluxo calculado relaciona-se às variáveis do programa de fluxo de potência conforme:

$$P_{km}^{cal} = -PF. \quad (5.49)$$

Como consequência, o resíduo associado ao controle de potência ativa pode ser reescrito como:

$$\Delta y = P_{km}^{esp} + PF. \quad (5.50)$$

Em decorrência da introdução dessa nova variável de estado, a matriz Jacobiana do sistema deve ser expandida de modo a incorporar as derivadas parciais das funções de desbalanço em relação a  $X$ . Dessa forma, a estrutura da Jacobiana passa a assumir a

seguinte forma:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FF}}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FS}}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FA}}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FB}}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FP}}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{FQ}}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{PF}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{PS}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{QF}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{QS}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \delta} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}} \end{bmatrix}. \quad (5.51)$$

De maneira análoga aos controles apresentados anteriormente, a fundamentação teórica do CSC, embora descrita de forma escalar, expande-se para a representação vetorial do problema. Nesse contexto, a dimensão dos subvetores de resíduos  $\Delta \mathbf{y}$  e de correções  $\Delta \mathbf{x}$  é definida pelo número de dispositivos CSC ( $n_{csc}$ ) presentes no sistema. As derivadas parciais associadas especificamente à variável de controle  $X$ , que representa a reatância série equivalente introduzida pelo CSC, são expressas por:

$$\frac{\partial \mathbf{FF}_l}{\partial X} = 2(QF_l \cdot U_k) + 2(PF_l^2 + QF_l^2)X_{csc}, \quad (5.52)$$

$$\frac{\partial \mathbf{FS}_l}{\partial X} = 2(QS_l \cdot U_m) + 2(PS_l^2 + QS_l^2)X_{csc}, \quad (5.53)$$

$$\frac{\partial \mathbf{FA}_l}{\partial X} = QF_l \cdot \tan(\delta_m - \delta_k) - PF_l, \quad (5.54)$$

$$\frac{\partial \mathbf{FB}_l}{\partial X} = QS_l \cdot \tan(\delta_k - \delta_m) - PS_l. \quad (5.55)$$

Adicionalmente, deve-se considerar a contribuição da função de resíduo  $y$  associada ao controle do fluxo de potência ativa. Quando o controle é realizado no barramento de origem da linha, a derivada parcial do resíduo em relação à variável correspondente é dada por:

$$\frac{\partial y}{\partial PF} = -1. \quad (5.56)$$

De modo análogo, caso o controle seja realizado no barramento de destino, obtém-se:

$$\frac{\partial y}{\partial PS} = -1. \quad (5.57)$$

Com a introdução da nova variável de estado, é necessário garantir que a reatância equivalente do CSC permaneça dentro dos limites físicos aceitáveis durante o processo iterativo do fluxo de potência. Especificamente,  $X$  possui limites mínimo e máximo ( $X_{\min}$  e  $X_{\max}$ ), e a iteração pode gerar valores fora desse intervalo. Para evitar tais violações, aplica-se a regra resumida na Tabela 5.

Tabela 5 – Verificação e ajuste da reatância equivalente do CSC durante a iteração do fluxo de potência.

Condição do Valor de $X$	Ação Aplicada
$X_{\min} \leq X \leq X_{\max}$	$X$ livre
$X < X_{\min}$	$X = X_{\min}$
$X > X_{\max}$	$X = X_{\max}$

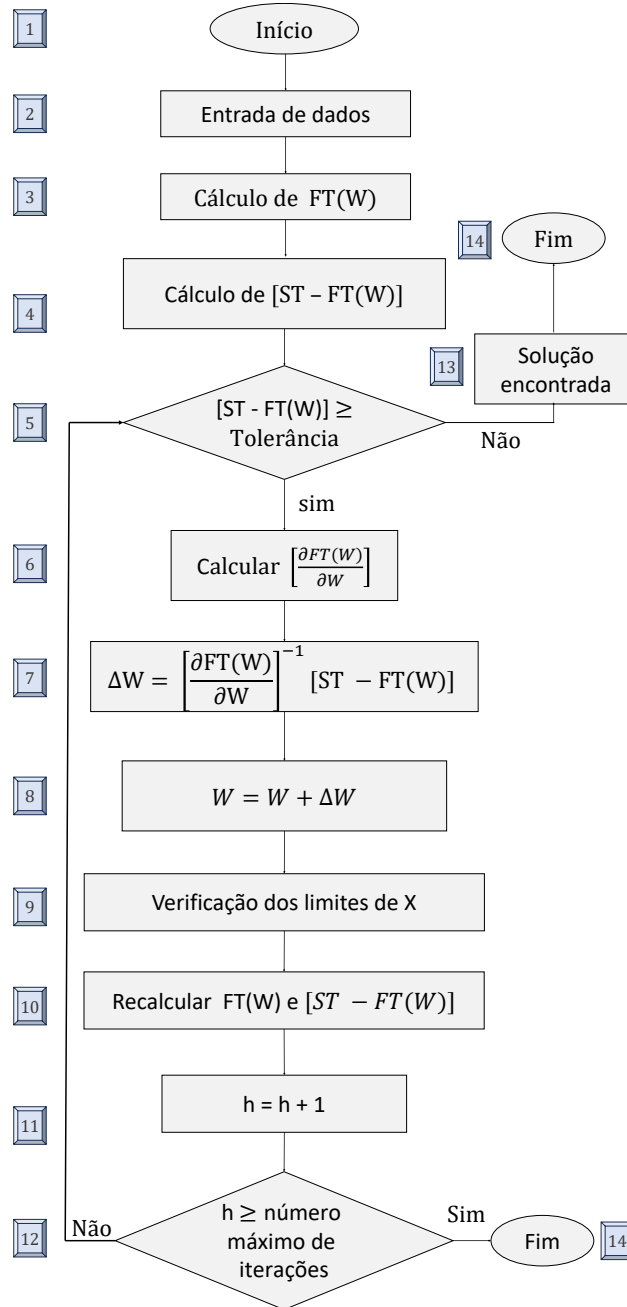
Fonte: Elaborada pela autora (2026).

#### 5.4.2 Fluxograma do Método LWPF com Controle CSC

Nesta subseção, apresenta-se o passo a passo da implementação do controle de fluxo de potência ativa via CSC, conforme ilustrado no fluxograma da Figura 15. Cada bloco do procedimento representa uma etapa específica do algoritmo, sendo descrito de forma concisa para facilitar sua compreensão e possibilitar a implementação prática do método.

- **Bloco 1:** Início do processo de resolução do fluxo de potência utilizando o método LWPF com inclusão do CSC;
- **Bloco 2:** Entrada dos dados do sistema, incluindo tensões nos barramentos, ângulos de fase e a topologia do sistema elétrico a ser analisado;
- **Bloco 3:** Cálculo do conjunto de equações lineares que representam o modelo do sistema, a partir dos dados de entrada;
- **Bloco 4:** Determinação do resíduo do sistema, definido como  $[ST - FT(W)]$ ;
- **Bloco 5:** Verificação do vetor de resíduos do sistema, incluindo a potência ativa na linha controlada pelo CSC, para identificar se algum valor ultrapassa a tolerância pré-estabelecida. Este bloco conduz a duas possíveis situações:
  - **Bloco 13:** Se nenhum valor exceder a tolerância, o fluxo de potência foi resolvido, seguindo para o Bloco 13 e encerrando o processo iterativo;
  - **Bloco 6:** Se pelo menos um valor estiver fora da tolerância, o processo segue para este bloco;
- **Bloco 6:** Cálculo da matriz Jacobiana do sistema. Com a presença do CSC, a matriz é expandida para incluir uma linha e coluna adicionais correspondentes à variável de estado do dispositivo, em comparação à Jacobiana tradicional do LWPF;
- **Bloco 7:** Cálculo do vetor de incrementos da solução, obtido pelo produto do inverso da matriz Jacobiana pelo vetor de resíduos do sistema;

Figura 15 - Fluxograma do fluxo por linha com a inserção do controle CSC.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

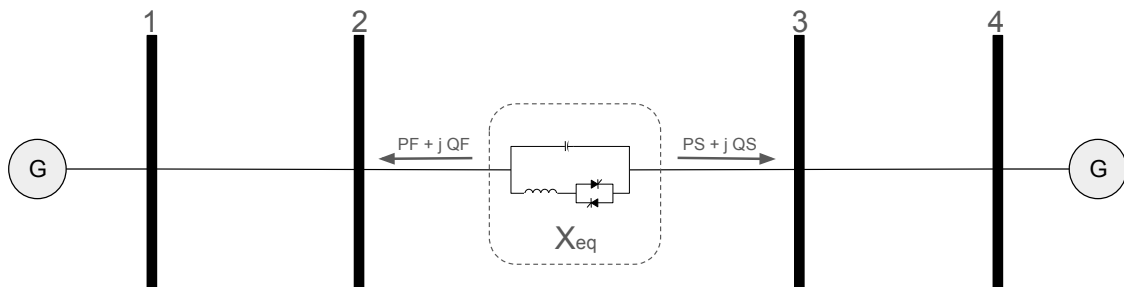
- **Bloco 8:** Atualização do vetor de solução, resultando em novos valores para fluxos de potência, ângulos de fase, tensões nos barramentos e reatância do CSC;
- **Bloco 9:** Verificação dos limites físicos da reatância do CSC. Caso o valor calculado ultrapasse os limites máximo ou mínimo, o valor é ajustado para permanecer dentro dos limites aceitáveis;

- **Bloco 10:** Recalcula as equações do sistema e o vetor de resíduos, utilizando os valores atualizados do vetor solução;
- **Bloco 11:** Incremento do contador de iterações  $h$ ;
- **Bloco 12:** Verificação do número máximo de iterações permitido:
  - Se não atingido, o fluxo retorna ao Bloco 5;
  - Se atingido, o processo segue diretamente para o Bloco 14, encerrando o processo e sem solução para o sistema;
- **Bloco 13:** Indica que o sistema convergiu e que o fluxo de potência foi solucionado com sucesso;
- **Bloco 14:** Finaliza o processo iterativo, seja com a solução encontrada ou após atingir o número máximo de iterações, caso a convergência não tenha sido obtida.

#### 5.4.2.1 Exemplo Ilustrativo

Para fins ilustrativos, considera-se um sistema-teste composto por quatro barramentos e três linhas de transmissão. O barramento 1 é definido como a barra de referência (slack), enquanto o barramento 4 é do tipo PV. O dispositivo CSC está alocado na linha que conecta os barramentos 2 e 3, com o objetivo de regular o fluxo de potência ativa a partir do terminal de origem (barramento 2). Portanto, a variável controlada é o fluxo de potência ativa  $PF_{2-3}$ .

Figura 16 - Esquema de sistema com CSC.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Como se assume ausência de perdas de potência ativa na linha em questão, os fluxos de potência ativa nos dois extremos da linha apresentam a mesma magnitude, isto é,  $|PF_{2-3}| = |PS_{2-3}|$ . Consequentemente, o fluxo de potência ativa na linha compensada (ramo entre os barramentos 3 e 4),  $PF_{3-4}$ , será numericamente igual a  $PF_{2-3}$ .

No modelo adotado, o CSC é representado no sistema elétrico por meio de uma reatância série equivalente variável, que nesse exemplo será denotada por  $X_{eq}$ . Sabe-se

que o resíduo associado ao controle do fluxo de potência ativa é definido como:

$$\Delta y = P_{km}^{esp} + PF. \quad (5.58)$$

Ressalta-se que o sinal positivo adotado na definição do resíduo é intencional e decorre do fato de que os métodos envolvidos utilizam convenções opostas para o sentido do fluxo de potência. Assim, as entradas do modelo são formuladas em relação ao valor esperado do fluxo no sentido convencional, o que justifica a soma dos termos na expressão do resíduo.

Para o sistema em análise, essa relação pode ser particularizada como:

$$\Delta y = P_{2-3}^{esp} + PF_{2-3}. \quad (5.59)$$

A variação associada à nova variável de estado é, então, definida por:

$$\Delta x = \Delta X_{km} = \Delta X_{eq}. \quad (5.60)$$

A resolução do problema é realizada por meio da formulação do método LWPF, a qual requer a solução do seguinte sistema de equações:

$$[\mathbf{ST} - \mathbf{FT}(\mathbf{W})] = \left[ \frac{\partial \mathbf{FT}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} \right] \cdot \Delta \mathbf{W}, \quad (5.61)$$

em que a matriz Jacobiana incorpora a nova variável de estado associada ao CSC. Dessa forma, sua dimensão passa a ser  $(4 \cdot n_l + 2 \cdot n_b + n_{CSC}) \times (4 \cdot n_l + 2 \cdot n_b + n_{CSC})$ . Para o sistema considerado, essa matriz possui dimensão  $21 \times 21$ . A Jacobiana completa encontra-se apresentada no Apêndice.

A Jacobiana do sistema com inserção do CSC pode ser expressa de forma compacta por meio de submatrizes, conforme apresentado em:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{FF}(\mathbf{W}) \\ \Delta \mathbf{FS}(\mathbf{W}) \\ \Delta \mathbf{FA}(\mathbf{W}) \\ \Delta \mathbf{FB}(\mathbf{W}) \\ \Delta \mathbf{FP}(\mathbf{W}) \\ \Delta \mathbf{FQ}(\mathbf{W}) \\ \Delta y \end{bmatrix}}_{\text{Variações das equações}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{11} & \mathbf{J}_{12} & \mathbf{C1}_{CSC} \\ \mathbf{J}_{21} & \mathbf{J}_{22} & \mathbf{C2}_{CSC} \\ \mathbf{L1}_{CSC} & \mathbf{L2}_{CSC} & \mathbf{L3}_{CSC} \end{bmatrix}}_{\text{Submatrizes da Jacobiana}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{PF} \\ \Delta \mathbf{PS} \\ \Delta \mathbf{QF} \\ \Delta \mathbf{QS} \\ \Delta \delta \\ \Delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{X}_{eq} \end{bmatrix}}_{\text{Variações das variáveis de estado}},$$

onde:

- $\mathbf{J}_{11}$ : derivadas das equações  $\mathbf{FF}$ ,  $\mathbf{FS}$ ,  $\mathbf{FA}$ ,  $\mathbf{FB}$  em relação aos fluxos nas linhas;

- $\mathbf{J}_{12}$ : derivadas das equações  $\mathbf{FF}$ ,  $\mathbf{FS}$ ,  $\mathbf{FA}$ ,  $\mathbf{FB}$  em relação aos ângulos e tensões;
- $\mathbf{J}_{21}$ : derivadas das equações de balanço de potência ativa e reativa ( $\mathbf{FP}$  e  $\mathbf{FQ}$ ) em relação aos fluxos nas linhas;
- $\mathbf{J}_{22}$ : derivadas de  $\mathbf{FP}$ ,  $\mathbf{FQ}$  em relação aos ângulos e quadrado das tensões;
- $\mathbf{L1}_{CSC}$ ,  $\mathbf{L2}_{CSC}$ ,  $\mathbf{L3}_{CSC}$ : derivadas da equação adicional  $\Delta\mathbf{y}$ , introduzida pelo controle CSC, em relação aos fluxos, ângulos, quadrado das tensões e à variável de controle  $\mathbf{X}_{eq}$ ;
- $\mathbf{C1}_{CSC}$ ,  $\mathbf{C2}_{CSC}$ : derivadas do sistema de equações em relação a  $\mathbf{X}_{eq}$ .

Para o sistema em análise, a submatriz  $\mathbf{J}_{11}$  apresenta dimensão  $(4 \cdot nl \times 4 \cdot nl)$  e caracteriza-se por uma estrutura altamente esparsa, na qual a maioria dos elementos é nula. Essa característica decorre do fato de que cada equação de fluxo depende apenas dos fluxos associados à própria linha.

$$\mathbf{J}_{11} = \begin{bmatrix} \frac{\partial FF_{1-2}}{\partial PF_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{1-2}}{\partial QF_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial FF_{2-3}}{\partial PF_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{2-3}}{\partial QF_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial FF_{3-4}}{\partial PF_{3-4}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{3-4}}{\partial QF_{3-4}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{1-2}}{\partial PS_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{1-2}}{\partial QS_{1-2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{2-3}}{\partial PS_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{2-3}}{\partial QS_{2-3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{3-4}}{\partial PS_{3-4}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{3-4}}{\partial QS_{3-4}} \\ \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial PF_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial QF_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial PF_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial QF_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial FA_{3-4}}{\partial PF_{3-4}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{3-4}}{\partial QF_{3-4}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial PS_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial QS_{1-2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial PS_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial QS_{2-3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{3-4}}{\partial PS_{3-4}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{3-4}}{\partial QS_{3-4}} \end{bmatrix}$$

A submatriz  $\mathbf{J}_{12}$ , pertencente à Jacobiana do sistema, possui dimensão  $(4 \cdot nl \times 2 \cdot nb)$  e contém as derivadas das equações  $\mathbf{FF}$ ,  $\mathbf{FS}$ ,  $\mathbf{FA}$  e  $\mathbf{FB}$  em relação aos ângulos e ao quadrado das magnitudes de tensão das barras. Para a topologia considerada, essa submatriz é expressa por:

$$\mathbf{J}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{1-2}}{\partial U_1} & \frac{\partial FF_{1-2}}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{2-3}}{\partial U_2} & \frac{\partial FF_{2-3}}{\partial U_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FF_{3-4}}{\partial U_3} & \frac{\partial FF_{3-4}}{\partial U_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{1-2}}{\partial U_1} & \frac{\partial FS_{1-2}}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{2-3}}{\partial U_2} & \frac{\partial FS_{2-3}}{\partial U_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FS_{3-4}}{\partial U_3} & \frac{\partial FS_{3-4}}{\partial U_4} \\ \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{1-2}}{\partial U_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial FA_{3-4}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial FA_{3-4}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & \frac{\partial FA_{3-4}}{\partial U_3} & 0 \\ \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{1-2}}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial U_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial FB_{3-4}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial FB_{3-4}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FB_{3-4}}{\partial U_4} \end{bmatrix}$$

Observa-se que os termos não nulos surgem apenas nas posições correspondentes às barras diretamente conectadas às respectivas linhas, reforçando a natureza local das dependências elétricas no modelo *line-wise*.

A submatriz  $\mathbf{J}_{21}$  é composta pelas derivadas das equações de balanço de potência ativa e reativa ( $FP$  e  $FQ$ ) em relação aos fluxos nas linhas. Sua dimensão é  $(2 \cdot nb \times 4 \cdot nl)$  e seus elementos assumem apenas valores unitários ou nulos, refletindo diretamente a forma como os fluxos contribuem para o balanço de potência em cada barra.

$$\mathbf{J}_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A submatriz  $\mathbf{J}_{22}$  representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa em relação aos ângulos e ao quadrado das tensões nodais. Sua dimensão é  $(2 \cdot nb \times 2 \cdot nb)$  e sua estrutura é dada por:

$$\mathbf{J}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FQ_1}{\partial U_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FQ_2}{\partial U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FQ_3}{\partial U_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial FQ_4}{\partial U_4} \end{bmatrix}.$$

As submatrizes  $\mathbf{L1}_{CSC}$ ,  $\mathbf{L2}_{CSC}$  e  $\mathbf{L3}_{CSC}$  estão associadas à equação adicional  $\Delta \mathbf{y}$ , introduzida pelo controle CSC. Dentre essas submatrizes, apenas um único termo da submatriz  $\mathbf{L1}_{CSC}$  é não nulo, o que evidencia que a inserção da equação de controle adiciona uma linha altamente esparsa à Jacobiana.

$$\mathbf{L1}_{CSC} = [0 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\mathbf{L2}_{CSC} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\mathbf{L3}_{CSC} = [0]$$

As submatrizes  $\mathbf{C1}_{CSC}$  e  $\mathbf{C2}_{CSC}$  correspondem às colunas adicionais da Jacobiana associadas à variável de controle  $\mathbf{X}_{eq}$ . Observa-se que apenas a submatriz  $\mathbf{C1}_{CSC}$  apresenta termos não nulos, localizados exclusivamente na linha onde o dispositivo CSC está instalado, enquanto a submatriz  $\mathbf{C2}_{CSC}$  é integralmente nula.

$$\mathbf{C1}_{CSC} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial FF_{2-3}}{\partial X_{eq}} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial FS_{2-3}}{\partial X_{eq}} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial FA_{2-3}}{\partial X_{eq}} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial FB_{2-3}}{\partial X_{eq}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C2}_{CSC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pelo exemplo ilustrativo apresentado, é possível observar que o sistema permanece altamente esparsa mesmo com a inserção do controle CSC, não havendo alteração signifi-

cativa na característica estrutural da matriz Jacobiana original, a qual é composta pelas submatrizes  $\mathbf{J}_{11}$ ,  $\mathbf{J}_{12}$ ,  $\mathbf{J}_{21}$  e  $\mathbf{J}_{22}$ . Dessa forma, a inclusão do dispositivo de controle não compromete a esparsidade do sistema, aspecto fundamental para a eficiência computacional do método LWPF.

#### 5.4.2.2 *Considerações Finais da Seção*

Com o crescimento contínuo da demanda por energia elétrica e as restrições econômicas associadas à expansão do sistema de transmissão, torna-se cada vez mais desejável operar as linhas de transmissão próximas aos seus limites de capacidade, garantindo, ao mesmo tempo, a entrega de energia com qualidade e segurança. Nesse contexto, o controle por meio do CSC mostra-se uma ferramenta indispensável.

Esse dispositivo, que pode ser representado na rede por uma reatância série equivalente, possibilita diferentes modos de atuação, tais como: operação como reatância fixa, controle da corrente que flui pela linha e, o controle da potência ativa na linha, que foi implementado. Este último permite assegurar que o fluxo de potência atinja e mantenha um valor previamente especificado, trazendo diversas vantagens operacionais ao sistema elétrico.

A inserção do controle CSC na metodologia LWPF é particularmente favorecida pelo fato de o fluxo de potência já ser uma variável de estado do sistema. Essa característica resulta em uma implementação simples e eficaz, exigindo um número reduzido de derivadas adicionais. Como consequência, a Jacobiana ampliada mantém uma estrutura altamente esparsa, que poderá auxiliar no ganho de desempenho computacional do método para sistemas mais complexos.

## 5.5 SUMÁRIO DO CAPÍTULO

O presente capítulo abordou a metodologia utilizada neste trabalho. Na primeira parte da seção, apresentou-se o equacionamento necessário para a inclusão do controle de tensão por meio do LTC na metodologia LWPF. Foram descritas as etapas desde a formulação desse controle, incluindo um exemplo ilustrativo e o tratamento dos limites operacionais, de modo a garantir a adequada representação de um sistema elétrico real.

Na sequência, também foi abordado o tratamento dos limites de geração de potência reativa em barras do tipo PV, aspecto fundamental para a correta representação dos geradores. Posteriormente, retornou-se ao CRT e, em seguida, ao controle do fluxo de potência ativa por meio do uso do dispositivo CSC.

Todos os controles foram detalhados, apresentando seus respectivos equacionamentos, fluxogramas para facilitar a visualização do processo e exemplos ilustrativos. Tais formulações são empregadas na implementação apresentada no Capítulo 6.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo tem como objetivo apresentar os resultados obtidos a partir da implementação da metodologia proposta, desenvolvida em ambiente MATLAB, bem como promover uma análise comparativa com os resultados obtidos para os mesmos sistemas por meio do *software* ANAREDE. Essa comparação possibilita avaliar a precisão, a consistência e a robustez da metodologia desenvolvida, evidenciando sua validade e aplicabilidade em estudos de SEPs em condições reais de operação.

### 6.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Todos os resultados apresentados neste capítulo foram obtidos considerando uma tolerância numérica de  $10^{-6}$  p.u. e uma potência base de 100 MVA. Como exceção, o sistema CSC foi analisado utilizando uma potência base de 1000 MVA, de forma a garantir coerência com suas características originais e assegurar o rigor da avaliação do fluxo de potência.

Ressalta-se que o *software* ANAREDE emprega um modelo de equacionamento formulado por barras, enquanto as simulações realizadas em MATLAB utilizam a metodologia proposta neste trabalho, baseada na formulação LWPF. Essa distinção metodológica permite uma análise criteriosa da equivalência e do desempenho das abordagens consideradas.

### 6.2 LINE-WISE POWER FLOW

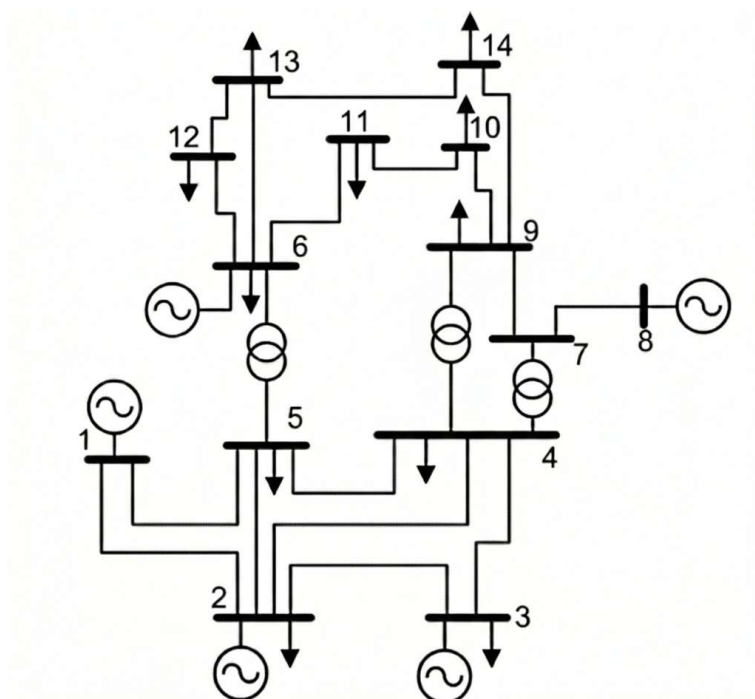
O primeiro conjunto de resultados analisados refere-se à validação da metodologia LWPF. Para esse fim, foi utilizado o sistema IEEE 14 barras, amplamente empregado na literatura para validação de metodologias de análise de fluxo de potência. O caso inicialmente considerado corresponde ao sistema original, conforme ilustrado na Figura 17.

Realiza-se, primeiramente, a análise comparativa dos valores de módulo de tensão e ângulo de fase em todos os barramentos do sistema, com o objetivo de verificar a aderência dos resultados obtidos pela implementação do LWPF em ambiente MATLAB em relação aos resultados fornecidos pelo ANAREDE.

A Figura 18 apresenta uma análise conjunta desses resultados. Na Figura 18 (A) são comparados os módulos de tensão, em p.u., obtidos por ambas as metodologias; na Figura 18 (B) são ilustradas as diferenças entre os resultados dos módulos de tensão obtidos por ambas as metodologias. De forma análoga, na Figura 18 (C) apresentam-se os ângulos de tensão em graus, enquanto na Figura 18 (D) são mostradas as diferenças absolutas correspondentes a essas grandezas.

Observa-se, a partir da Figura 18 (A), que os módulos de tensão calculados pelo

Figura 17 - Diagrama unifilar do sistema IEEE 14 barras.

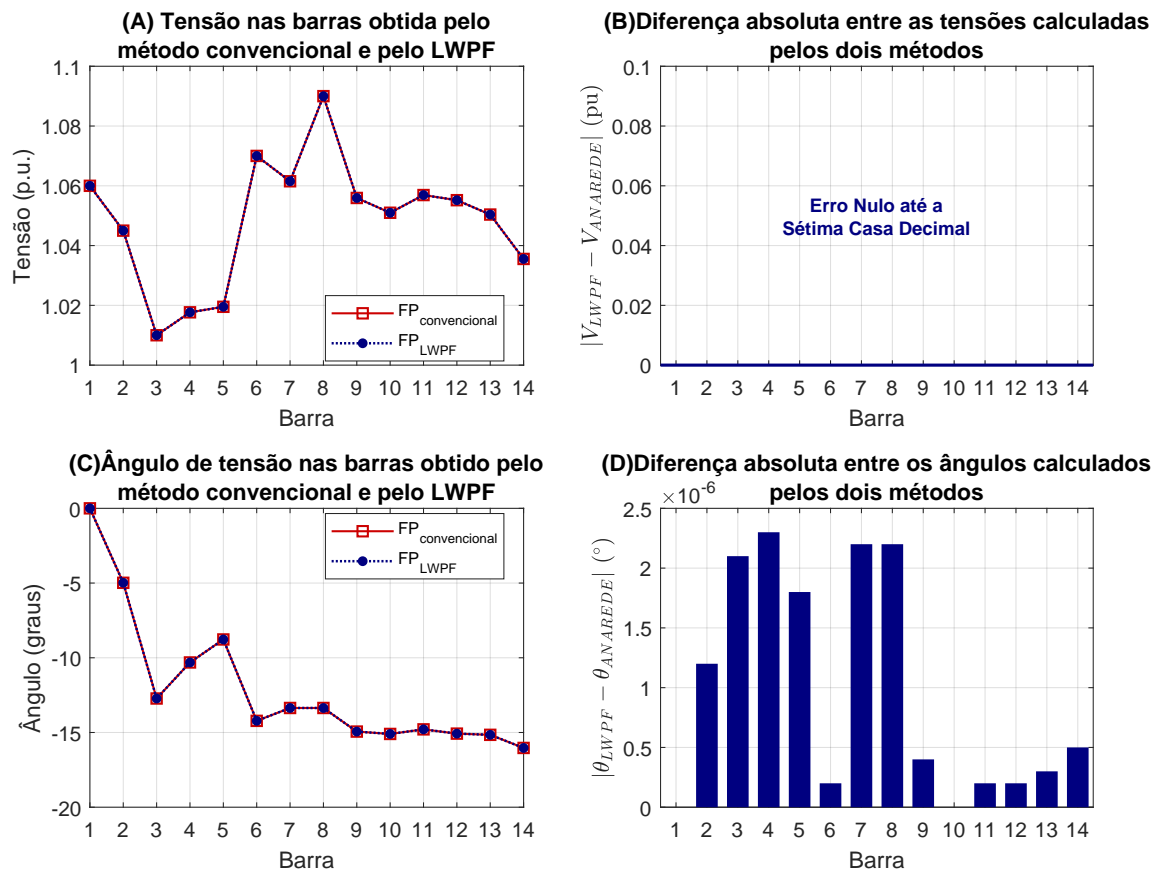


Fonte: Elaborada pela autora (2026).

método LWPF coincidem com aqueles obtidos pelo método convencional em todos os barramentos do sistema. Essa concordância é confirmada pela Figura 18 (B), na qual as diferenças absolutas permanecem nulas até a sétima casa decimal analisada. As Figuras 18 (C) e (D) apresentam comportamento semelhante para os ângulos de tensão, sendo as diferenças observadas da ordem de  $10^{-6}$  graus. Esses resultados evidenciam a total concordância entre as soluções obtidas pelas duas metodologias para as variáveis de estado do sistema.

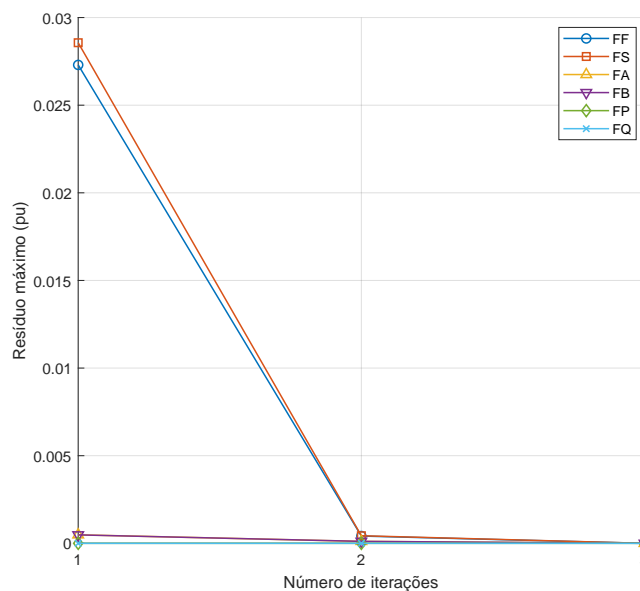
Outro aspecto relevante para a validação do método refere-se à sua trajetória de convergência, apresentada na Figura 19. Essa figura ilustra a evolução do valor máximo dos resíduos das equações ao longo das iterações do método LWPF. Nota-se que, na primeira iteração, os resíduos apresentam valores mais elevados, especialmente para os equacionamentos associados às funções **FF** e **FS**. Entretanto, já na segunda iteração, os resíduos são reduzidos para a ordem de  $10^{-3}$ , atingindo a ordem de  $10^{-7}$  na terceira iteração, quando a convergência é alcançada.

Figura 18 - Comparação de módulos e ângulos de tensão entre ANAREDE e MATLAB para o sistema IEEE 14 barras e respectivas diferenças.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Figura 19 - Trajetória de convergência do método LWPF para o sistema IEEE 14 barras.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Os valores numéricos correspondentes aos resíduos máximos por equação em cada iteração são apresentados na Tabela 6. Em termos de desempenho iterativo, observa-se que o ANAREDE converge em duas iterações, enquanto a implementação do LWPF em MATLAB requer três iterações para atingir o critério de convergência adotado.

Tabela 6 – Resultados de convergência do método LWPF: máximo resíduo por equação e por iteração no sistema IEEE 14 barras.

<b>Caso</b>	<b>Iteração 1</b>	<b>Iteração 2</b>	<b>Iteração 3</b>
FF	0,0272977343	$4,15382615 \times 10^{-4}$	$8,71267102 \times 10^{-8}$
FS	0,0285638455	$4,33050769 \times 10^{-4}$	$9,19138384 \times 10^{-8}$
FA	0,0004860555	$1,10280587 \times 10^{-4}$	$3,29648279 \times 10^{-8}$
FB	0,0004814847	$1,13188541 \times 10^{-4}$	$3,38816102 \times 10^{-8}$
FP	0,0000000000	$2,50000000 \times 10^{-16}$	$1,94289000 \times 10^{-15}$
FQ	0,0000000000	$2,22000000 \times 10^{-16}$	$4,30211400 \times 10^{-15}$

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Além da análise das variáveis de estado, a validação da metodologia LWPF inclui a verificação dos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos do sistema. Essa comparação é realizada com base nos resultados obtidos nos mesmos *softwares* trabalhados, conforme apresentado na Figura 20.

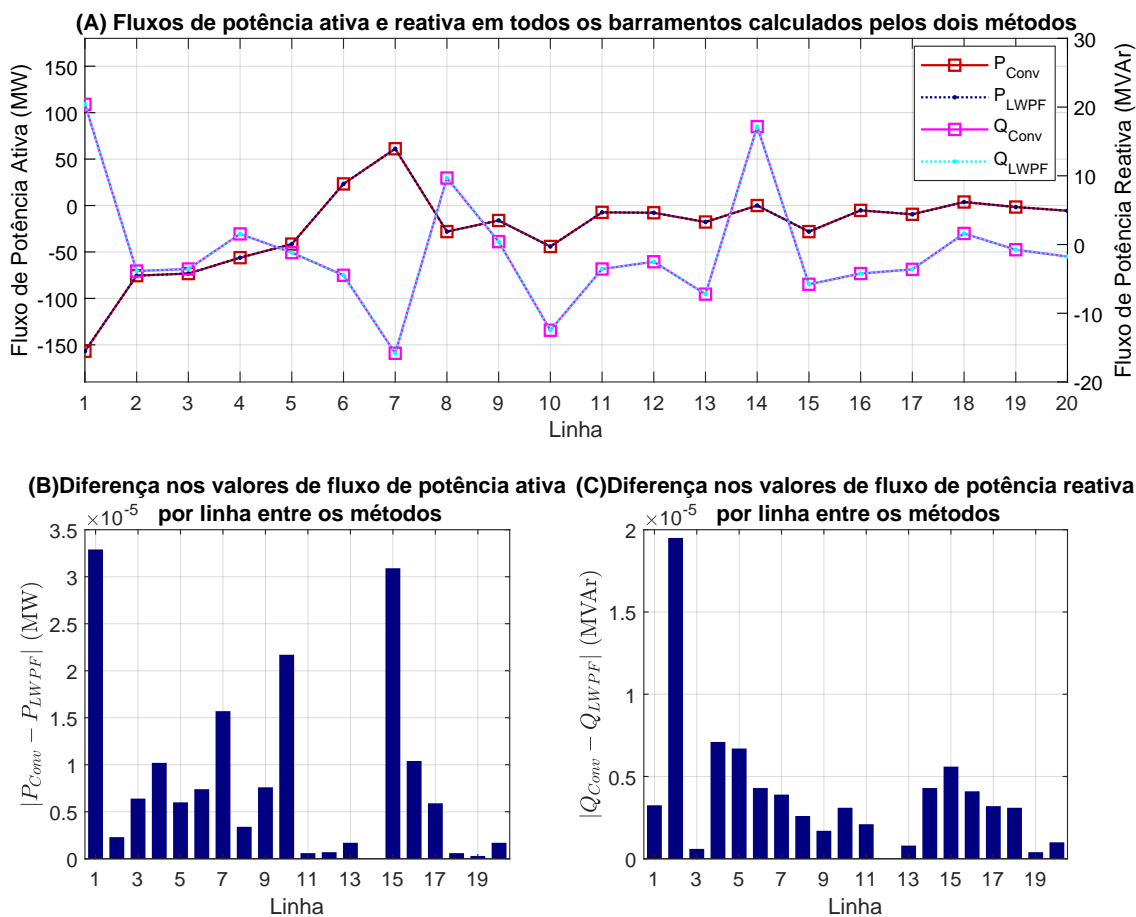
Na Figura 20 (A), observa-se que os fluxos de potência ativa e reativa calculados por ambas as metodologias coincidem ao longo de todos os ramos do sistema. Para uma análise mais detalhada das diferenças entre os métodos, as Figuras 20 (B) e (C) apresentam as diferenças absolutas associadas aos fluxos de potência ativa e reativa, respectivamente. As diferenças observadas são da ordem de  $10^{-5}$  MW e  $10^{-5}$  MVar, o que corresponde aproximadamente a  $10^{-7}$  p.u., considerando a base adotada.

Ressalta-se que, devido a convenções de sentido distintas entre as metodologias, foi necessário inverter o sinal do fluxo obtido pelo método convencional para fins de comparação. A análise considera os fluxos na extremidade inicial da linha de transmissão, adotando  $-P_{km}$  e  $-Q_{km}$  para o método convencional e  $PF$  e  $QF$  para o método LWPF.

De forma geral, os resultados demonstram que, embora fundamentadas em equacionamentos distintos, ambas as metodologias convergem para o mesmo ponto de operação, apresentando um número reduzido de iterações, em função do emprego do método de NR. Assim, confirma-se a validação da metodologia LWPF para a resolução do problema de fluxo de potência.

Embora a comparação de tempo computacional seja frequentemente apontada como uma vantagem da metodologia LWPF, não se espera um ganho significativo para sistemas de pequeno porte, como o IEEE 14 barras. Tais benefícios tendem a se tornar mais evidentes à medida que a dimensão do sistema e a complexidade da sua topologia aumentam.

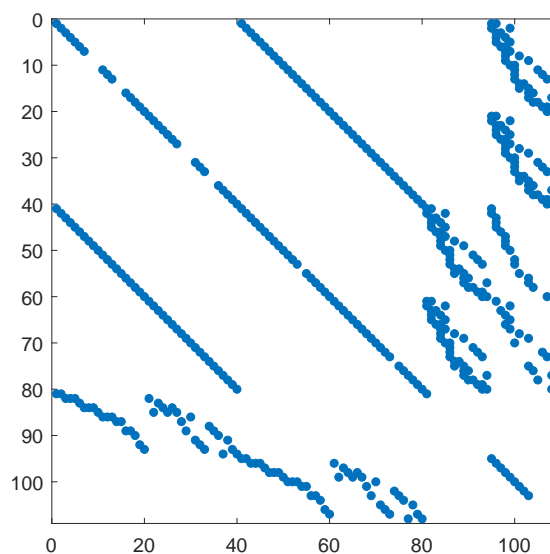
Figura 20 - Comparação dos fluxos de potência nas linhas obtidos pelo ANAREDE e pelo MATLAB no sistema IEEE 14 barras.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

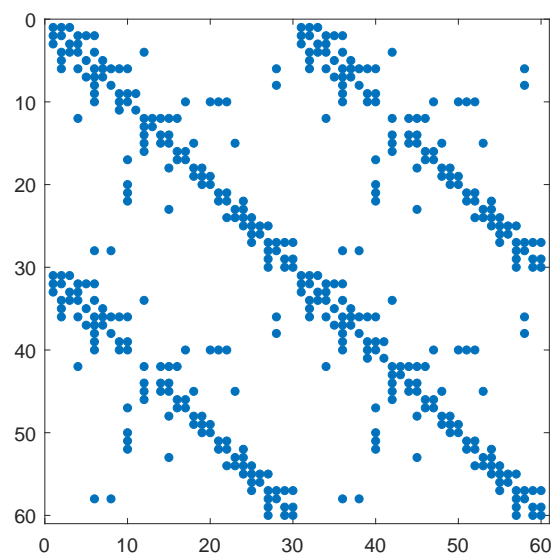
Com o objetivo de investigar a eficiência computacional do método LWPF em relação ao método convencional, realizou-se uma análise comparativa da esparsidade das matrizes Jacobianas. A Figura 21 apresenta a Jacobiana do método LWPF, enquanto a Figura 22 mostra a Jacobiana do método convencional. Visualmente, observa-se que a matriz associada ao LWPF é mais esparsa. Entretanto, devido às diferenças dimensionais entre as matrizes, a análise quantitativa deve considerar o número proporcional de termos não nulos.

Figura 21 - Esparsidade da Jacobiana no sistema IEEE 14 barras para o método LWPF.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Figura 22 - Esparsidade da Jacobiana no sistema IEEE 14 barras para o método convencional.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

As Tabelas subsequentes apresentam o número de termos não nulos por iteração, bem como o comparativo entre as dimensões e a densidade das Jacobianas. Para o sistema IEEE 14 barras analisado sem a presença de controles, observa-se que, embora o número absoluto de termos não nulos seja semelhante entre os métodos, a densidade da Jacobiana do LWPF permanece inferior a 4%, enquanto no método convencional esse valor ultrapassa 12%.

Tabela 7 – Número de termos não nulos na matriz Jacobiana por iteração em ambos os métodos no sistema IEEE 14 barras.

<b>Método</b>	<b>Iteração 1</b>	<b>Iteração 2</b>	<b>Iteração 3</b>
LWPF	442	449	445
Convencional	436	442	–

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Tabela 8 – Comparativo do tamanho e densidade da Jacobiana no sistema IEEE 14 barras.

<b>Método</b>	<b>Dimensões da Jacobiana</b>	<b>Termos não nulos (%)</b>
LWPF	108 × 108	3,85%
Convencional	60 × 60	12,28%

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Apesar da quantidade semelhante de termos não nulos em termos absolutos, a resolução do sistema pelo método LWPF tende a ser mais eficiente, em função de sua estrutura baseada em substituições diretas e da menor presença de termos trigonométricos quando comparado à formulação convencional.

### 6.3 TRANSFORMADORES DE TAP VARIÁVEL

Esta seção tem como objetivo validar a implementação do controle de tensão por meio de transformadores LTC na metodologia LWPF. Para fins de validação, os resultados obtidos são comparados utilizando os mesmos *softwares*.

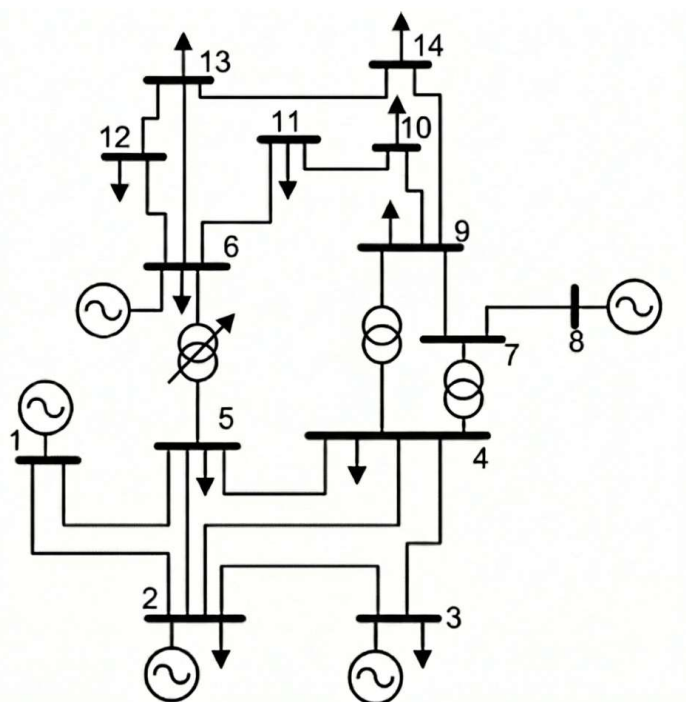
O sistema analisado permanece sendo o IEEE 14 barras, com a modificação do transformador conectado entre as barras 5 e 6, que passa a operar como LTC, conforme ilustrado na Figura 23. Além disso, a barra 6 é do tipo PV, enquanto a barra 5 é do tipo PQ, sendo esta última controlada em tensão pelo LTC. Os limites de atuação do *tap* foram definidos entre 0,85 e 1,15 p.u.

Para a análise do LTC, pretende-se verificar os seguintes aspectos:

- Ajuste do *tap* do transformador para controlar a tensão da barra 5 e consistência da solução do sistema em relação ao fluxo de potência convencional.
- Comportamento do LTC frente a variações de tensão na barra controlada, considerando condições de operação nominal, subtensão e sobretensão.
- Convergência do sistema com a inclusão da variável de controle, avaliada pelo número de iterações e pela trajetória de  $\Delta \mathbf{y}$ .

- Avaliação do impacto da inserção do controle na matriz Jacobiana.

Figura 23 - Sistema-teste IEEE 14 barras com modificação para LTC.



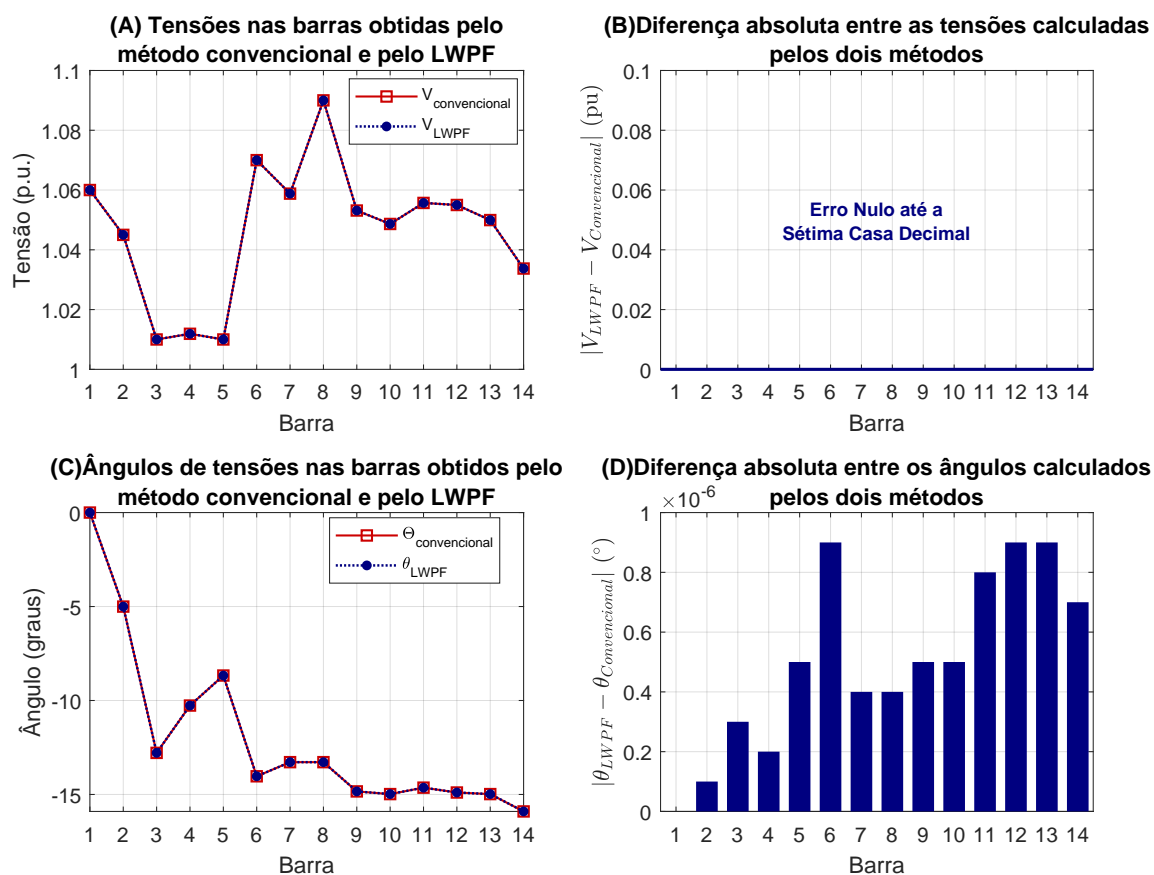
Fonte: Elaborada pela autora (2026).

### 6.3.1 Simulação em Condição Nominal ( $V_5^{esp} = 1,01$ p.u.)

A primeira simulação tem como objetivo avaliar o desempenho do controle de tensão via LTC, considerando a fixação da tensão da barra 5 em 1,01 p.u., valor próximo à condição nominal de operação do sistema. Essa análise busca demonstrar que, em situações normais de operação, o fluxo de potência calculado pela metodologia LWPF, quando associada ao controle por LTC, reproduz de forma consistente o comportamento físico esperado do sistema elétrico.

A validação dos resultados é realizada por meio da comparação com aqueles obtidos pelo programa ANAREDE, que já contempla o modelo de transformadores com *tap* variável. A Figura 24 apresenta essa comparação e está dividida em quatro subfiguras: na Figura 24 (A) é mostrada a comparação entre os módulos das tensões em p.u.; na Figura 24 (B) é apresentada a diferença entre os valores de tensão obtidos pelas duas metodologias; na Figura 24 (C) é realizada a comparação entre os ângulos de tensão em todos os barramentos; e, por fim, na Figura 24 (D), é ilustrada a diferença relativa associada aos ângulos.

Figura 24 - Resultados para simulação com  $V_5^{esp} = 1,01$  p.u..

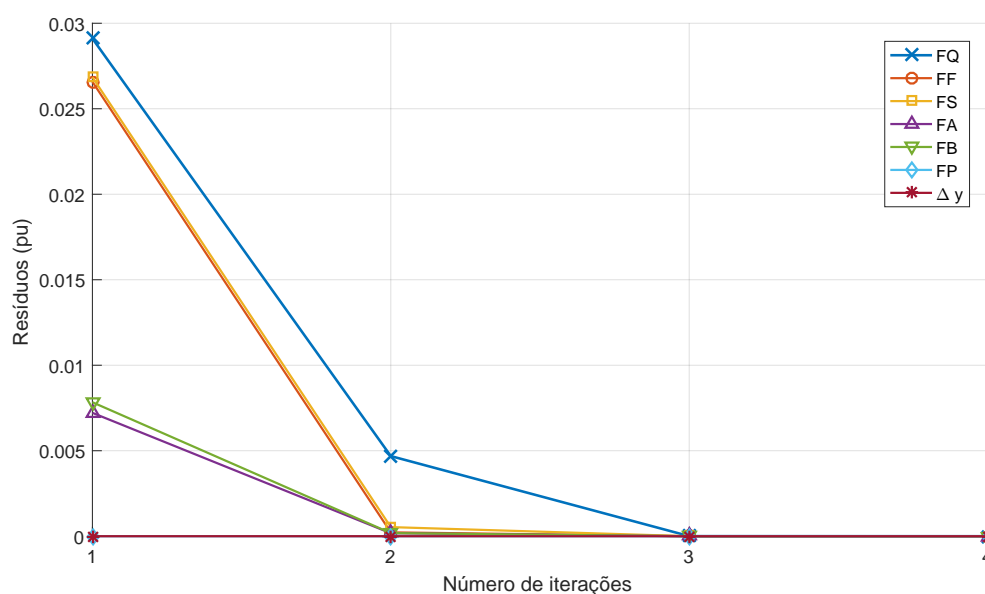


Fonte: Elaborada pela autora (2026).

A partir das Figuras 24 (A) e (B), observa-se que não há diferenças perceptíveis entre os módulos de tensão em nenhum dos barramentos, mesmo considerando até sete casas decimais, evidenciando a elevada aderência entre os resultados do LWPF com controle LTC e aqueles obtidos pelo ANAREDE. De forma semelhante, a Figura 24 (C) mostra que os perfis dos ângulos de tensão praticamente se sobrepõem. Essa elevada coincidência é confirmada pela Figura 24 (D), na qual se verifica que o erro relativo entre os ângulos permanece da ordem de  $10^{-6}$  graus.

Uma análise adicional de grande relevância refere-se à trajetória de convergência do método, apresentada na Figura 25. Essa figura ilustra os resíduos máximos associados a cada equação do sistema ao longo das iterações do processo de solução.

Figura 25 - Trajetória de convergência para  $V_5^{esp} = 1,01$  p.u..



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

A partir da análise da Figura 25, nota-se que, embora os resíduos apresentem valores mais elevados na primeira iteração, o método converge de forma rápida e estável. Observa-se que o sistema já se encontra muito próximo da convergência na terceira iteração, atingindo efetivamente o critério de parada na quarta iteração, o que evidencia a eficiência numérica da metodologia em questão, mesmo com a inclusão do controle por LTC.

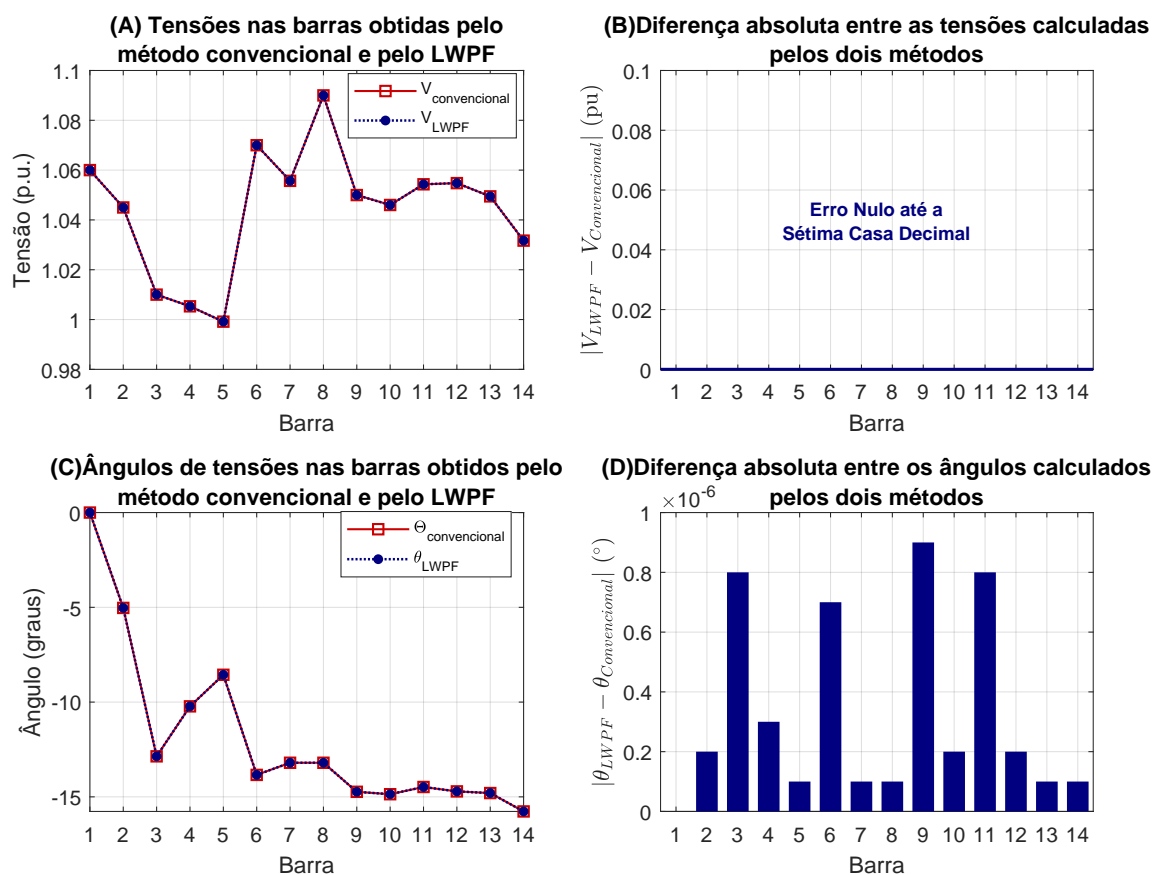
### 6.3.2 Simulação com Tensão Inferior à Nominal ( $V_5^{esp} = 0,9$ p.u.)

A segunda simulação, realizada após a condição de operação em  $V_5^{esp} = 1,01$  p.u., teve como objetivo avaliar o comportamento do LTC quando a barra controlada é fixada abaixo dos seus valores usuais a fim de simular condição de subtensão na barra. Para isso, o valor especificado da tensão da barra 5 foi ajustado para  $V_5^{esp} = 0,9$  p.u.. Busca-se, com esse teste, verificar se o algoritmo de controle atua corretamente diante da limitação do *tap*, bem como analisar os fluxos de potência resultantes, a fim de confirmar se o método LWPF reproduz adequadamente as restrições físicas do transformador.

A Figura 26 apresenta os principais resultados obtidos para essa condição de operação.

Na Figura 26 (A), observa-se que, em ambos os métodos analisados, os pontos de operação coincidem, mesmo sob condição de subtensão. Nota-se que o ajuste do LTC não foi suficiente para alcançar a tensão especificada de 0,9 p.u., resultando em uma tensão final de aproximadamente 0,999 p.u. na barra controlada, enquanto o transformador permaneceu

Figura 26 - Resultados para simulação com  $V_5^{esp} = 0,9$  p.u..



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

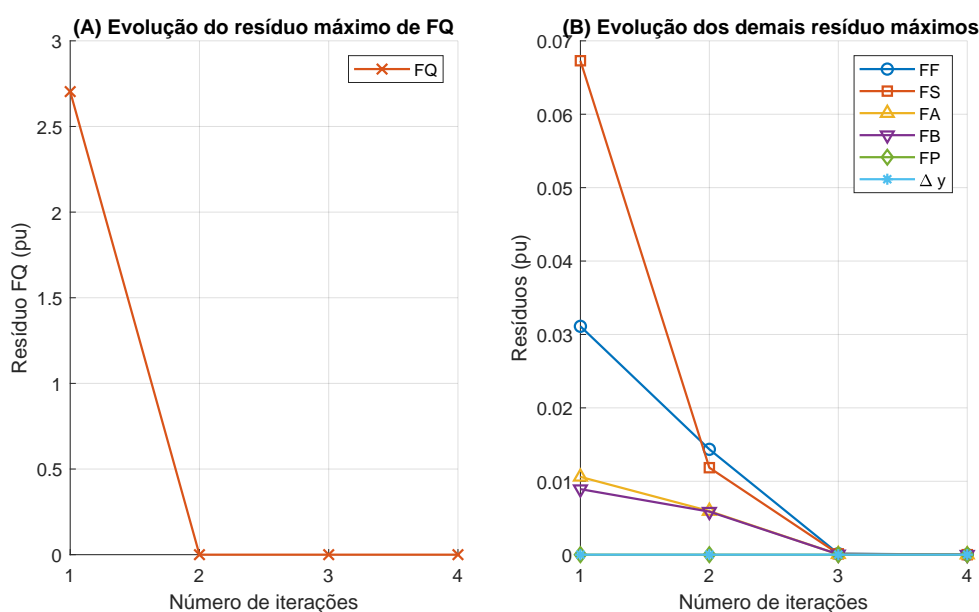
travado no *tap* mínimo, igual a 0,85. Além disso, ambos os métodos necessitaram de quatro iterações para a convergência do sistema, expondo um comportamento numérico semelhante.

A Figura 26 (B) permite analisar as diferenças entre os resultados obtidos pelos métodos. A comparação foi realizada até a sétima casa decimal, não sendo observadas diferenças nos módulos das tensões. Para os ângulos, o erro máximo identificado foi da ordem de  $10^{-6}$ . Esses resultados indicam que, mesmo em condições atípicas de operação, o método LWPF apresenta elevada precisão e resultados compatíveis com o fluxo de potência tradicional, inclusive na modelagem do controle LTC.

A Figura 27 ilustra a trajetória de convergência do algoritmo para o caso analisado.

As Figuras 27 (A) e (B) são apresentadas separadamente em razão do resíduo inicial mais elevado da equação de potência reativa (FQ) na barra 5; entretanto, já a partir da segunda iteração, os resíduos passam a ser próximos do limite de tolerância estabelecido.

Figura 27 - Trajetória de convergência para  $V_5^{esp} = 0,9$  p.u..



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Observa-se que as variáveis do sistema evoluem rapidamente para a convergência. Além disso, o parâmetro  $\Delta \mathbf{y}$  permaneceu nulo ao longo de todo o processo iterativo, uma vez que o *tap* do transformador manteve-se fixo em seu valor mínimo. Sob essa condição, a equação de controle é removida do sistema de equações, não havendo variação desta variável durante as iterações.

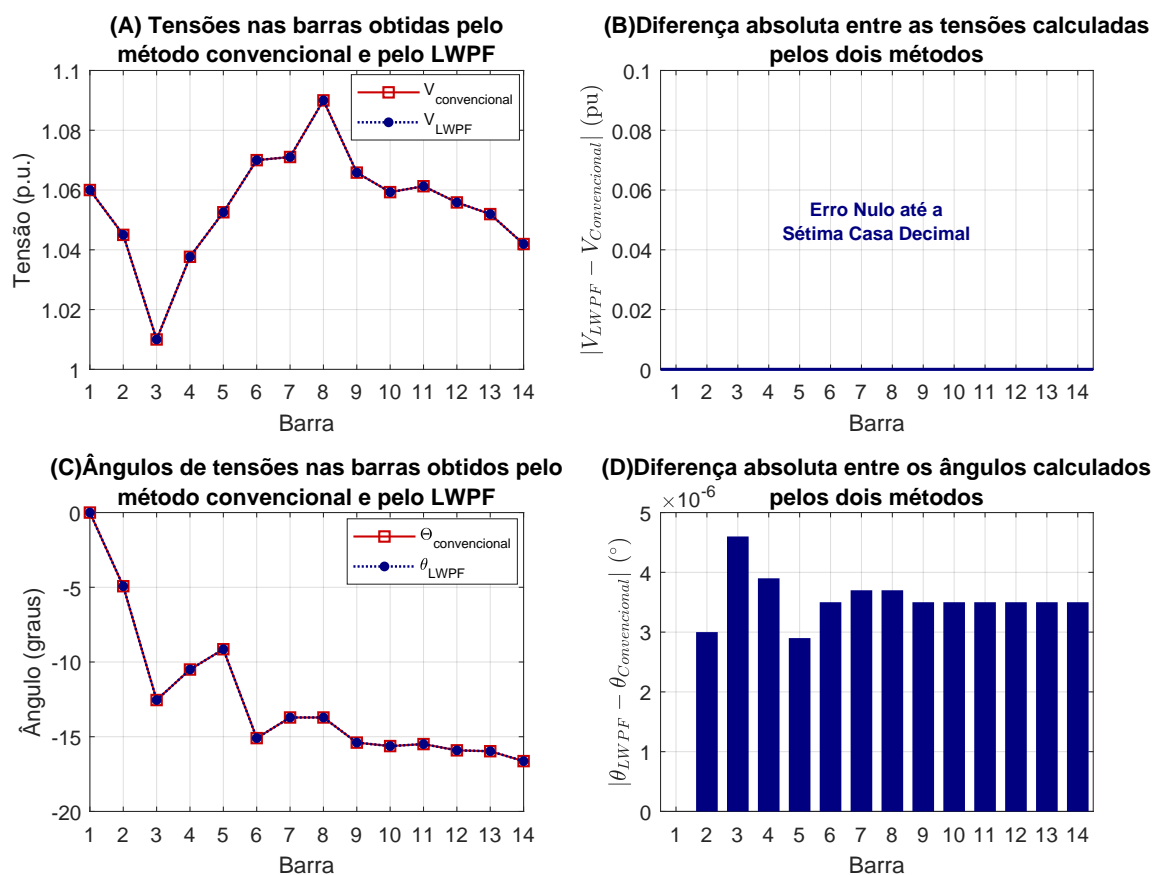
### 6.3.3 Simulação com Tensão Superior à Nominal ( $V_5^{esp} = 1,1$ p.u.)

A terceira situação simulada considera a tensão especificada da barra controlada ajustada para 1,1 p.u., valor significativamente acima do nominal. O objetivo dessa análise é avaliar o comportamento do controle LTC ao tentar manter um nível elevado de tensão na barra controlada. De forma análoga aos dois casos anteriores, as mesmas análises foram realizadas, cujos resultados são apresentados na Figura 28.

A Figura 28 (A) apresenta os módulos das tensões nodais obtidos pelos dois métodos analisados, observando-se a sobreposição completa das curvas, o que evidencia a elevada proximidade entre os resultados. Essa concordância é confirmada na Figura 28 (B), onde se verifica a inexistência de desvios entre as tensões calculadas pelos métodos até a sétima casa decimal.

Observa-se que a tensão na barra 5 não atingiu o valor especificado devido à saturação do dispositivo de controle. Como o *tap* do transformador alcançou o seu limite superior ( $a = 1,15$ ), a magnitude da tensão no referido barramento restringiu-se a 1,053

Figura 28 - Resultados para simulação com  $V_5^{esp} = 1,1$  p.u..

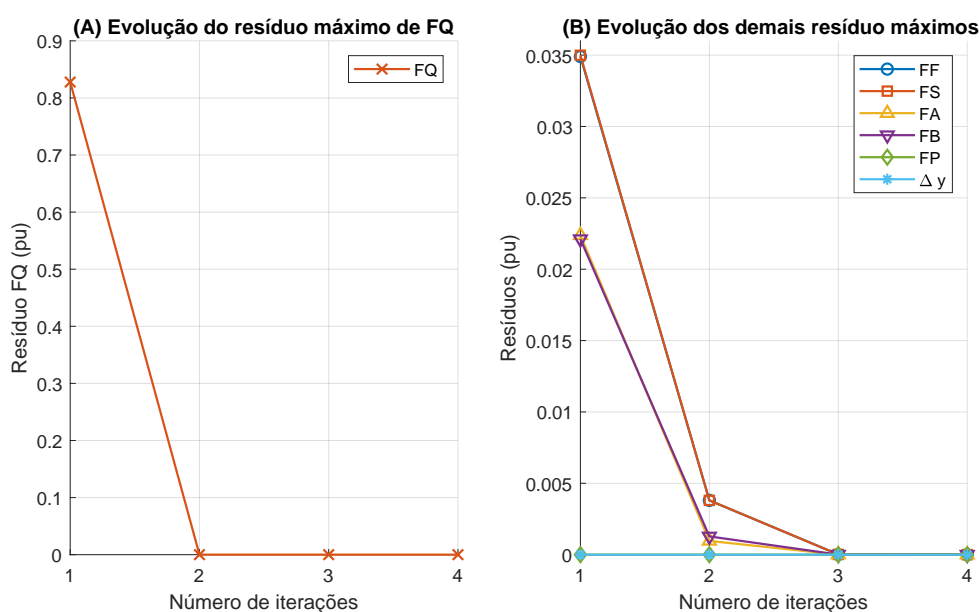


Fonte: Elaborada pela autora (2026).

p.u., evidenciando a atuação da restrição física do equipamento.

A Figura 28 (C) mostra a sobreposição praticamente perfeita dos ângulos de tensão em todos os barramentos, enquanto a diferença associada, apresentada na Figura 28 (D), permanece da ordem de  $10^{-6}$  graus, indicando excelente concordância numérica entre as abordagens.

A Figura 29 apresenta a trajetória de convergência das equações que modelam o sistema. A Figura 29 (A) corresponde ao máximo resíduo da equação de balanço de potência reativa ( $FQ$ ), exibida separadamente devido à sua magnitude, enquanto a Figura 29 (B) reúne os resíduos das demais equações do sistema. Observa-se que, já a partir da segunda iteração, o maior resíduo associado a  $FQ$  aproxima-se significativamente de zero. As demais variáveis também apresentam redução rápida de seus resíduos, aproximando-se do critério de parada na terceira iteração, sendo a convergência completa do sistema alcançada na quarta iteração.

Figura 29 - Trajetória de convergência para  $V_5^{esp} = 1,1$  p.u..

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

### 6.3.4 Comparação dos Resultados

Tendo em vista que foram simuladas condições operativas distintas, contemplando dois cenários extremos de tensão especificada e um caso usual de operação, os principais resultados obtidos foram reunidos na Tabela 9, permitindo uma comparação direta entre a metodologia proposta de controle do LTC com o controle empregado através da metodologia tradicional.

Tabela 9 – Comparação de resultados entre MATLAB e ANAREDE.

$V_{esp}$ (p.u.)	Parâmetro	LWPF	ANAREDE	Erro Absoluto
0,90	Tensão $V_5$ (p.u.)	0,9991576	0,9991576	0,0000
	$Tap$ do LTC	0,85000	0,85000	0,0000
	Iterações	4	4	—
1,01	Tensão $V_5$ (p.u.)	1,010000	1,010000	0,0000
	$Tap$ do LTC	0,89077	0,89077	0,0000
	Iterações	4	3	—
1,10	Tensão $V_5$ (p.u.)	1,0525635	1,0525635	0,0000
	$Tap$ do LTC	1,15000	1,15000	0,0000
	Iterações	4	3	—

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Observa-se que, em todas as situações analisadas, o valor final do  $tap$  do transfor-

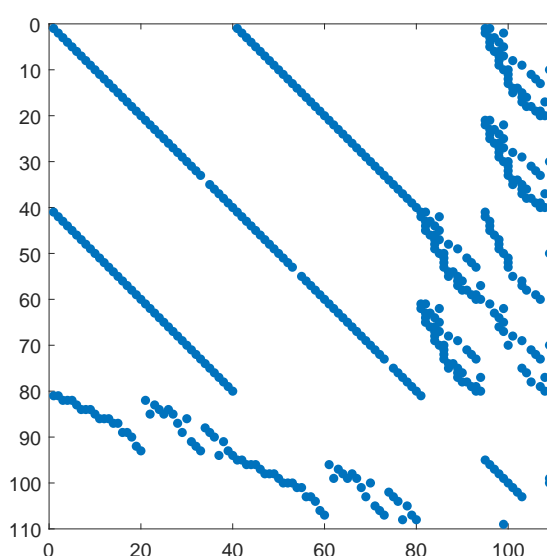
mador com controle LTC obtido pela metodologia LWPF coincide exatamente com aquele calculado pelo ANAREDE, assim como a tensão na barra controlada. Esse comportamento evidencia a correta adaptação do *tap* do transformador para compensar as variações impostas ao sistema, mantendo o nível de tensão desejado sempre que possível.

Nos casos extremos de tensão especificada, verifica-se que o *tap* do LTC atinge seus respectivos limites mínimo e máximo de operação. Nessas condições, o transformador deixa de atuar no controle da tensão, permanecendo fixado em seus valores extremos de *tap*, o que está de acordo com o comportamento físico esperado de um equipamento real. Tal resultado confirma que a implementação do controle de tensão respeita adequadamente as restrições operativas do LTC e está coerente com a literatura técnica existente.

Com relação ao desempenho numérico, observa-se que ambos os métodos apresentaram rápida convergência, exigindo no máximo quatro iterações, o que é esperado em função da utilização do método de NR. Embora em apenas um dos cenários o número de iterações tenha coincidido exatamente entre os métodos, nas demais situações a metodologia LWPF demandou apenas uma iteração adicional, diferença considerada pouco significativa e que não compromete a eficiência do método proposto.

Por fim, faz-se necessária a análise do efeito da inserção do controle de tensão na matriz Jacobiana do método analisado. Esse efeito é ilustrado na Figura 30, que apresenta o padrão de esparsidade da Jacobiana após a inclusão das equações e variáveis associadas ao controle do transformador com *tap* em carga.

Figura 30 - Padrão de esparsidade da matriz Jacobiana com a inclusão do controle de tensão por LTC na formulação.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

A inclusão das variáveis de controle amplia a dimensão da matriz Jacobiana para

$109 \times 109$ . Contudo, observa-se que o padrão de esparsidade é preservado, com apenas 452 elementos não nulos. Isso representa aproximadamente 3,80% de preenchimento, uma redução percentual em comparação à matriz original sem controles. Este resultado é altamente relevante, pois confirma que a inclusão do controle por LTC na metodologia LWPF mantém a eficiência computacional, favorecendo o uso de técnicas de processamento de matrizes esparsas em sistemas de grande porte.

#### 6.4 TRATAMENTO DE LIMITES DE GERAÇÃO EM BARRAS PV

Esta seção complementa o controle de tensão realizado por transformadores LTC, incorporando o tratamento dos limites de geração de potência reativa em barras do tipo PV. A consideração desses limites é fundamental para representar adequadamente as restrições físicas dos geradores, conferindo maior realismo e confiabilidade às análises do sistema elétrico.

Para a realização das análises, o carregamento do sistema é progressivamente reduzido e elevado, de modo a avaliar o comportamento da geração de potência reativa frente às variações de carga. São analisadas as tensões nos barramentos PV e no barramento controlado pelo LTC (PQV), bem como a evolução da potência reativa gerada à medida que o nível de carregamento do sistema aumenta.

As simulações são conduzidas considerando dois cenários distintos: com e sem a aplicação do tratamento dos limites de geração de potência reativa. Essa abordagem permite avaliar de forma clara o impacto desse tratamento sobre o desempenho do sistema e sobre o comportamento das variáveis elétricas.

Os limites de geração de potência reativa considerados para cada gerador são apresentados na Tabela 10. O barramento 1 corresponde à barra slack, enquanto os demais barramentos possuem limites mínimos e máximos de geração de potência reativa.

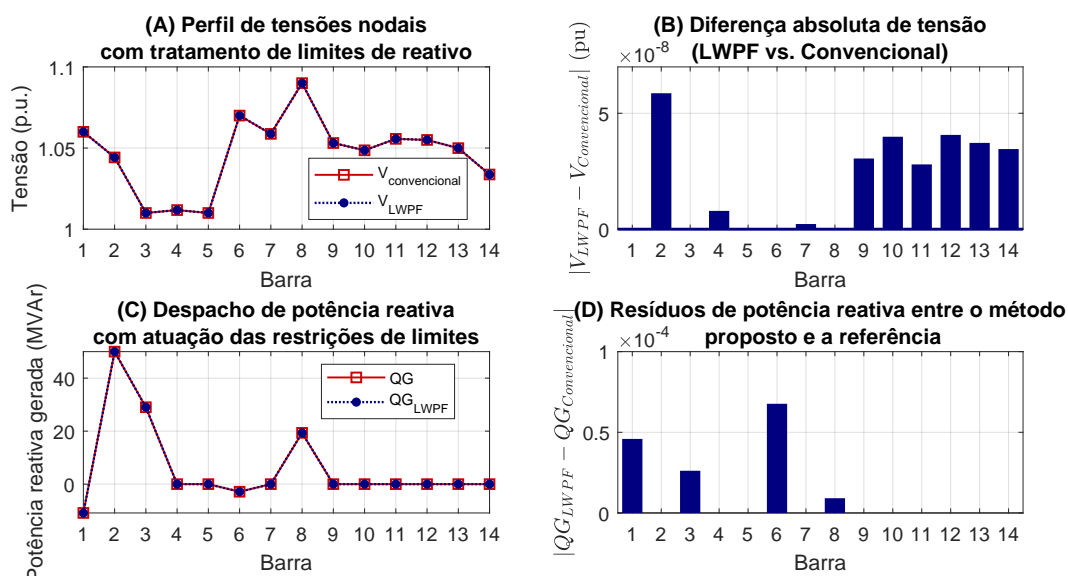
Tabela 10 – Parâmetros de geração máxima por barra.

Barra	$Q_{min}$ (MVar)	$Q_{max}$ (MVar)
1	Slack	–
2	-40	50
6	-6	24
8	-6	24

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Inicialmente, analisa-se o sistema operando em condição de carga nominal, na qual o gerador conectado à barra 2 já se encontra operando no limite máximo de geração de potência reativa. Os resultados obtidos por meio da metodologia proposta são comparados com aqueles fornecidos pelo *software* ANAREDE, conforme ilustrado na Figura 31.

Figura 31 - Validação do método LWPF com tratamento de limites de reativo.

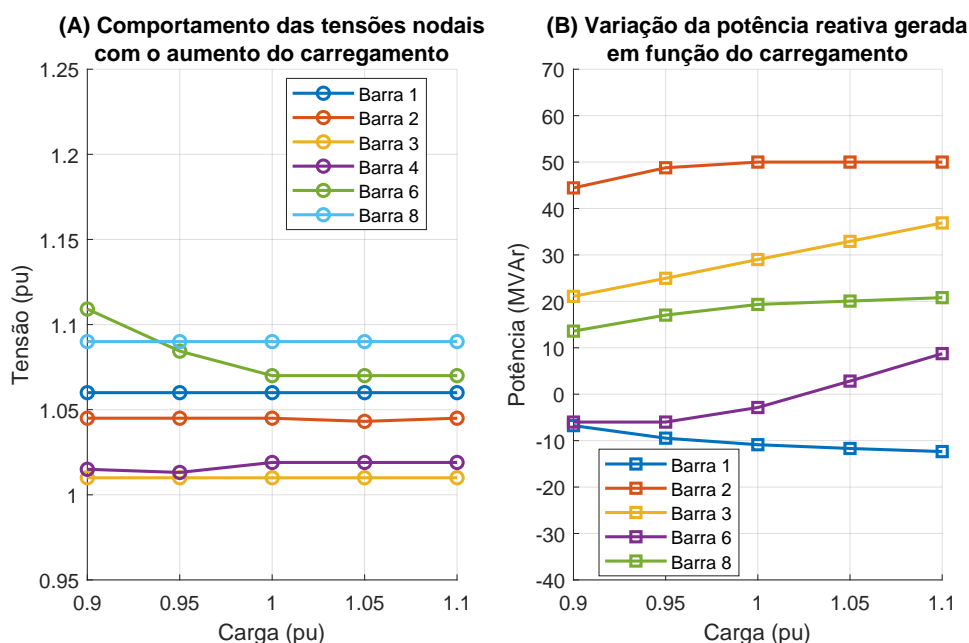


Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Observa-se que, mesmo com a atuação do tratamento de limites, uma vez que a geração de potência reativa da barra 2 permanece fixada em seu valor máximo de 50 MVar, os resultados obtidos pelo ANAREDE coincidem com aqueles fornecidos pela implementação em MATLAB utilizando a metodologia *LWPF*. A diferença associada às tensões, apresentada na Figura 31 (B), é da ordem de  $10^{-8}$  p.u., enquanto o desvio na geração de potência reativa é da ordem de  $10^{-4}$  MVar.

Em seguida, o carregamento do sistema é progressivamente elevado de 0,90 a 1,10 p.u., considerando a atuação do tratamento de limites de geração de potência reativa. Os resultados dessa análise são apresentados na Figura 32. Na Figura 32 (A) é apresentado o comportamento das tensões nos barramentos de carga e no barramento PQV controlado pelo LTC.

Figura 32 - Comportamento das tensões e da geração reativa em barras PV sob restrições de limites operativos.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

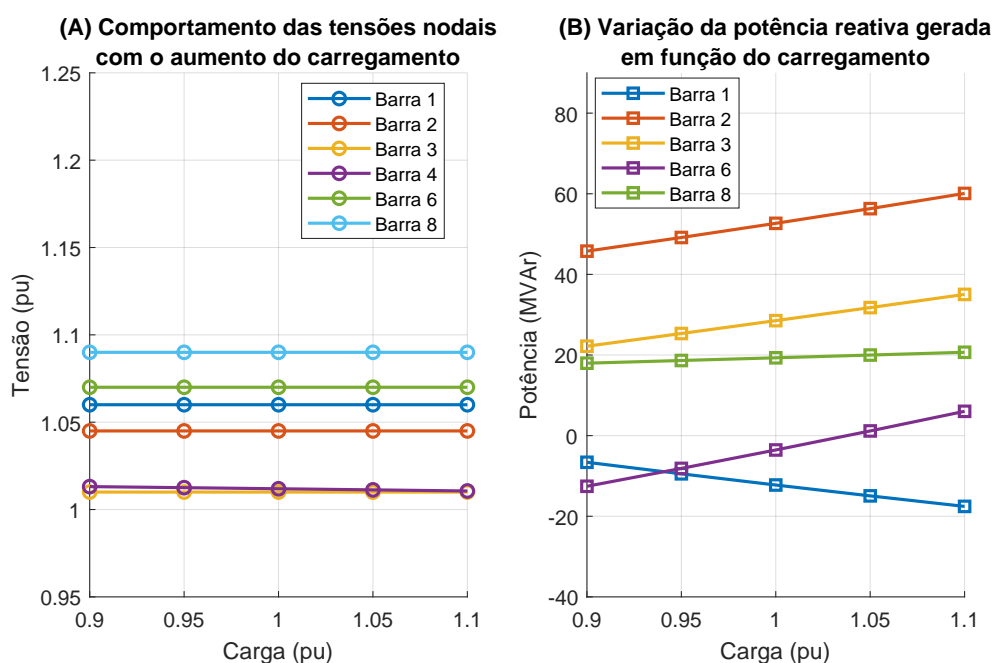
Nota-se que as tensões nos barramentos PV não permanecem constantes ao longo de todo o intervalo de carregamento. Esse comportamento indica a violação dos limites de geração de potência reativa, ocasionando a mudança do tipo de barra de PV para PQ. Em condição de carga leve, por exemplo, a barra 6 atinge seu limite mínimo de geração de potência reativa, passando a operar como barra PQ. Posteriormente, à medida que o carregamento é elevado, essa barra retorna à operação como PV, fazendo com que sua tensão volte a ser mantida constante.

A Figura 32 (B) apresenta a evolução da geração de potência reativa nos barramentos originalmente do tipo PV. A análise conjunta desses gráficos permite identificar claramente os instantes em que os limites de geração são atingidos e ocorre a mudança do tipo de barra.

Por fim, realiza-se uma análise comparativa considerando um cenário hipotético no qual os geradores não possuem limites físicos de geração de potência reativa. Os resultados dessa simulação são apresentados na Figura 33. Na Figura 33 (A), observa-se que, na ausência de limites, as tensões nos barramentos PV permanecem constantes ao longo de todo o intervalo de carregamento, não ocorrendo a mudança do tipo de barra. A Figura 33 (B) evidencia que alguns geradores passam a fornecer valores de potência reativa superiores aos limites considerados anteriormente, como é o caso da barra 2, cuja geração atinge

valores próximos a 60 MVar.

Figura 33 - Comparação dos resultados em diferentes métodos.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Dessa forma, o tratamento dos limites de geração de potência reativa mostra-se indispensável para a correta representação do comportamento físico dos geradores, permitindo a obtenção de soluções de fluxo de potência mais realistas e confiáveis.

## 6.5 CONTROLE DE TENSÃO EM BARRAS REMOTAS

Nesta seção é analisado exclusivamente o controle de tensão em barras remotas, considerando um sistema sem limites de geração de potência reativa e sem a atuação simultânea de outros mecanismos de controle. Assim como na seção anterior, os resultados obtidos pelo método LWPF, implementado em MATLAB, são comparados com aqueles fornecidos pelo ANAREDE, que utiliza a metodologia convencional.

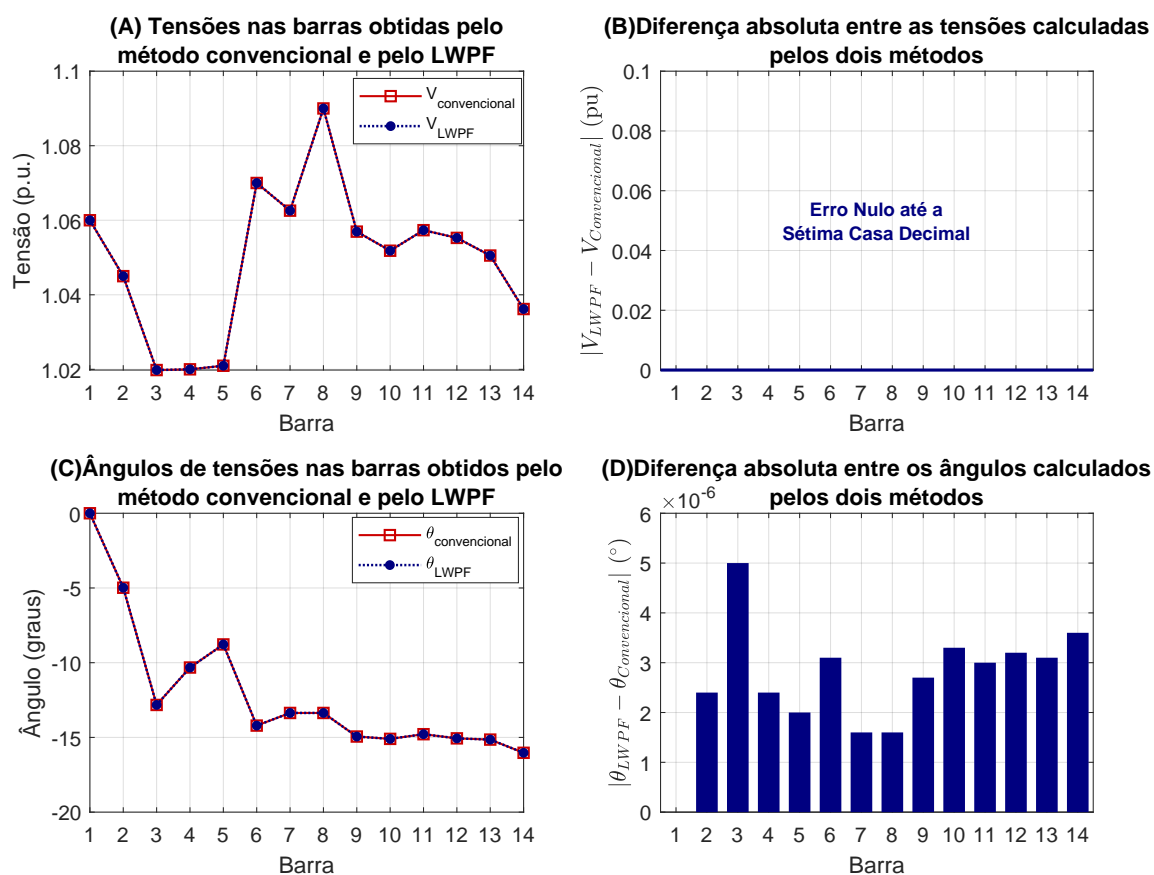
Para fins de comparação, são especificados três níveis distintos de tensão na barra controlada: um valor próximo ao nominal, um valor inferior e outro superior, com o objetivo de avaliar o comportamento do sistema sob condições extremas de operação e verificar sua estabilidade, bem como a aderência dos resultados em relação ao ANAREDE.

Para a validação dos resultados, adotou-se o controle remoto da tensão da barra 4, originalmente do tipo PQ, a partir da barra 3, originalmente do tipo PV, a qual passa a operar como barra do tipo P.

### 6.5.1 Barra 4 Controlada em 1,02 p.u.

A primeira análise consiste no controle da tensão da barra 4 em um valor próximo ao seu nível nominal de operação, especificamente em 1,02 p.u., com o objetivo de verificar a efetividade do controle implementado. O sistema foi solucionado por ambos os métodos, e os principais resultados são apresentados na Figura 34, a qual segue a mesma estrutura de apresentação adotada nas seções anteriores.

Figura 34 - Resultados para simulação com  $V_4^{esp} = 1,02$  p.u..



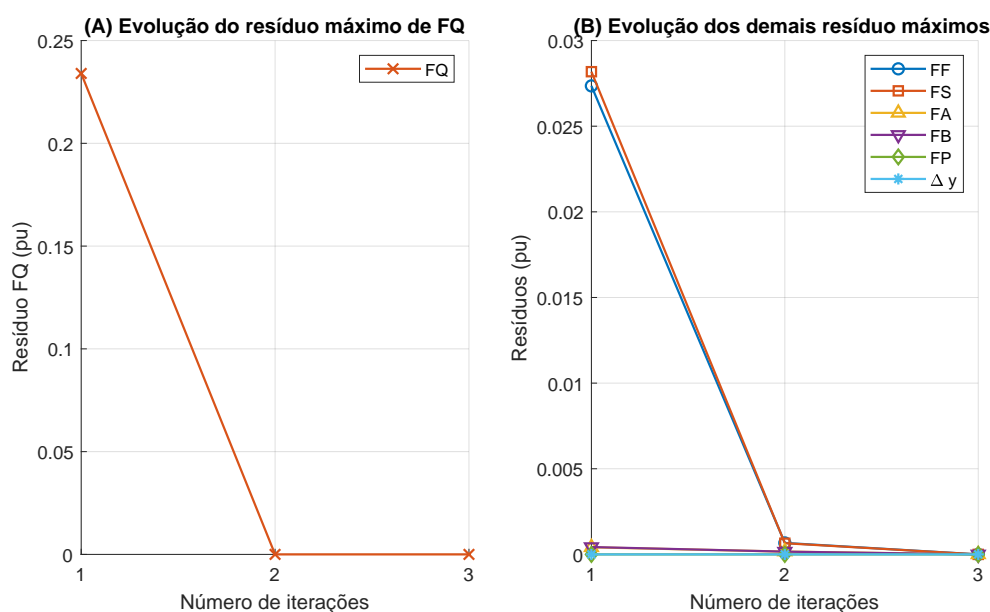
Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Na Figura 34 (A) observa-se a variação das tensões nodais, em p.u., sendo possível verificar que as curvas obtidas pelos dois métodos se sobrepõem completamente. Esse comportamento é confirmado pela Figura 34 (B), na qual os erros relativos às tensões são nulos até a sétima casa decimal, que corresponde ao maior número de dígitos analisado. A Figura 34 (C) apresenta a variação dos ângulos de tensão, em graus, para todos os barramentos, sendo as diferenças visualmente imperceptíveis. Tais diferenças são evidenciadas na Figura 34 (D), cuja magnitude está na ordem de  $10^{-6}$  graus. Verifica-se que a tensão da barra 4 foi mantida no valor especificado e que ambos os métodos levaram

a mesma solução.

Em relação à trajetória de convergência, apresentada na Figura 35, optou-se pela subdivisão em (A) e (B) devido ao elevado valor inicial do máximo resíduo de potência reativa ( $FQ$ ) na primeira iteração, mostrado na Figura 35 (A), significativamente superior aos demais resíduos. Contudo, já na segunda iteração, esse valor se aproxima de zero, indicando rápida convergência do método.

Figura 35 - Trajetória de convergência para  $V_4^{esp} = 1,02$  p.u..



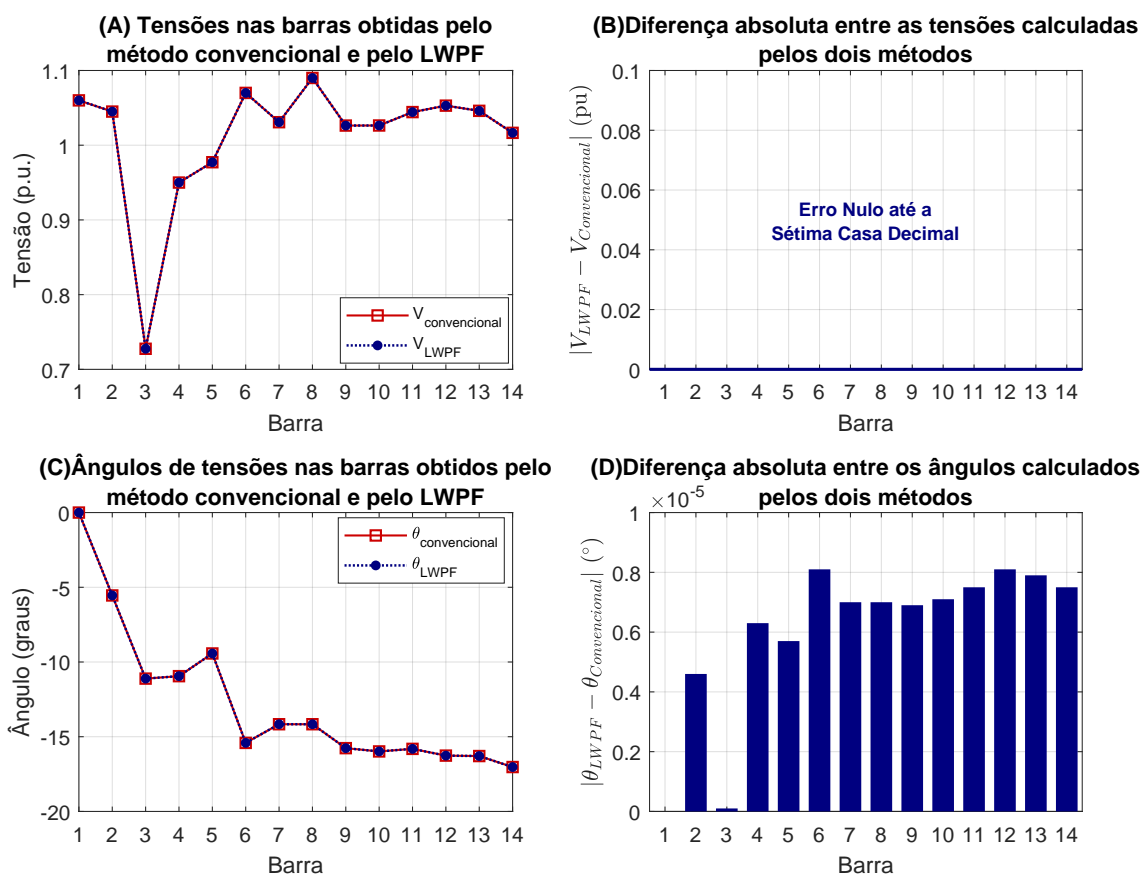
Fonte: Elaborada pela autora (2026).

A análise das curvas mostra que o processo converge em apenas três iterações, com uma redução acentuada dos resíduos entre a primeira e a segunda iteração, seguida de um pequeno ajuste final.

### 6.5.2 Barra 4 Controlada em 0,95 p.u.

De forma análoga, realizou-se a simulação para o controle da tensão da barra 4 em um nível inferior ao nominal, fixando-se  $V_4^{esp} = 0,95$  p.u.. A Figura 36 apresenta os resultados da comparação entre os métodos.

Figura 36 - Resultados para simulação com  $V_4^{esp} = 0,95$  p.u..

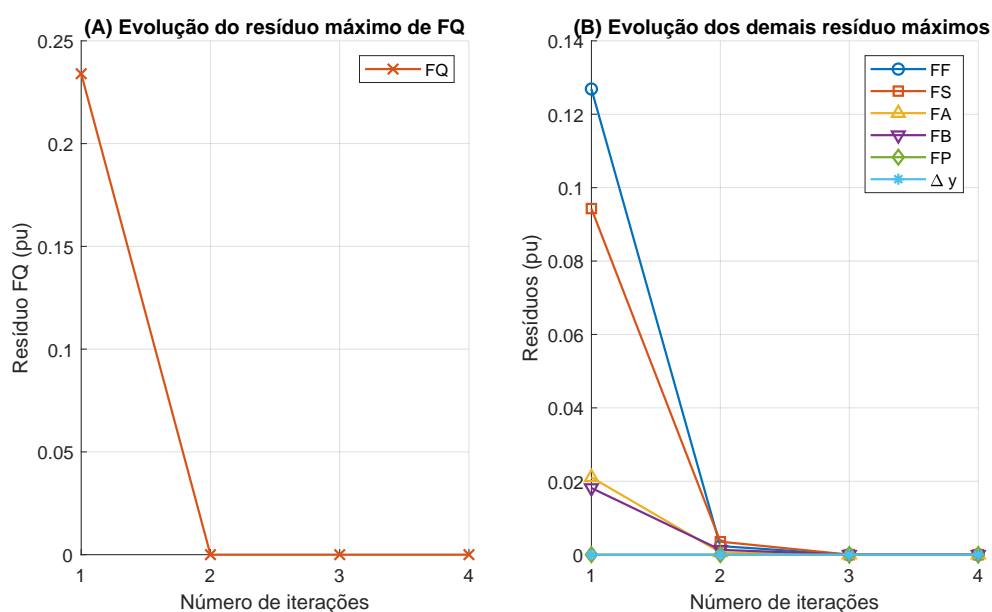


Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Assim como no caso anterior, as curvas de tensão mostradas na Figura 36 (A) se sobrepõem, indicando que ambos os métodos convergem para a mesma solução. Na Figura 36 (B), observam-se erros nulos nas tensões, enquanto na Figura 36 (C) os ângulos de tensão também coincidem. Os erros associados aos ângulos, apresentados na Figura 36 (D), são baixos, da ordem de  $10^{-5}$  graus.

A trajetória de convergência, apresentada na Figura 37, recebeu a mesma subdivisão adotada anteriormente, motivada pelo elevado resíduo inicial de  $FQ$ . Mesmo operando em um nível de tensão extremo, observa-se que a convergência ocorre de forma rápida, conduzindo ao mesmo ponto de operação.

Figura 37 - Trajetória de convergência para  $V_4^{esp} = 0,95$  p.u..



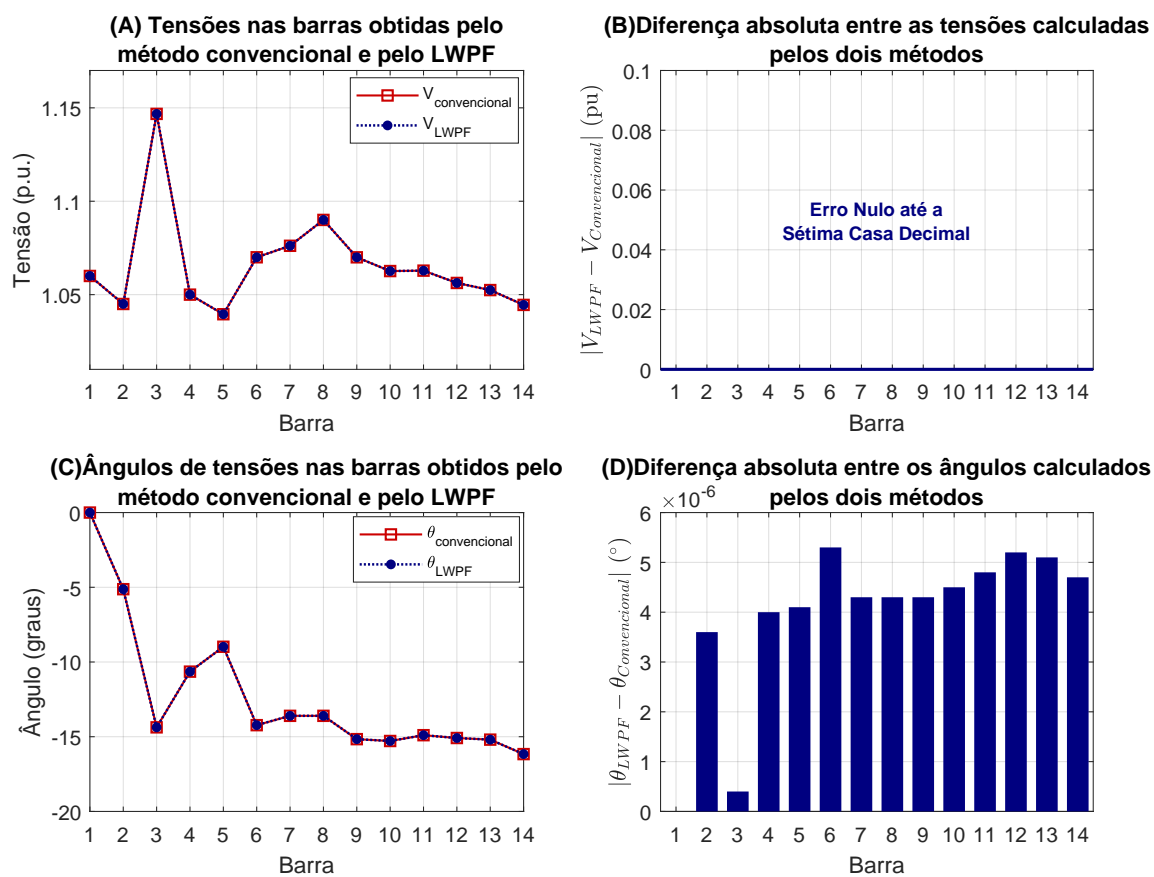
Fonte: Elaborada pela autora (2026).

### 6.5.3 Barra 4 Controlada em 1,05 p.u.

Por fim, foram realizados testes considerando a elevação da tensão especificada na barra PQV para 1,05 p.u.. A Figura 38 apresenta os resultados obtidos, sendo possível observar na Figura 38 (A) uma elevação acentuada da tensão na barra do tipo P, atingindo valores acima dos níveis considerados adequados para operação.

Os erros de tensão comparados entre os métodos permanecem nulos. As Figuras 38 (C) e (D) indicam que as curvas praticamente se sobrepõem, enquanto os erros permanecem extremamente reduzidos, na ordem de  $10^{-6}$ , demonstrando que, mesmo sob condições extremas, ambas as metodologias convergem para os mesmos resultados.

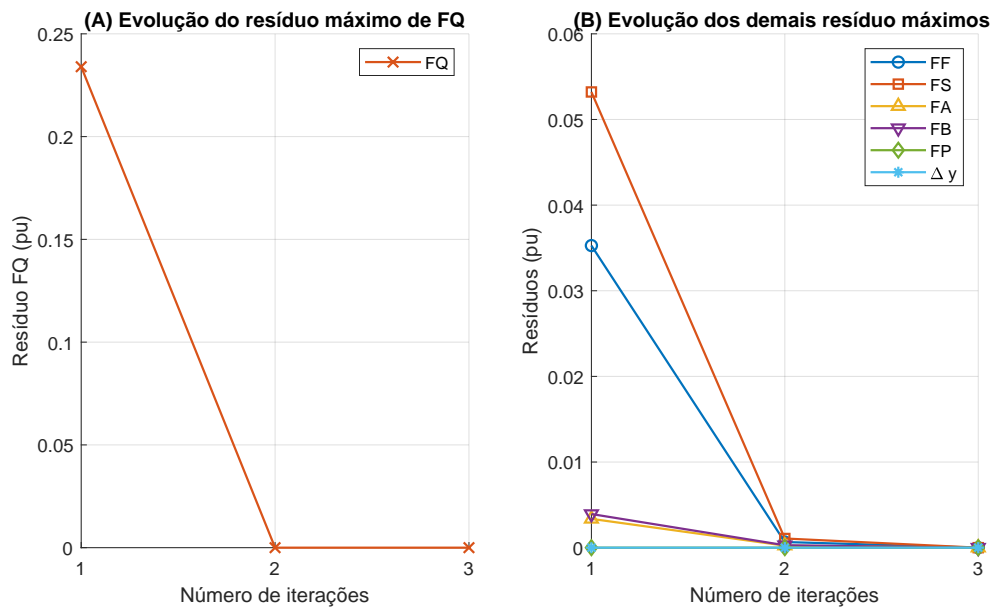
Figura 38 - Resultados para simulação com  $V_4^{esp} = 1,05$  p.u..



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

No que se refere à trajetória de convergência, apresentada na Figura 39, não foram observadas mudanças significativas, uma vez que o critério de parada é atingido rapidamente, em apenas três iterações.

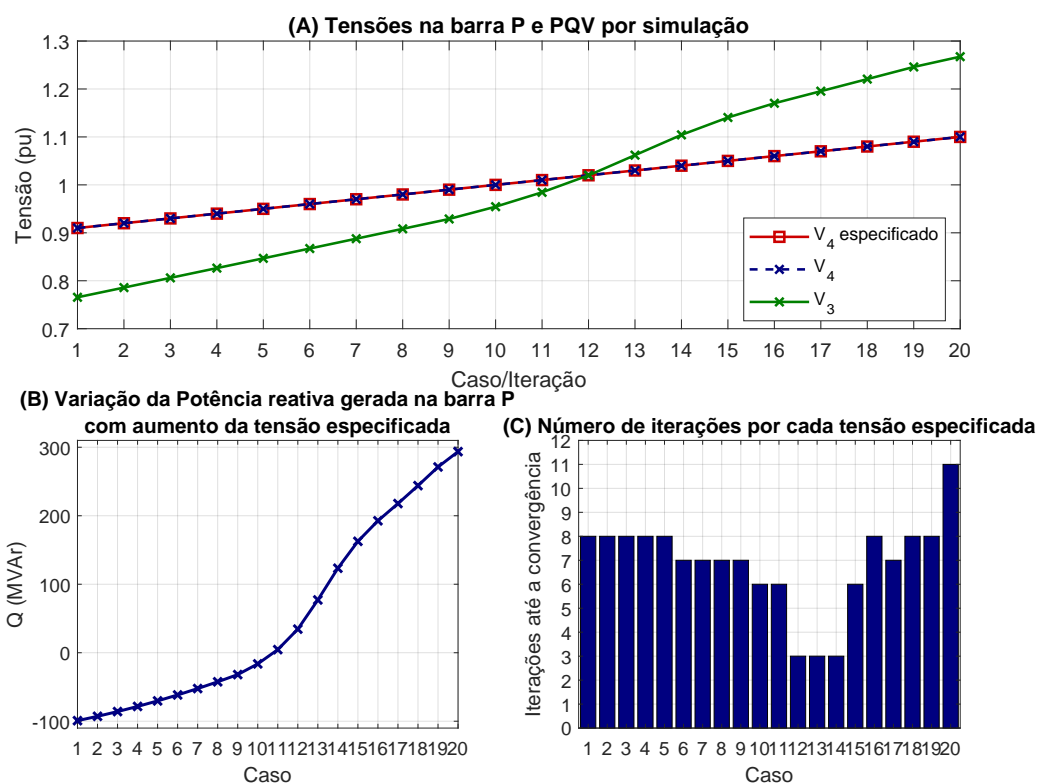
Figura 39 - Trajetória de convergência para  $V_4^{esp} = 1,05$  p.u..



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Dado que ambas as metodologias conduzem aos mesmos resultados, torna-se relevante analisar a evolução das tensões na barra do tipo P e da potência reativa por ela gerada à medida que se varia a tensão especificada na barra 4. Esses resultados são apresentados na Figura 40.

Figura 40 - Análise do comportamento do sistema sob variação de  $V_4^{esp}$  (0,91 a 1,10 p.u.) sem limites de reativo.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Foram realizadas 20 simulações utilizando exclusivamente o LWPF em MATLAB, variando-se o valor de  $V_4^{esp}$  de 0,91 a 1,10 p.u. Na Figura 40 (A) são apresentados os valores especificados e calculados da tensão na barra PQV, sendo possível observar que ambos coincidem. Além disso, verifica-se a variação da tensão na barra do tipo P, evidenciando que quanto menor o valor especificado de  $V_4$ , maior é o afundamento da tensão na barra de controle. O comportamento oposto ocorre quando  $V_4$  é elevado.

A Figura 40 (B) mostra a variação da potência reativa gerada na barra 3, necessária para manter a tensão especificada na barra PQV. Observa-se, entretanto, que a faixa de operação factível em sistemas reais seria bastante limitada, pois, considerando limites típicos deste sistema, a geração de reativo poderia variar apenas entre 0 e 40 MVar para o gerador em questão. Por fim, a Figura 40 (C) indica que quanto mais distante o ponto de operação especificado estiver da condição real do sistema, maior é o número de iterações necessárias para a convergência.

A Tabela 11 apresenta uma síntese da comparação entre os métodos, considerando o número de iterações, as tensões nas barras P e PQV e a potência reativa gerada na barra P. Verifica-se que ambos os métodos convergem para o mesmo ponto de operação, sendo

as diferenças restritas ao número de iterações ou a pequenas discrepâncias na potência reativa gerada, da ordem de  $10^{-4}$  MVar.

Tabela 11 – Comparação de resultados entre os métodos com controle remoto de tensão.

$V^{esp}$ (p.u.)	Parâmetro	LWPF	ANAREDE	Erro Absoluto
0,95	Tensão $V_4$ (p.u.)	0,95000	0,95000	0,0000
	$V_3$ (p.u.)	0,85000	0,85000	0,0000
	$Qg_3$ (MVar)	- 164,50003	- 164,50000	0,00003
	Iterações	4	3	—
1,02	Tensão $V_4$ (p.u.)	1,02000	1,02000	0,0000
	$V_3$ (p.u.)	1,04500	1,04500	0,0000
	$Qg_3$ (MVar)	34,47018	34,47018	0,00000
	Iterações	4	3	—
1,05	Tensão $V_4$ (p.u.)	1,05000	1,05000	0,0000
	$V_3$ (p.u.)	1,14677	1,14677	0,0000
	$Qg_3$ (MVar)	173,47333	173,47300	0,00003
	Iterações	3	3	—

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

A partir dos resultados obtidos, pode-se afirmar que o método proposto é consistente e converge para o mesmo ponto de operação alcançado pela solução de fluxo de potência com equacionamento convencional. Contudo, observa-se que, embora o CRT seja matematicamente viável, os pontos de operação adequados do sistema são significativamente mais restritos, uma vez que os níveis de potência reativa requeridos extrapolam aqueles possíveis em operação real. Dessa forma, torna-se fundamental a imposição de limites à geração de potência reativa, a fim de garantir que a solução encontrada seja fisicamente coerente e operacionalmente viável.

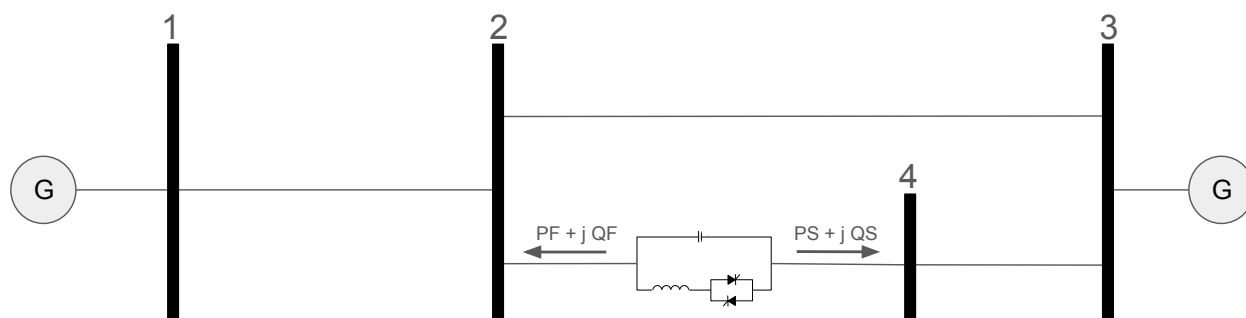
## 6.6 COMPENSAÇÃO SÉRIE CONTROLADA

Com o objetivo de comprovar a compatibilidade da implementação do controle de Compensação Série Controlada (CSC) com a metodologia tradicional de fluxo de potência, inicialmente é analisado um único caso comparativo entre as duas abordagens. Em seguida, são realizadas variações na geração da barra 1, de forma a avaliar o comportamento do sistema elétrico, em especial a evolução da reatância série do dispositivo CSC necessária para manter o fluxo de potência ativa fixo no ramo controlado.

O circuito teste utilizado para a realização das comparações é apresentado na Figura 41. O sistema é composto por quatro barramentos e quatro linhas de transmissão. O dispositivo CSC está instalado na linha entre os barramentos 2 e 4, sendo responsável pelo controle do fluxo de potência ativa entre os barramentos 4 e 3. O valor de fluxo de potência ativa especificado para controle foi  $PF = -167$  MW. A barra 3 é definida como

barra slack, a barra 1 é do tipo PV, com geração inicial de 200 MW, enquanto as barras 2 e 4 são barras de carga do tipo PQ.

Figura 41 - Sistema-teste para simulação do CSC.

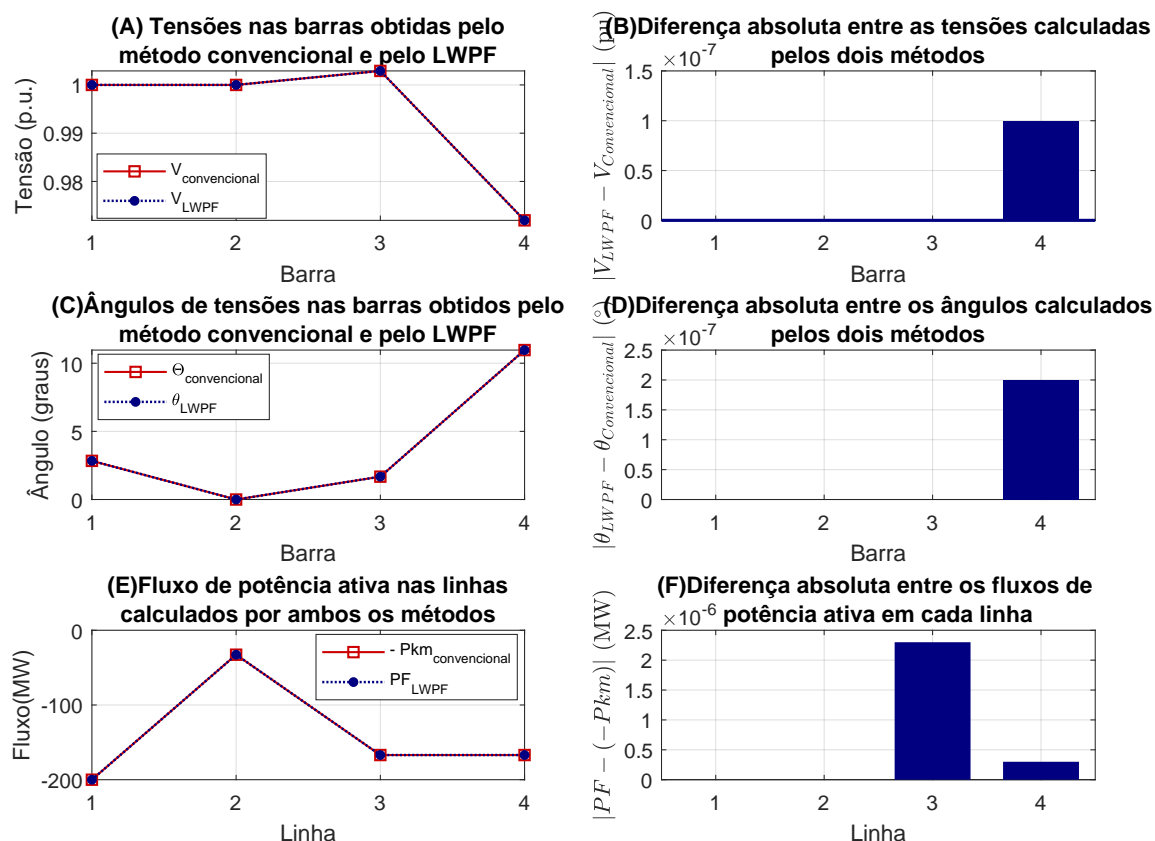


Fonte: Adaptada de Passos Filho (2000).

As simulações foram realizadas tanto no *software* ANAREDE quanto em ambiente MATLAB, utilizando a metodologia proposta neste trabalho. Os principais resultados comparativos são apresentados na Figura 42. Na Figura 42 (A) observa-se a comparação das magnitudes de tensão em todos os barramentos, sendo possível notar que as curvas praticamente se sobrepõem, indicando excelente concordância entre as metodologias. Na Figura 42 (B), que apresenta a diferença absoluta das tensões, verifica-se que este é o único controle no qual ocorre uma pequena divergência entre os dois equacionamentos. Ainda assim, a diferença permanece da ordem de  $10^{-7}$  p.u., valor plenamente compatível com o critério de tolerância adotado.

As Figuras 42 (C) e (D) apresentam, respectivamente, os ângulos de tensão dos barramentos e suas diferenças associadas. Observa-se que o mesmo comportamento identificado para as tensões se repete, com os ângulos praticamente coincidentes e erros da ordem de  $10^{-6}$ . Nas Figuras 42 (E) e (F), a análise é direcionada aos fluxos de potência ativa nas linhas do sistema. Nota-se que ambas as metodologias conduzem aos mesmos valores de fluxo em todas as linhas. A maior diferença ocorre na linha que contém o dispositivo CSC, porém este permanece da ordem de  $10^{-6}$  MW. Considerando que esta simulação foi realizada com base de 1000 MVA, a diferença correspondente em p.u. é da ordem de  $10^{-9}$ , caracterizando resultados extremamente satisfatórios.

Figura 42 - Comparação entre os métodos Convencional e LWPF para um sistema com dispositivo CSC com  $PF_{4-2} = -167$  MW.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

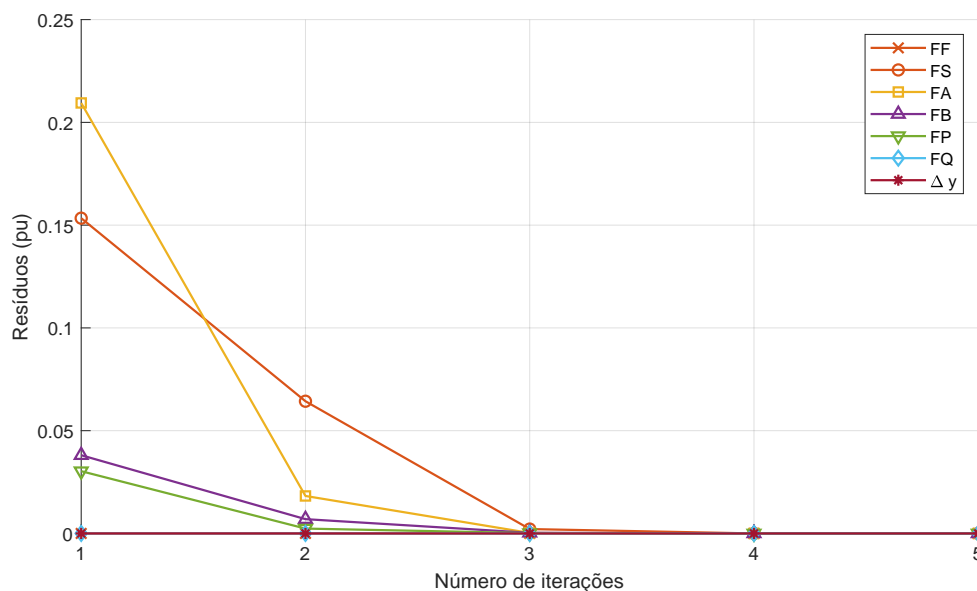
Em relação ao número de iterações necessárias para a convergência, a metodologia baseada no equacionamento por linha obteve a solução com uma iteração a menos quando comparada ao ANAREDE. Esse comportamento se manteve em parte das simulações realizadas, indicando que, para este tipo de controle, a metodologia proposta tende a apresentar igual ou melhor desempenho iterativo em relação à abordagem convencional.

A Figura 43 apresenta a trajetória de convergência do sistema com a inclusão do CSC. Observa-se que, embora este controle demande um número ligeiramente maior de iterações quando comparado a outros controles analisados, a convergência ocorre de forma rápida, estando o sistema muito próximo da solução final já na terceira iteração.

Para o caso base analisado, os valores de reatância do CSC obtidos pelas duas metodologias foram  $X_{csc} = -0,942090559$  no MATLAB e  $X_{csc} = -0,942090562$  no ANAREDE, resultando em uma diferença da ordem de  $3 \times 10^{-9}$ . Esse resultado evidencia a elevada precisão e a equivalência numérica entre as abordagens.

Com o intuito de avaliar a atuação do CSC frente ao aumento da geração de

Figura 43 - Trajetória de convergência com uso de CSC.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

potência ativa na barra 1, foram realizadas simulações sucessivas variando a geração de 200 MW até 335 MW. Para cada cenário, analisaram-se os fluxos de potência nas linhas e a variação da reatância do CSC necessária para manter o fluxo controlado em  $PF = -167$  MW. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 12.

Observa-se que, mesmo com a variação da potência ativa gerada na barra 1, o sistema se ajusta adequadamente e o CSC atua de forma eficaz para manter o fluxo de potência ativa na linha entre os barramentos 3 e 4 no valor especificado. Os valores de geração adotados correspondem aos limites operacionais nos quais o CSC consegue manter o fluxo controlado. Para valores fora dessa faixa, o sistema deixa de convergir em ambas as metodologias.

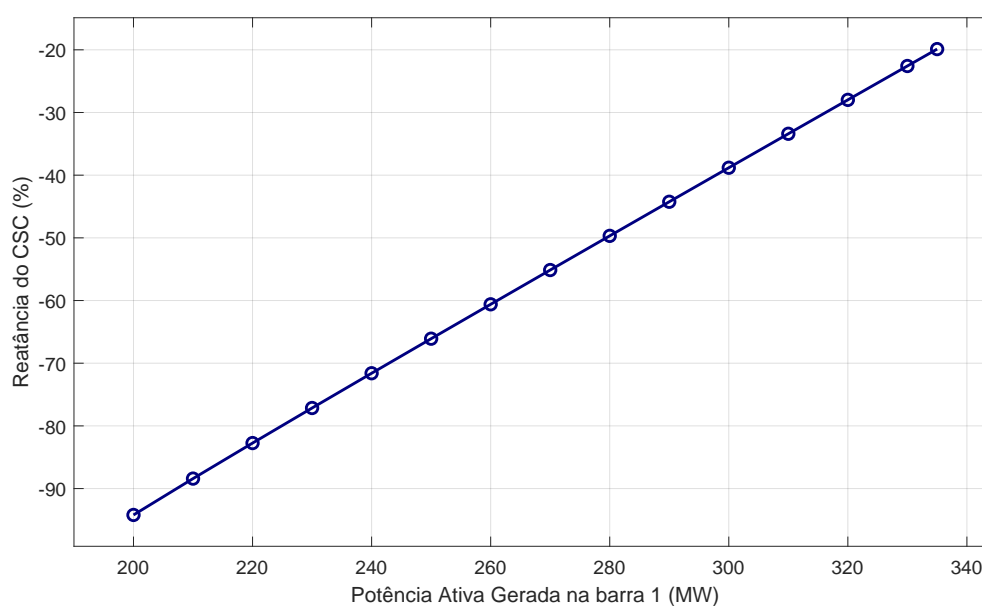
A Figura 44 ilustra a adaptação da reatância do CSC em função do aumento da potência ativa gerada na barra 1. Nota-se que, à medida que a geração aumenta, o módulo da reatância necessária diminui para garantir o fluxo de potência ativa especificado na linha controlada.

Tabela 12 – Resultados das simulações do controle CSC.

Simulação	Fluxo 1-3	Fluxo 3-2	Fluxo 4-2	Fluxo 3-4	$x_{csc}$	$P_{g1}$ (MW)
1	-200,0000	-32,7082	-167,0000	-167,0000	-94,2091	200,0000
2	-210,0000	-42,6840	-167,0002	-167,0000	-88,4091	210,0000
3	-220,0000	-52,6564	-167,0000	-167,0000	-82,7402	220,0000
4	-230,0000	-62,6264	-167,0000	-167,0000	-77,1464	230,0000
5	-240,0000	-72,5946	-167,0000	-167,0000	-71,6010	240,0000
6	-250,0000	-82,5610	-167,0000	-167,0000	-66,0891	250,0000
7	-260,0000	-92,5259	-167,0000	-167,0000	-60,6021	260,0000
8	-270,0000	-102,4892	-167,0000	-167,0000	-55,1343	270,0000
9	-280,0000	-112,4509	-167,0000	-167,0000	-49,6820	280,0000
10	-290,0000	-122,4112	-167,0000	-167,0000	-44,2426	290,0000
11	-300,0000	-132,3700	-167,0000	-167,0000	-38,8141	300,0000
12	-310,0000	-142,3273	-167,0000	-167,0000	-33,3953	310,0000
13	-320,0000	-152,2831	-167,0000	-167,0000	-27,9850	320,0000
14	-330,0000	-162,2374	-167,0000	-167,0000	-22,5825	330,0000
15	-335,0000	-167,2141	-167,0000	-167,0000	-19,8840	335,0000

Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Figura 44 - Variação da reatância do dispositivo CSC em função do aumento da geração de potência ativa na barra 1.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

De forma geral, o controle por CSC mostrou-se plenamente compatível com a

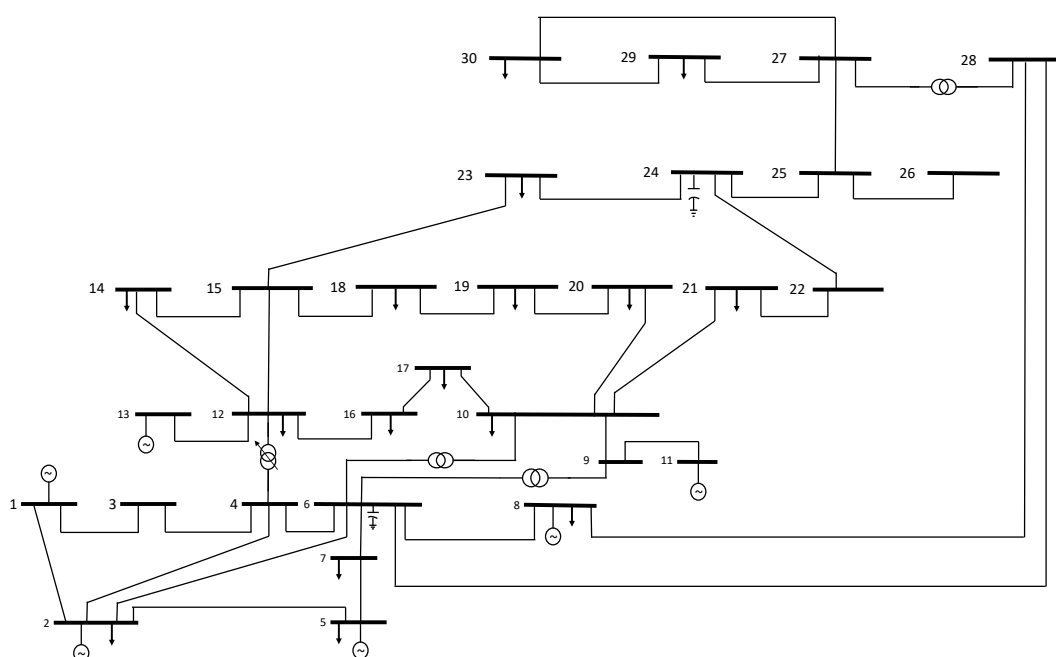
metodologia convencional de fluxo de potência, apresentando elevada precisão numérica e, em média, demandando o mesmo número de iterações ou menos para a convergência do sistema. Adicionalmente, a matriz Jacobiana associada a esse controle apresenta elevada esparsidade, característica que contribui diretamente para a eficiência computacional da metodologia proposta.

No caso sem controle, considerando-se uma reatância fixa entre os barramentos 2 e 3, a matriz Jacobiana apresenta 15,80% de seus termos não nulos. Com a inclusão do controle CSC, esse percentual é reduzido para 15,36%, evidenciando que a presença do dispositivo de controle aumenta a proporção de termos nulos na Jacobiana. Tal característica reforça o potencial da metodologia proposta para aplicações em sistemas de maior porte, nos quais a esparsidade da matriz é um fator determinante para o desempenho computacional.

## 6.7 CONTROLE LTC E CONTROLE REMOTO DE TENSÃO

Para validar a atuação conjunta de diferentes dispositivos de controle, utilizou-se o sistema IEEE 30 barras, conforme ilustrado na Figura 45. A configuração experimental consistiu na alocação de um LTC entre os barramentos 4 e 12, com o objetivo de regular a tensão no barramento 12. Simultaneamente, configurou-se o CRT, no qual o gerador da barra 2 é responsável por controlar a magnitude da tensão na barra 7.

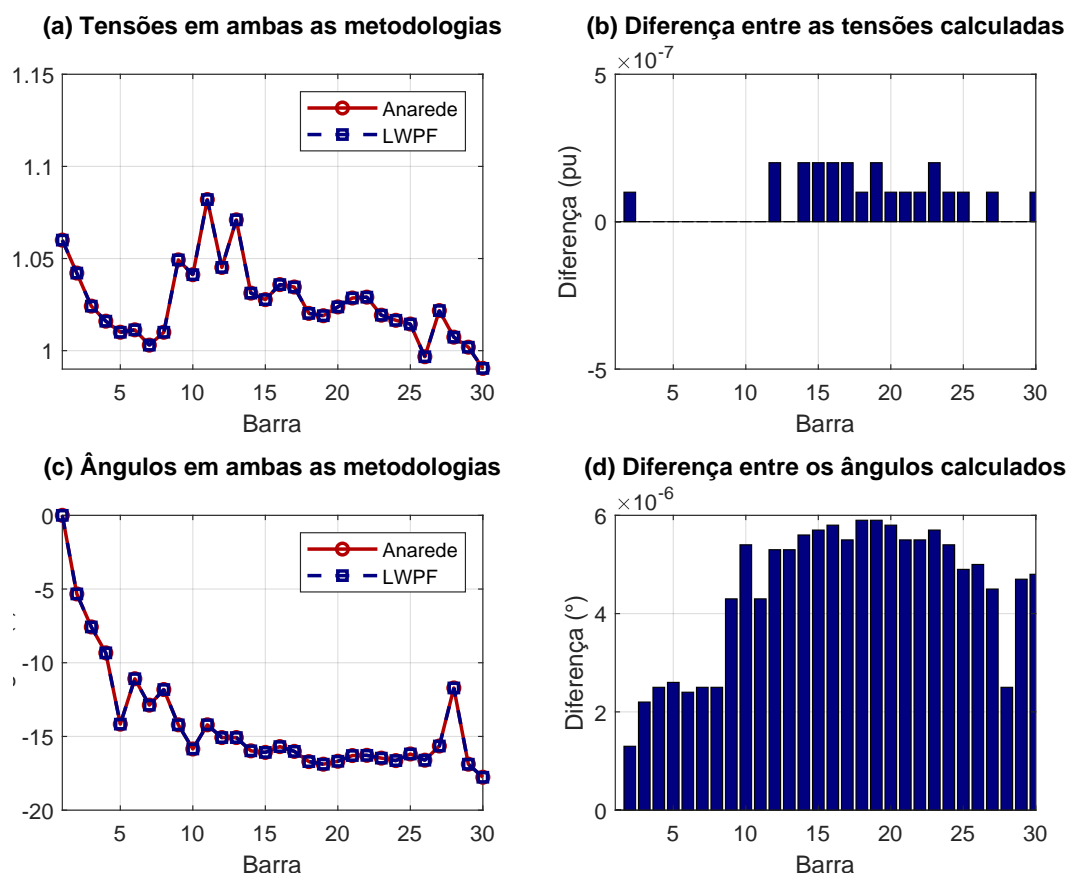
Figura 45 - Diagrama unifilar do sistema IEEE 30 barras.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

A comparação entre os resultados obtidos pela metodologia convencional e pela metodologia LWPF proposta está apresentada na Figura 46. Observa-se uma concordância notável entre as curvas de magnitude de tensão e de ângulo de fase, que praticamente se sobrepõem.

Figura 46 - Resultados da simulação do sistema IEEE 30 barras com LTC e CRT.



Fonte: Elaborada pela autora (2026).

Quantitativamente, a diferença entre os métodos foi da ordem de  $10^{-7}$  p.u. para as tensões e de  $10^{-6}$  graus para os ângulos. Tais resultados demonstram que a precisão da metodologia se mantém elevada mesmo em sistemas de maior porte e sob a atuação simultânea de múltiplos controles.

Em termos de desempenho computacional, o algoritmo LWPF convergiu em 3 iterações, enquanto a metodologia tradicional do ANAREDE exigiu 4 iterações. No que tange às variáveis de controle, ambos os métodos convergiram para um *tap* de 0,97300 no LTC, garantindo a regulação da tensão no barramento de carga conforme o especificado. Quanto ao CRT, o gerador da barra 2 controlou a tensão do barramento 7 em 1,003 p.u., operando com uma geração de potência reativa de 43,2414 MVar. A diferença residual de reativo entre as metodologias foi de  $10^{-6}$  p.u..

Dessa forma, os resultados confirmam a consistência e a robustez da metodologia LWPF com o aumento da dimensão do sistema elétrico e a complexidade dos controles operativos. Ressalta-se que, nesta etapa da análise, não foram considerados os limites de geração de potência reativa para os barramentos do sistema.

## 6.8 SUMÁRIO DO CAPÍTULO

O presente capítulo abordou simulações com o objetivo de validar os resultados apresentados no Capítulo 5. Para tal, foram utilizados o *software* MATLAB, no qual se implementou a metodologia proposta, e o ANAREDE, ferramenta consolidada e amplamente confiável, empregada para a comparação com os resultados do fluxo de potência obtidos por meio da formulação clássica. Inicialmente, realizou-se a validação do método LWPF, o qual se mostrou amplamente coerente com os resultados da metodologia tradicional. Em seguida, foi implementado o controle de tensão por meio do LTC na metodologia em questão, que apresentou solução equivalente à obtida pelo método clássico.

Na sequência, foram apresentados os resultados referentes ao CRT e ao controle de potência ativa na linha por meio do dispositivo CSC, os quais foram comparados com a metodologia clássica. Ambos os controles demonstraram desempenho satisfatório e resultados consistentes.

Além dos controles considerados, abordou-se o tratamento dos limites de potência reativa gerada em barras do tipo PV, por se tratar de um aspecto essencial para a adequada representação de sistemas elétricos reais.

Em todas as simulações realizadas, os resultados obtidos foram satisfatórios, conduzindo à mesma solução, com divergências entre os métodos compatíveis com a tolerância previamente especificada.

Por fim, considerando tratar-se de *softwares* distintos e com o objetivo de verificar se a inserção dos controles afetaria o desempenho do método, analisou-se a esparsidade da matriz Jacobiana com e sem a inclusão dos controles. Os resultados indicaram que a inserção desses elementos não altera de forma significativa a esparsidade da Jacobiana.

## 7 CONCLUSÕES

Esta dissertação teve como objetivo aprofundar e expandir o estudo da metodologia *Line-Wise Power Flow*, a qual se mostra promissora em termos de desempenho computacional e qualidade das soluções obtidas. Para isso, foram implementados e analisados diferentes mecanismos de controle amplamente utilizados na operação do SEP, incluindo o controle de tensão por meio de transformadores LTC, o controle remoto de tensão via injeção de potência reativa, o controle de potência ativa por meio de CSC, bem como a consideração das limitações de geração de potência reativa do sistema.

Os controles implementados seguem a metodologia proposta por Passos Filho (2000), a qual consiste, de forma geral, na ampliação da dimensão da matriz Jacobiana, permitindo a inserção e a retirada dos controles de maneira eficiente e sistemática. A integração dessa abordagem à formulação LWPF contribui para tornar o método mais aderente à representação de sistemas elétricos reais, ampliando sua flexibilidade e aplicabilidade prática.

A partir dessas implementações, foram incorporados à metodologia LWPF controles fundamentais do SEP, ampliando significativamente o escopo dos estudos existentes na literatura. Até o presente momento, tais mecanismos de controle não haviam sido abordados de forma integrada à formulação LWPF, consolidando-se como uma contribuição original deste trabalho no sentido de aproximar o método das condições reais de operação dos sistemas elétricos.

Os resultados obtidos indicam que o método LWPF apresenta comportamento consistente quando comparado ao fluxo de potência convencional, fornecendo soluções com erros mínimos ou nulos. Além disso, o elevado percentual de termos nulos observado na matriz Jacobiana reforça o potencial de ganhos computacionais já reportado na literatura. Verifica-se que, mesmo com o aumento da dimensão da Jacobiana decorrente da inserção dos controles, sua esparsidade é preservada ou até ampliada, indicando que os benefícios computacionais do método tendem a ser mantidos na presença de mecanismos adicionais de controle.

Considerando que o fluxo de potência é uma das principais ferramentas para a análise e a operação do SEP, a validação da metodologia LWPF, bem como a incorporação dos controles abordados nesta dissertação, constituem avanços relevantes para o desenvolvimento do método. Por se tratar de uma abordagem relativamente recente, tais contribuições reforçam o potencial da LWPF em se tornar competitiva frente aos métodos clássicos amplamente utilizados.

Como limitações deste trabalho, destacam-se a realização de testes apenas em sistemas de menor porte e a análise restrita do desempenho computacional em termos de tempo de processamento, uma vez que foram utilizados *softwares* distintos para as

simulações. Além disso, não foram exploradas técnicas específicas de aproveitamento da esparsidade da matriz Jacobiana com objetivo de obter maiores ganhos computacionais, diferentemente de ferramentas consolidadas, como o ANAREDE, que já incorporam otimizações internas bem estabelecidas.

## 7.1 SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

A metodologia LWPF ainda é recente e pouco explorada, apresentando um amplo conjunto de possibilidades para pesquisas futuras. Com base nos resultados e nas análises desenvolvidas neste trabalho, destacam-se como principais sugestões:

- Inclusão de controle coordenado por meio de múltiplos transformadores com comutação sob carga (LTCs);
- Comparação direta do desempenho computacional, especialmente em termos de tempo de processamento, entre o LWPF e métodos convencionais, utilizando a mesma plataforma computacional;
- Utilização conjunta de múltiplos tipos de controle em um mesmo sistema;
- Inserção e análise do controle baseado em dispositivos do tipo *Static Synchronous Series Compensator* (SSSC).

## A EQUACIONAMENTO DETALHADO DO LINE-WISE POWER FLOW

Considere a relação fundamental entre a tensão e a corrente em um sistema elétrico:

$$\dot{V} = \dot{I} \cdot Z.$$

A partir do circuito equivalente apresentado na Figura 2 (onde  $\dot{V}$  representa a diferença de potencial entre os barramentos  $k$  e  $m$ ), a equação pode ser detalhada na forma fasorial:

$$|V_k| \angle \delta_k - |V_m| \angle \delta_m = \dot{I} \cdot Z.$$

Adicionalmente, considerando a definição de potência complexa  $S = \dot{V} \cdot \dot{I}^*$  no terminal  $m$ , a expressão para a corrente  $\dot{I}$  é obtida por:

$$\dot{I} = \left( \frac{S}{\dot{V}} \right)^*.$$

Substituindo esta expressão por  $\dot{I}$ , e denotando a potência a potência que entra no segundo barramento ( $m$ ) como  $SS_l \angle \phi$  e a impedância  $Z_l$  como  $|Z_l| \angle \theta$ , tem-se:

$$|V_k| \angle \delta_k - |V_m| \angle \delta_m = \frac{(SS_l \angle \phi)^*}{(V_m \angle \delta_m)^*} \cdot Z_l \angle \theta.$$

Multiplicando ambos os lados pelo conjugado da tensão no segundo extremo temos:

$$(|V_k| \angle \delta_k - |V_m| \angle \delta_m) \cdot (|V_m| \angle \delta_m)^* = \left[ \left( \frac{SS_l \angle \phi}{V_m \angle \delta_m} \right)^* \cdot Z_l \angle \theta \right] \cdot (|V_m| \angle \delta_m)^*.$$

Efetivando o produto, obtém-se:

$$(|V_k| \angle \delta_k) \cdot (|V_m| \angle \delta_m)^* - V_m^2 = (SS_l \angle \phi)^* \cdot Z_l \angle \theta.$$

A fim de separar as componentes real e imaginária, reescreve-se os fasores em sua forma trigonométrica:

$$[|V_k| \cdot (\cos \delta_k + j \sin \delta_k) \cdot |V_m| \cdot (\cos \delta_m - j \sin \delta_m)] - V_m^2 = [|SS_l| \cdot (\cos \phi - j \sin \phi) \cdot |Z_l| \cdot (\cos \theta + j \sin \theta)].$$

Expandindo os produtos, chega-se à relação:

$$\begin{aligned} & |V_k| \cdot |V_m| \cdot \cos \delta_k \cdot \cos \delta_m - j \cdot |V_k| \cdot |V_m| \cdot \cos \delta_k \sin \delta_m + j \cdot |V_k| \cdot |V_m| \cdot \sin \delta_k \cdot \cos \delta_m + |V_k| \cdot |V_m| \cdot \sin \delta_k \sin \delta_m - V_m^2 \\ &= |SS_l| \cdot |Z_l| \cos \phi \cdot \cos \theta + j \cdot |SS_l| \cdot |Z_l| \cdot \cos \phi \sin \theta - j \cdot |SS_l| \cdot |Z_l| \cdot \sin \phi \cdot \cos \theta + |SS_l| \cdot |Z_l| \sin \phi \sin \theta. \end{aligned}$$

Agrupando os termos, obtém-se:

$$\begin{aligned} & |V_k| \cdot |V_m| \cdot (\cos \delta_k \cos \delta_m - j \cdot \cos \delta_k \sin \delta_m + j \cdot \sin \delta_k \cos \delta_m + \sin \delta_k \sin \delta_m) - V_m^2 \\ &= |SS_l| \cdot |Z_l| \cdot (\cos \phi \cos \theta + j \cdot \cos \phi \sin \theta - j \cdot \sin \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta). \end{aligned}$$

Separando em parte real e imaginária: **Parte real:**

$$|V_k| \cdot |V_m| \cdot (\cos \delta_k \cos \delta_m + \sin \delta_k \sin \delta_m) - V_b^2 = |SS_l| \cdot |Z_l| \cdot (\cos \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta),$$

**Parte imaginária:**

$$|V_k| \cdot |V_m| \cdot (-\cos \delta_k \sin \delta_m + \sin \delta_k \cos \delta_m) = |SS_l| \cdot |Z_l| \cdot (\cos \phi \sin \theta - \sin \phi \cos \theta).$$

Aplicando as identidades trigonométricas de soma e subtração de arcos:

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B,$$

$$\sin(A - B) = \cos B \sin A - \cos A \sin B,$$

a equação complexa é compactada em duas expressões acopladas:

$$\begin{cases} \text{Parte real: } |V_k| \cdot |V_m| \cdot \cos(\delta_k - \delta_m) - V_b^2 = |SS_l| \cdot |Z_l| \cdot \cos(\phi - \theta) \\ \text{Parte imaginária: } |V_k| \cdot |V_m| \cdot \sin(\delta_k - \delta_m) = |SS_l| \cdot |Z_l| \cdot \sin(\theta - \phi) \end{cases}.$$

Alternativamente, pode-se reescrever o produto  $S^* \cdot Z$  utilizando as formas retangulares da potência aparente (complexo conjugado) e da impedância:

$$SS_l^* = PS_l - j \cdot QS_l \quad \text{e} \quad Z_l = R_l + j \cdot X_l,$$

de modo que o produto entre as grandezas complexas resulta em:

$$SS_l^* \cdot Z_l = (PS_l - j \cdot QS_l) \cdot (R_l + j \cdot X_l),$$

$$SS_l^* \cdot Z_l = PS_l \cdot R_l + j \cdot PS_l \cdot X_l - j \cdot QS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l.$$

Dessa forma, a parte real e a parte imaginária do produto são dadas por:

$$\Re\{SS_l^* \cdot Z_l\} = PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l,$$

$$\Im\{SS_l^* \cdot Z_l\} = PS_l \cdot X_l - QS_l \cdot R_l.$$

A identidade modular-angular pode ser substituída pelo seu equivalente, dados abaixo:

$$|SS_l| |Z_l| \cos(\phi - \theta) \quad \longrightarrow \quad PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l,$$

$$|SS_l| |Z_l| \sin(\theta - \phi) \quad \longrightarrow \quad PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l.$$

A substituição dessas componentes conduz a:

$$\begin{cases} |V_k| \cdot |V_m| \cdot \cos(\delta_k - \delta_m) = PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + V_b^2 \\ |V_k| \cdot |V_m| \cdot \sin(\delta_k - \delta_m) = PS_l \cdot X_l - QS_l \cdot R_l \end{cases},$$

que pode ser resolvido de duas maneiras, a primeira efetuando a divisão da parte imaginária pela parte real e a segunda pela soma dos quadrados.

**Forma 1: Divisão da parte imaginária pela real**

$$\frac{|V_k| \cdot |V_m| \cdot \sin(\delta_k - \delta_m)}{|V_k| \cdot |V_m| \cdot \cos(\delta_k - \delta_m)} = \frac{PS_l \cdot X_l - QS_l \cdot R_l}{PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + V_b^2}$$

Isolando o termo tangente, obtém-se a expressão final:

$$\tan(\delta_k - \delta_m) \cdot (PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + V_b^2) = PS_l \cdot X_l - QS_l \cdot R_l.$$

Analogamente, ao se considerar o sentido oposto, ou seja, o fluxo de potência  $SF = PF + jQF$  no terminal  $k$ . A expressão resultante é, portanto:

$$\tan(\delta_m - \delta_k) \cdot (PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + V_a^2) = PF_l \cdot X_l - QF_l \cdot R_l.$$

Entretanto, devido ao uso dos quadrados das tensões neste método, as equações podem ser reescritas na forma:

$$\begin{cases} \tan(\delta_k - \delta_m) \cdot (PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + U_b) - PS_l \cdot X_l + QS_l \cdot R_l = 0 \\ \tan(\delta_m - \delta_k) \cdot (PF_l \cdot R_l + QF_l \cdot X_l + U_a) - PF_l \cdot X_l + QF_l \cdot R_l = 0 \end{cases},$$

onde:

- $U_m = |V_m|^2$  e  $U_k = |V_k|^2$  representam os quadrados dos módulos das tensões nos barramentos  $m$  e  $k$ , respectivamente;
- $PS_l$  e  $QS_l$  correspondem às potências ativa e reativa que fluem de  $k$  para  $m$  (fluxo  $k \rightarrow m$ );
- $PF_l$  e  $QF_l$  correspondem às potências ativa e reativa que fluem de  $m$  para  $k$  (fluxo  $m \rightarrow k$ );
- $R_l$  e  $X_l$  são, respectivamente, a resistência e a reatância da linha que interliga os barramentos  $k$  e  $m$ .

As equações obtidas serão denominadas, respectivamente, FB(W) e FA(W), e compõem o vetor de equações lineares que modela o sistema.

**Forma 2: Soma dos quadrados**

Elevando ao quadrado as equações real e imaginária e somando-as, obtém-se:

$$(|V_k| |V_m|)^2 = (PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l + |V_m|^2)^2 + (PS_l \cdot X_l - QS_l \cdot R_l)^2. \quad (\text{A.1})$$

Após a expansão algébrica e reorganização dos termos, resulta uma equação quadrática em função de  $|V_m|^2$ :

$$|V_m|^4 + 2|V_m|^2 \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{|V_k|^2}{2} \right) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 = 0, \quad (\text{A.2})$$

podendo ser reescrita como:

$$|U_m|^2 + 2|U_m| \left( PS_l \cdot R_l + QS_l \cdot X_l - \frac{|U_k|}{2} \right) + SS_l^2 \cdot Z_l^2 = 0, \quad (\text{A.3})$$

onde  $SS_l^2 = PS_l^2 + QS_l^2$  e  $Z_l^2 = R_l^2 + X_l^2$ .



## REFERÊNCIAS

- ACHA, E. et al. *FACTS: Modelling and Simulation in Power Networks*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2004. Primeira edição abrangente sobre modelagem e simulação de sistemas FACTS. ISBN 0470852712, 9780470852712.
- ALDIK, A.; VENKATESH, B. Reactive power planning using convex line-wise power balance equations for radial distribution systems. *Iet Generation Transmission & Distribution*, v. 14, p. 2399–2406, 2020. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:214179738>>.
- ALDIK, A. R.; VENKATESH, B. Fast qc relaxation of the optimal power flow using the line-wise model for representing meshed transmission networks. *IEEE Access*, v. 11, p. 2775–2786, 2023. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:251783108>>.
- ALDIK, A. R.; VENKATESH, B. Fast sdp relaxation of the optimal power flow using the line-wise model for representing meshed transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 38, p. 3814–3827, 2023. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:259218110>>.
- BARAN, M.; WU, F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 1, p. 725–734, 1989.
- COSTA, V. M. d. *Circuitos Elétricos Lineares: Enfoques Teórico e Prático*. Rio de Janeiro: Interciência, 2013. ISBN 9788571933019.
- COSTA, V. M. d. *Análise de Fluxo de Potência: Uma abordagem geral*. Rio de Janeiro: Interciência, 2025. ISBN 8571934886.
- GLOVER, J.; SARMA, M.; OVERBYE, T. *Power System Analysis & Design, SI Version*. Cengage Learning, 2012. ISBN 9781111425791. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=HrtXTToLEbVoC>>.
- GRAINGER, J. J.; STEVENSON, W. D. *Power System Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1994. ISBN 9780070612938.
- HINGORANI, N. G.; GYUGYI, L. *Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*. New York: IEEE Press, 2000. ISBN 0-7803-3455-8.
- KUNDUR, P. S. *Power System Stability and Control*. New York: McGraw-Hill, 1994. (EPRI Power System Engineering Series). ISBN 9780070359581.
- MELO, I. D. d. *Estimação de Estados: uma abordagem sistêmica sobre qualidade de energia*. 1<sup>a</sup>. ed. São Paulo, Brasil: Blucher, 2022. ISBN 9786555065527. Disponível em: <<https://www.blucher.com.br/estimacao-de-estados>>.
- MELO, I. D. de. *Fluxo de potência: Teoria e implementação de códigos computacionais*. [S.l.]: Editora Blucher, 2023.
- MOHAMED, A. A.; VENKATESH, B. Line-wise power flow and voltage collapse. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 33, n. 4, p. 3768–3778, 2018.

- MOHAMED, A. A.; VENKATESH, B. Line-wise optimal power flow using successive linear optimization technique. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 34, n. 3, p. 2083–2092, 2019.
- MOHAMED, A. A.; VENKATESH, B. Linearized voltage stability incorporation with line-wise optimal power flow. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, v. 108, p. 232–239, 2019. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061518325341>>.
- MOHAMED, A. A.; VENKATESH, B. Voltage stability constrained line-wise optimal power flow. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Wiley Online Library, v. 13, n. 8, p. 1332–1338, 2019.
- MOHAMED, A. A. F. *Line-Wise Power Balance Equations and Applications*. Tese (Doutorado) — Toronto Metropolitan University, 2019.
- MONTICELLI, A. J. *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. [S.l.]: E. Blucher, 1983.
- OLIVEIRA, L. R. A. d. *Avaliação de técnicas de representação de limites operacionais nos problemas de fluxo de potência e fluxo de potência ótimo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Brasil, 2024. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Disponível em: <<https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/16685>>.
- PADILHA, L. N. Análise comparativa de estratégias para regulação de tensão em sistemas de distribuição de energia elétrica na presença de geradores distribuídos. *Universidade de São Paulo, Dissertação de Mestrado*, 2010.
- Passos Filho, J. A. *Modelling and Incorporation of Control Devices in The Power Flow Problem*. Dissertação (Mestrado) — Graduate Program in Electrical Engineering (PPEE/UFJF), 2000.
- PETERSON, N. M.; MEYER, W. S. Automatic adjustment of transformer and phase-shifter taps in the newton power flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-90, n. 1, p. 103–108, 1971.
- PONTES, R. d. P. *Nova metodologia full Newton para consideração dos limites de geração de potência reativa no problema de fluxo de potência*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Brasil, 2018. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Disponível em: <<https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/6933>>.
- SAADAT, H. *Power System Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1999. ISBN 0-07-012235-0.
- Shanmukha Sundar, K.; RAVIKUMAR, H. Selection of tcsc location for secured optimal power flow under normal and network contingencies. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, v. 34, n. 1, p. 29–37, 2012. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061511002043>>.
- STOTT, B. Review of load-flow calculation methods. *Proceedings of the IEEE*, v. 62, n. 7, p. 916–929, 1974.
- TINNEY, W. F.; HART, C. E. Power flow solution by newton's method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-86, n. 11, p. 1449–1460, 1967.

WARD, J. B.; HALE, H. W. Digital computer solution of power-flow problems.  
*Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 75, n. 3, p. 398–404,  
1956.