

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Filipe Grades da Silva

Controle de Conversores Estáticos Aplicado a Sistemas de Armazenamento por Baterias com Conversores Integrados: Uma abordagem de balanceamento ativo dos estados de carga em cenários de reversão de fluxo de potência.

Juiz de Fora

2026

Filipe Grades da Silva

Controle de Conversores Estáticos Aplicado a Sistemas de Armazenamento por Baterias com Conversores Integrados: Uma abordagem de balanceamento ativo dos estados de carga em cenários de reversão de fluxo de potência.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas Eletrônicos.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Machado de Almeida

Coorientador: Prof. Dr. Allan Fagner Cupertino

Juiz de Fora

2026

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Silva, Filipe Grades da.

Controle de Conversores Estáticos Aplicado a Sistemas de Armazenamento por Baterias com Conversores Integrados : Uma abordagem de balanceamento ativo dos estados de carga em cenários de reversão de fluxo de potência. / Filipe Grades da Silva. – 2026.

106 f. : il.

Orientador: Pedro Machado de Almeida

Coorientador: Allan Fagner Cupertino

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2026.

1. Sistemas de Armazenamento de Energia. 2. Baterias com Conversores Integrados. 3. Balanceamento de Estado de Carga (SoC). 4. Controle Robusto (LMI). 5. Baterias de Segunda Vida. I. Almeida, Pedro Machado de, orient. II. Cupertino, Allan Fagner, coorient. III. Título.

Filipe Grades da Silva

Controle de Conversores Estáticos Aplicado a Sistemas de Armazenamento por Baterias com Conversores Integrados: uma abordagem de balanceamento ativo dos estados de carga em cenários de reversão de fluxo de potência

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Sistemas Eletrônicos

Aprovada em 11 de março de 2026.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Pedro Machado de Almeida - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Allan Fagner Cupertino - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Heverton Augusto Pereira
Universidade Federal de Viçosa

Prof. Dr. Guilherme Márcio Soares
Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 20/02/2026.



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Machado de Almeida, Professor(a)**, em 11/03/2026, às 10:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Heverton Augusto Pereira, Usuário Externo**, em 11/03/2026, às 10:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Allan Fagner Cupertino, Professor(a)**, em 11/03/2026, às 10:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Guilherme Márcio Soares, Professor(a)**, em 11/03/2026, às 12:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2880897** e o código CRC **B6F1FC75**.

A Deus, por ser a luz e a força em cada passo desta caminhada. À Nossa Senhora, pelo amparo constante. Aos meus pais e à minha irmã, por serem meu porto seguro e minha base. E aos meus amigos, pela parceria e por tornarem essa jornada mais leve.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ser o princípio de tudo. Por me conceder a força necessária para perseverar nos momentos de exaustão e por guiar meus passos até aqui. Sem a Sua graça, nada disso seria possível.

À Nossa Senhora, por sua intercessão constante. Pelos "colos" que só Ela poderia ter me dado nos momentos de maior dificuldade, trazendo-me o consolo e a paz necessários para continuar a caminhada.

Aos meus pais, Fernando e Olgamir, e à minha irmã, Fernanda. Vocês são meu porto seguro. Agradeço por todo o amor, apoio incondicional e por serem o incentivo que me impulsiona a crescer. Se cheguei até aqui, foi porque tive o suporte de vocês em cada decisão.

Ao meu orientador, Professor Pedro Machado de Almeida, pela parceria e paciência ímpares. Agradeço por me ajudar a superar os obstáculos técnicos e humanos que surgiram no decorrer desta pesquisa e por acreditar na viabilidade deste trabalho mesmo quando o caminho parecia tortuoso.

Ao meu coorientador, Professor Allan Fagner Cupertino, pela coorientação deste trabalho e pelas contribuições, revisões e sugestões apresentadas ao longo do mestrado.

Aos meus amigos, que fizeram toda a diferença nesta jornada. Em especial à Maria Fernanda, que mesmo à distância se fez presente de forma admirável. Obrigado por me ouvir, aconselhar e acreditar no meu potencial muito mais do que eu mesmo; sua trajetória como pesquisadora é uma grande inspiração para mim. Ao Bernardo, por estar ao meu lado em todos os momentos: seja nos desabafos, nas ajudas com programação ou no incentivo fundamental à minha fé, acompanhando-me nas missas semanais. Ao Juan e ao Filipe, pelos momentos de descontração e diversão nas viagens para congressos e pelos “perrengues” compartilhados nas disciplinas.

Aos colegas de laboratório, pela ajuda técnica, pelo tempo de qualidade e por tornarem o ambiente de pesquisa um lugar de amizade e aprendizado mútuo.

Aos professores que contribuíram com a minha formação, especialmente aos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPEE), com quem tive a honra de aprender.

À Universidade Federal de Juiz de Fora e ao PPEE, pela oportunidade de realizar este mestrado em uma instituição de excelência.

Às instituições de fomento CAPES, CNPq, FAPEMIG e ao INERGE, pelo apoio financeiro e suporte fundamental para o desenvolvimento desta pesquisa.

Ut in omnibus glorificetur Deus.

*“Para que a inteligência e a vontade humana possam
produzir efeitos maravilhosos, elas devem ser
dirigidas por uma força superior.”*
São Maximiliano Kolbe

RESUMO

A crescente inserção de fontes renováveis na matriz elétrica impulsiona a demanda por Sistemas de Armazenamento de Energia (ESS), onde a reutilização de baterias de segunda vida surge como uma potencial alternativa economicamente competitiva. No entanto, a heterogeneidade dessas células em arranjos série convencionais ocasiona o efeito do "elo mais fraco", limitando a capacidade total do sistema. Este trabalho propõe o desenvolvimento de um sistema de controle para bancos de baterias baseados na arquitetura de Baterias com Conversores Integrados (BCI), visando o balanceamento ativo dos Estados de Carga (SoC) e a regulação do barramento CC. A metodologia incluiu a modelagem matemática unificada da BCI e a análise de sistemas com múltiplas unidades em série, demonstrando o desacoplamento das malhas de controle. Para a regulação da tensão de saída dos conversores bidirecionais, foi desenvolvida uma estratégia de controle robusto baseada em Desigualdades Matriciais Lineares (LMI), solucionando problemas de instabilidade observados em métodos clássicos (LQR) durante a inversão do fluxo de potência. Para a malha externa de balanceamento, propôs-se um controlador Proporcional-Integral (PI), superando as limitações de erro estacionário de controladores puramente proporcionais. A análise teórica comprovou a necessidade de alternância dos sinais dos ganhos do controlador de SoC em função do sentido da corrente. Resultados de simulação validaram a eficácia da proposta, demonstrando que o sistema realiza o balanceamento dos SoCs forçando as unidades com maior carga a processarem mais potência, mantendo a estabilidade e a tensão do barramento regulada mesmo sob variações paramétricas e inversões de carga.

Palavras-chave: Sistemas de Armazenamento de Energia; Baterias com Conversores Integrados; Balanceamento de Estado de Carga (SoC); Controle Robusto (LMI); Baterias de Segunda Vida.

ABSTRACT

The increasing integration of renewable energy sources into the electrical grid drives the demand for Energy Storage Systems (ESS), where the reuse of second-life batteries emerges as a potentially cost-competitive alternative. However, the heterogeneity of these cells in conventional series arrangements triggers the "weakest link" effect, limiting the system's total capacity. This work proposes the development of a control system for battery banks based on the Smart-Battery architecture, aiming for active State of Charge (SoC) balancing and DC bus regulation. The methodology included the unified mathematical modeling of the Smart-Battery and the analysis of systems with multiple units in series, demonstrating the decoupling of control loops. For the output voltage regulation of the bidirectional converters, a robust control strategy based on Linear Matrix Inequalities (LMI) was developed, solving instability issues observed in classical methods (LQR) during power flow inversion. For the external balancing loop, a Proportional-Integral (PI) controller was proposed, overcoming the steady-state error limitations of purely proportional controllers. Theoretical analysis proved the necessity of alternating the SoC controller gain signs depending on the current direction. Simulation results validated the effectiveness of the proposal, demonstrating that the system performs SoC equalization by forcing units with higher charge to process more power, maintaining stability and regulated bus voltage even under parametric variations and load inversions.

Keywords: Energy Storage Systems; Smart-Battery; State of Charge (SoC) Balancing; Robust Control (LMI); Second-Life Batteries.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ilustração de um banco de baterias baseado em baterias com conversores integrados.	22
Figura 2 – Diagrama de implementação do modelo escolhido para a bateria.	28
Figura 3 – Topologia escolhida da bateria com conversor integrado.	29
Figura 4 – Topologia escolhida da bateria com conversor integrado com fonte de corrente.	30
Figura 5 – Circuitos existentes de acordo com o estado da chave principal.	30
Figura 6 – Topologia do sistema composto por N BCIs em série.	34
Figura 7 – Diagrama do controle em cascata para o conversor.	42
Figura 8 – Diagrama de blocos representativo do sistema com controlador em espaço de estados.	44
Figura 9 – Diagrama de blocos do sistema controlado em malha fechada.	45
Figura 10 – Região definida pelo decaimento mínimo.	49
Figura 11 – Região definida pelo amortecimento mínimo.	50
Figura 12 – Região definida pela máxima frequência natural.	51
Figura 13 – Região desejada para alocação dos polos de malha fechada.	51
Figura 14 – Mapa de polos de malha fechada.	55
Figura 15 – Diagrama de blocos genérico da malha aberta de um sistema controlado.	56
Figura 16 – Resposta em frequência - Malha Aberta	57
Figura 17 – Resposta em frequência - Função de Sensibilidade	59
Figura 18 – Resposta em frequência - Tensão de saída pela referência.	60
Figura 19 – Resposta em frequência - Tensão de saída pelos distúrbios.	60
Figura 20 – Localização dos polos de malha fechada.	69
Figura 21 – Resposta em frequência da função de transferência de malha aberta.	70
Figura 22 – Resposta em frequência da função de sensibilidade.	71
Figura 23 – Resposta em frequência da função de transferência de malha fechada - referência.	72
Figura 24 – Resposta em frequência da função de transferência de malha fechada - distúrbios.	72
Figura 25 – Localização dos polos de malha fechada.	73
Figura 26 – Resposta em frequência da função de transferência de malha aberta.	74
Figura 27 – Resposta em frequência da função de sensibilidade.	75
Figura 28 – Resposta em frequência da função de transferência de malha fechada - referência.	76
Figura 29 – Resposta em frequência da função de transferência de malha fechada - distúrbios.	76
Figura 30 – Dinâmica da tensão terminal da bateria pelo estado de carga.	78

Figura 31 – Simulações do conversor controlado com projeto por LQR.	80
Figura 32 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 1.	81
Figura 33 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 2.	82
Figura 34 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 3.	82
Figura 35 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 4.	83
Figura 36 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 5.	83
Figura 37 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCIs em série, com valores de tensão arbitrários.	84
Figura 38 – Resultado da simulação do sistema de 1 BCI com controle do SoC - Descarga da bateria.	85
Figura 39 – Resultado da simulação do sistema de 1 BCI com controle do SoC - Carga da bateria.	86
Figura 40 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC - Descarga da bateria - Estados de carga.	88
Figura 41 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC - Descarga da bateria - Tensões.	88
Figura 42 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC - Carga da bateria - Estados de carga.	89
Figura 43 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC - Carga da bateria - Tensões.	90
Figura 44 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC, com a média como referência - Descarga da bateria - Estados de carga.	91
Figura 45 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC, com a média como referência - Descarga da bateria - Tensões.	91
Figura 46 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC, com a média como referência - Carga da bateria - Estados de carga.	92
Figura 47 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC, com a média como referência - Carga da bateria - Tensões.	93
Figura 48 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente da descarga para a carga - Estados de carga.	94
Figura 49 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente da descarga para carga - Tensões.	95
Figura 50 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente da carga para a descarga - Estados de carga.	95
Figura 51 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente da carga para a descarga - Tensões.	96
Figura 52 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente, com mudanças sucessivas iniciada na descarga - Estados de carga.	96

Figura 53 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente, com mudanças sucessivas iniciada na descarga - Tensões. . .	97
Figura 54 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente, com mudanças sucessivas iniciada na carga - Estados de carga. . .	97
Figura 55 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente, com mudanças sucessivas iniciada na carga - Tensões. . . .	98
Figura 56 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente sem comutação do controlador, com controlador para corrente positiva - Estados de carga.	99
Figura 57 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente sem comutação do controlador, com controlador para corrente positiva - Tensões.	100
Figura 58 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente sem comutação do controlador, com controlador para corrente negativa - Estados de carga	100
Figura 59 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente sem comutação do controlador, com controlador para corrente negativa - Tensões.	101

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do sistema em estudo.	46
Tabela 2 – Parâmetros fixos do sistema.	52
Tabela 3 – Parâmetros variáveis do sistema.	52
Tabela 4 – Limites adotados para viabilidade.	53
Tabela 5 – Parâmetros da região de alocação de polos	54
Tabela 6 – Parâmetros para projeto dos controladores da malha externa.	67
Tabela 7 – Ganhos dos controladores da malha externa.	68
Tabela 8 – Valores das variáveis paramétricas para análise.	68
Tabela 9 – Valores de referência utilizados na simulação com referência de tensão arbitrária.	84
Tabela 10 – Parâmetros das baterias por células.	87

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BCI	Bateria com Conversor Integrado
BESS	<i>Battery Energy Storage Systems</i> (Sistemas de Armazenamento de Energia por Baterias)
BMS	<i>Battery Management System</i> (Sistema de Gerenciamento de Baterias)
CC	Corrente Contínua
CC-CC	Corrente Contínua para Corrente Contínua (Conversor)
EMS	<i>Energy Management System</i> (Sistema de Gerenciamento de Energia)
ESS	<i>Energy Storage Systems</i> (Sistemas de Armazenamento de Energia)
IEA	<i>International Energy Agency</i> (Agência Internacional de Energia)
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i> (Desigualdades Matriciais Lineares)
LQR	<i>Linear Quadratic Regulator</i> (Regulador Quadrático Linear)
OCV	<i>Open Circuit Voltage</i> (Tensão de Circuito Aberto)
PCS	<i>Power Conversion System</i> (Sistema de Conversão de Potência)
PI	Proporcional-Integral
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> (Modulação por Largura de Pulso)
SoC	<i>State of Charge</i> (Estado de Carga)

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Matriz de estados - Demonstração de Lyapunov
x	Estado do sistema - Demonstração de Lyapunov
V	Função candidata de Lyapunov - Demonstração de Lyapunov
P	Matriz simétrica definida positiva - Demonstração de Lyapunov
\dot{V}	Derivada da função de Lyapunov - Demonstração de Lyapunov
A_{cl}	Matriz do sistema em malha fechada
K	Vetor de ganhos de realimentação - Demonstração de Lyapunov
W	Matriz auxiliar ($W = KP$) - Demonstração de Lyapunov
v	Entrada de referência (análise de malha aberta)
u	Saída de controle (análise de malha aberta)
z	Saída do sistema da função de sensibilidade
τ	Tempo decorrido / Variável de integração
ξ	Coefficiente de amortecimento relativo
θ	Ângulo da região de amortecimento ($\cos^{-1}(\xi)$)
ρ	Raio da região de frequência natural máxima
σ	Taxa de decaimento mínimo
γ	Limite superior para a norma \mathcal{H}_∞
δ	Variável auxiliar de linearização (função de m', i_{fOP}, v_{bOP})
β	Variável auxiliar de linearização (função de m', i_{fOP})
η	Distância mínima entre o traçado de Nyquist e o ponto crítico
A	Matriz de estados
B_u	Vetor/Matriz de entrada de controle
B_{w1}	Vetor de entrada de distúrbio (tensão da bateria)
B_{w2}	Vetor de entrada de distúrbio (corrente externa)
C_{s1}	Vetor de saída
A_i	Matriz de estados da i -ésima BCI
B_{u_i}	Vetor de entrada de controle da i -ésima BCI
A_s	Matriz de estados do sistema de N BCIs em série
B_{u_s}	Matriz de entrada de controle do sistema de N BCIs
A_{b_s}	Matriz de estados do sistema de SOC em série
A_a	Matriz de estados do sistema aumentado
B_{ua}	Vetor de entrada de controle do sistema aumentado
B_r	Vetor de entrada de referência
C_{sa}	Matriz de saída do sistema aumentado
C_o	Matriz de controlabilidade
K	Vetor de ganhos de realimentação
K_a	Vetor de ganhos de realimentação do sistema aumentado
Q, R	Matrizes de ponderação do método LQR
SOC	Estado de carga da bateria (<i>State of Charge</i>)
SOC_0	Estado de carga inicial

C_b	Capacidade da bateria
i_b	Corrente da bateria
v_b	Tensão de circuito aberto ou tensão da bateria
R_b	Resistência equivalente da bateria
R_L	Resistência parasita do indutor
L	Indutância do conversor
C	Capacitância de saída
S	Estado da chave (0 ou 1)
d_S	Ciclo de trabalho (<i>duty cycle</i>)
T_s	Período de comutação
v_{bar}	Tensão de barramento
v_C	Tensão de saída (capacitor)
i_f	Corrente da fonte externa (carga)
m	Índice de modulação
m'	Variável complementar de modulação ($1 - m$)
$P_{in}, P_{out}, P_{loss}$	Potências de entrada, saída e perdas
PO, PO_b	Pontos de operação
x_c	Estado do controlador
e	Erro da variável controlada
y_c	Saída do controlador
k_c	Ganho do controlador integral
r	Referência
p, o	Ordens da planta e do controlador
f_1, f_2, f_3	Funções do sistema para linearização
k_p, k_i	Ganhos proporcional e integral (SoC)
A, B, C	Constantes da equação diferencial de ΔSOC
$p_{1,2}$	Raízes da equação característica (polos)
ω_n	Frequência natural
$j\omega$	Frequência complexa
s	Operador de Laplace
n	Ordem do sistema
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
\bar{x}	Notação para variável média no período T_s
$\langle x \rangle_{T_s}$	Média de uma variável no período T_s
\tilde{x}	Representação de pequenos sinais (variável linearizada)
\dot{x}	Derivada temporal da variável x
Δ	Variação de uma grandeza
x_{OP}	Valor da variável no ponto de operação
∞	Infinito (norma \mathcal{H}_∞)
$+$	Sobrescrito para sentido de corrente positivo
$-$	Sobrescrito para sentido de corrente negativo
T	Transposta de uma matriz

-1	Inversa de uma matriz
\int	Integral simples
\iint	Integral dupla

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	19
1.2	IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA	21
1.3	FOCO DO TRABALHO	23
1.4	OBJETIVOS	24
1.5	CONTRIBUIÇÕES	25
1.6	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	26
2	MODELAGEM MATEMÁTICA	27
2.1	MODELO DA BATERIA	27
2.2	MODELO DA BATERIA COM CONVERSOR INTEGRADO	28
2.3	SISTEMA PROPOSTO PARA O BALANCEAMENTO DOS ESTADOS DE CARGA	34
2.4	MODELO DE SoC POR v_C	36
2.4.1	Modelo para o sistema de N BCIs em série	39
2.5	RESUMO DO CAPÍTULO	41
3	PROJETO E ANÁLISE DAS LEIS DE CONTROLE	42
3.1	CONTROLE DO CONVERSOR BIDIRECIONAL	42
3.1.1	Verificação da controlabilidade do sistema	42
3.1.2	Definição do controlador	43
3.1.3	Sistema aumentado	43
3.1.4	Determinação dos ganhos de realimentação	45
<i>3.1.4.1</i>	Problema encontrado	45
<i>3.1.4.1.1</i>	Exemplo utilizando o método LQR	45
<i>3.1.4.2</i>	Linear Matrix Inequalities (LMI)	46
<i>3.1.4.2.1</i>	Determinação das LMIs	47
<i>3.1.4.2.2</i>	Considerações para a formulação e resolução do problema por LMI	52
3.1.5	Análise do sistema controlado	54
<i>3.1.5.1</i>	Localização dos polos de malha fechada	55
<i>3.1.5.2</i>	Análise de malha aberta	55
<i>3.1.5.2.1</i>	Definição da malha aberta em espaço de estados	56
<i>3.1.5.3</i>	Resposta em frequência da malha aberta	56
<i>3.1.5.4</i>	Função de sensibilidade	57
<i>3.1.5.5</i>	Resposta em frequência da função de sensibilidade	58
<i>3.1.5.6</i>	Resposta em frequência da malha fechada	59
3.2	CONTROLE PARA O BALANCEAMENTO DO ESTADO DE CARGA	61
3.2.1	Fundamentação da estratégia de balanceamento dos estados de carga	61

3.2.2	Verificação da controlabilidade	62
3.2.3	Definição do controlador	63
3.2.4	Análise do sinal dos ganhos do controlador em função do sentido da corrente	63
3.2.5	Determinação dos ganhos do controlador	66
3.2.6	Análise do sistema controlado	68
3.2.6.1	Controlador para corrente com sinal positivo	68
3.2.6.1.1	Localização dos polos de malha fechada	69
3.2.6.1.2	Resposta em frequência da malha aberta	69
3.2.6.1.3	Resposta em frequência da função de sensibilidade	70
3.2.6.1.4	Resposta em frequência da malha fechada	71
3.2.6.2	Controlador para corrente com sinal negativo	73
3.2.6.2.1	Localização dos polos de malha fechada	73
3.2.6.2.2	Resposta em frequência da malha aberta	73
3.2.6.2.3	Resposta em frequência da função de sensibilidade	74
3.2.6.2.4	Resposta em frequência da malha fechada	75
3.3	CONCLUSÕES PARCIAIS	77
4	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO	78
4.1	SIMULAÇÃO DO MODELO DA BATERIA	78
4.2	SIMULAÇÃO DO CONVERSOR BIDIRECIONAL COM CONTROLADORES LQR	78
4.3	SIMULAÇÃO DO CONVERSOR COM O CONTROLADOR PROJETADO POR LMI	80
4.4	SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE 3 BCIs EM SÉRIE	83
4.5	SIMULAÇÃO DE UMA BCI COM CONTROLADOR DO ESTADO DE CARGA	85
4.5.1	Simulação de descarga da bateria	85
4.5.2	Simulação de carga da bateria	86
4.6	SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE 3 BCIs COM CONTROLADOR DO ESTADO DE CARGA	86
4.6.1	Simulação de descarga da bateria	87
4.6.2	Simulação de carga da bateria	89
4.7	SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE 3 BCIs COM CONTROLADOR DO ESTADO DE CARGA COM A MÉDIA COMO REFERÊNCIA	90
4.7.1	Simulação de descarga da bateria	90
4.7.2	Simulação de carga da bateria	92
4.8	SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE 3 BCIs COM CONTROLADOR DO ESTADO DE CARGA COM A MÉDIA COMO REFERÊNCIA, COM INVERSÃO DE CORRENTE	93

4.9	SIMULAÇÃO DO SISTEMA SEM A COMUTAÇÃO DOS CONTROLADORES DE ESTADO DE CARGA SOB INVERSÃO DE CORRENTE . .	98
4.10	CONCLUSÕES PARCIAIS	101
5	CONCLUSÃO	102
5.1	TRABALHOS FUTUROS	103
	REFERÊNCIAS	104

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A demanda por energia elétrica na sociedade global tem apresentado um crescimento constante e robusto nas últimas décadas. Esse fenômeno é impulsionado, majoritariamente, por mudanças profundas no perfil socioeconômico mundial, pela urbanização acelerada e pela eletrificação de setores que tradicionalmente dependiam de combustíveis fósseis, como o de transportes e aquecimento (IEA, 2023; Atanane et al., 2023). Esse cenário ocorre em paralelo a um imperativo global de transição energética, motivado pela necessidade de descarbonização da economia para mitigar as mudanças climáticas (Costa et al., 2018). Conseqüentemente, observa-se uma inserção massiva de fontes de energia renováveis na matriz elétrica mundial (Mallmann e Grigoletto, 2025). Fontes como a eólica e a solar fotovoltaica deixaram de ser coadjuvantes para assumir um papel central na geração de eletricidade, inclusive em nações cuja infraestrutura foi historicamente alicerçada na geração térmica, como a China (Zhu et al., 2023; Huang et al., 2023). Relatórios recentes indicam que o aumento da demanda global de eletricidade tem sido suprido, em grande parte, pela expansão dessas renováveis, evitando um incremento proporcional na geração baseada em carbono (Engineering & Technology, 2022).

No entanto, a alta penetração dessas fontes no sistema elétrico introduz desafios significativos ao seu planejamento e operação. A natureza intrinsecamente variável e dependente das condições climáticas da geração eólica e solar caracteriza-as como fontes não despacháveis (Menon e Bajpai, 2020). Diferentemente das centrais hidrelétricas com reservatório ou térmicas, cuja produção pode ser controlada para acompanhar as flutuações da carga, a geração renovável variável introduz incertezas no balanço de potência (Barros et al., 2024). Essa característica impõe dificuldades severas para a estabilidade da rede elétrica, uma vez que a substituição de geradores síncronos convencionais por conversores eletrônicos de potência, interface típica das renováveis, reduz a inércia do sistema, tornando a frequência da rede mais suscetível a perturbações (Molina, 2017; Torres et al., 2023). Além disso, o perfil de geração dessas fontes frequentemente não coincide com o perfil de consumo, exigindo recursos de flexibilidade para garantir a confiabilidade do fornecimento e o balanço contínuo entre carga e geração.

Nesse contexto, os Sistemas de Armazenamento de Energia (ESS, *Energy Storage Systems*) emergem como uma solução tecnológica fundamental para viabilizar a transição energética e mitigar a intermitência das renováveis. Os ESS permitem o desacoplamento temporal entre a geração e o consumo, atuando como fontes despacháveis que podem absorver energia em momentos de superávit e injetá-la durante picos de demanda ou baixa geração (Howell et al., 2017; Zhu et al., 2023; Costa et al., 2018). Dentre as tecnologias disponíveis, os Sistemas de Armazenamento de Energia por Baterias (BESS, *Battery Energy*

Storage Systems) têm se destacado devido à sua modularidade, alta densidade energética e resposta dinâmica rápida (Chavhan et al., 2024; Molina, 2017; Torres et al., 2023). Além de proverem suporte energético, os BESS são capazes de oferecer diversos serviços ancilares essenciais à rede moderna, tais como regulação de frequência e tensão, nivelamento de carga (*peak shaving*), suporte à resiliência (*black-start*) e alívio de congestionamento em linhas de transmissão (Molina, 2017; Silva et al., 2025a; Barros et al., 2024).

Do ponto de vista estrutural, um BESS é um sistema complexo composto por três subsistemas hierárquicos: o Sistema de Conversão de Potência (PCS, *Power Conversion System*), responsável pela interface bidirecional com a rede elétrica; o Sistema de Gerenciamento de Baterias (BMS, *Battery Management System*), que monitora as variáveis das células e garante a segurança operacional; e o Sistema de Gerenciamento de Energia (EMS, *Energy Management System*), que supervisiona o fluxo de potência do sistema global (Coutinho et al., 2023; Barros et al., 2024). Apesar da maturidade técnica, o custo elevado das células de bateria novas, especialmente as de íons de lítio, permanece como uma barreira econômica para a adoção massiva de BESS estacionários de grande porte (Faessler, 2021; Silva et al., 2025a; Barros et al., 2024).

Uma alternativa promissora para a redução de custos é a utilização de baterias de segunda vida. O crescimento do mercado de veículos elétricos tem gerado um volume crescente de baterias que são retiradas de circulação quando atingem entre 70% e 80% de sua capacidade nominal. Nesse estágio, embora não atendam mais aos requisitos de autonomia e potência para tração veicular, essas baterias mantêm capacidade suficiente para aplicações estacionárias menos exigentes (Martinez-Laserna et al., 2018; Salek et al., 2022; Oliveira et al., 2025). O reaproveitamento desses ativos em BESS estacionários não apenas reduz o custo inicial do sistema de armazenamento, mas também mitiga o impacto ambiental associado à fabricação de novas células e ao descarte prematuro (Faessler, 2021).

Contudo, a implementação de baterias de segunda vida em topologias convencionais de BESS impõe desafios técnicos severos. Em arranjos tradicionais, as células ou módulos de bateria são conectados rigidamente em série para atingir a tensão necessária do barramento CC. Nesse cenário, a heterogeneidade das baterias, que podem possuir diferentes capacidades, impedâncias internas e históricos de degradação, torna-se um problema crítico (Maia et al., 2022; Oliveira et al., 2025). O desempenho do banco de baterias acaba sendo limitado pela célula mais degradada, fenômeno conhecido como “o elo mais fraco”. Isso resulta na subutilização das unidades com maior capacidade remanescente, uma vez que o processo de carga ou descarga deve ser interrompido assim que a pior célula atinge seus limites de segurança (Coutinho et al., 2023; Silva et al., 2025b). Adicionalmente, a tolerância a falhas em arranjos série convencionais é baixa; a falha de uma única unidade pode comprometer a operação de toda a *string* de baterias.

Para superar as limitações impostas pela conexão série rígida e pela variabilidade

das células de segunda vida, a literatura recente propõe a transição de elementos de armazenamento passivos para ativos, através do conceito de *Smart Battery* ou Bateria com Conversor Integrado (BCI) (Araujo et al., 2019; Silva et al., 2025b; Oliveira et al., 2025). Nesta abordagem, conversores eletrônicos de potência, tipicamente conversores CC-CC bidirecionais são integrados individualmente a cada célula ou módulo de bateria (Maia et al., 2022; Oliveira et al., 2025). Essa arquitetura descentralizada permite o controle independente do fluxo de potência de cada unidade de armazenamento, desacoplando a tensão e corrente da bateria das variáveis do barramento CC (Coutinho et al., 2023).

A principal inovação tecnológica das BCIs reside na capacidade de realizar o balanceamento ativo dos Estados de Carga (SoC, *State of Charge*). Através do controle coordenado dos conversores distribuídos, o sistema pode demandar mais potência das baterias com maior carga ou capacidade e poupar as unidades mais degradadas (Silva et al., 2025b; Maia et al., 2022; Oliveira et al., 2025). Isso maximiza a extração de energia do conjunto heterogêneo e estende a vida útil do sistema. Além disso, a topologia de BCI oferece alta tolerância a falhas através da capacidade de *by-pass* automático: caso um módulo apresente defeito, o conversor associado pode isolá-lo eletricamente sem interromper a operação do restante do banco (Silva et al., 2025a).

Por fim, a adoção de BCIs proporciona vantagens estruturais significativas ao estágio de conversão de potência (PCS). Diferente das topologias convencionais, onde a tensão do barramento CC flutua consideravelmente conforme o estado de descarga das baterias, o controle das BCIs permite manter a tensão do barramento CC constante e regulada, independentemente das variações de tensão nos terminais das células individuais (Coutinho et al., 2023; Silva et al., 2025b; Oliveira et al., 2025). Essa característica pode simplificar o projeto do PCS, eliminando a necessidade de estágios CC-CC de alta potência adicionais para regulação intermediária e facilitando uma conexão direta do banco de baterias a inversores comerciais padrão de mercado (Oliveira et al., 2025). O controle robusto desses conversores distribuídos, portanto, torna-se essencial para garantir a estabilidade do barramento e o balanceamento efetivo das cargas, justificando o desenvolvimento de estratégias de controle avançadas como as propostas neste trabalho (Silva et al., 2025a; Oliveira et al., 2025).

1.2 IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA

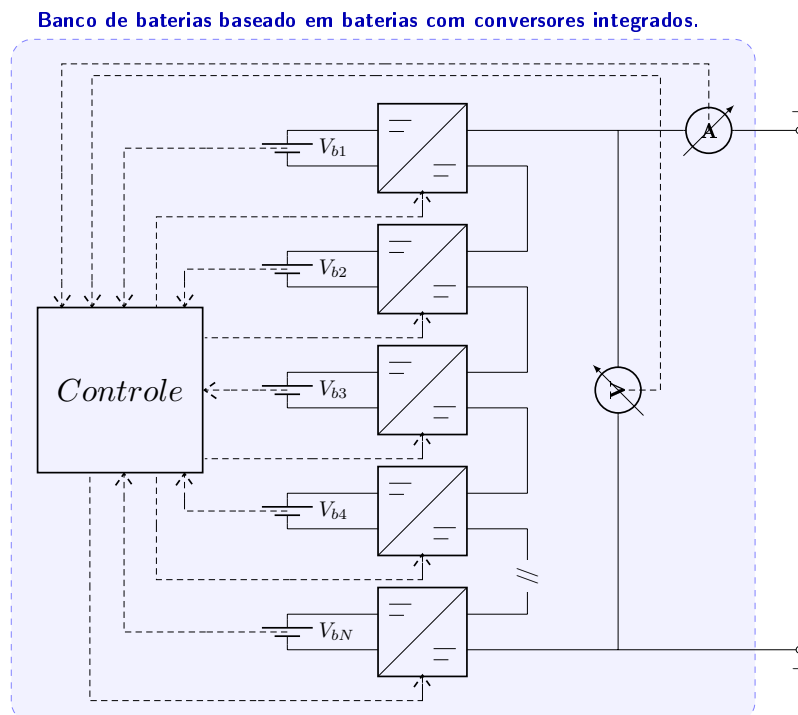
A transição para uma economia circular no setor de armazenamento de energia, através do uso de baterias de segunda vida, enfrenta barreiras técnicas significativas impostas pela natureza eletroquímica destes dispositivos. Ao serem retiradas de aplicações veiculares, estas baterias apresentam um grau de heterogeneidade superior ao de células novas. O histórico de operação, que inclui variações de temperatura, perfis de corrente e profundidade de ciclos, resulta em uma dispersão estocástica nos parâmetros de impedância

interna, capacidade de retenção de carga e curvas de degradação (Martinez-Laserna et al., 2018; Salek et al., 2022; Oliveira et al., 2025).

Em topologias convencionais de BESS, onde as células são conectadas rigidamente em série para atingir a tensão do barramento, essa variabilidade impõe o fenômeno do "elo mais fraco". Neste arranjo, a capacidade total do banco é ditada pela célula mais degradada, levando à interrupção prematura dos ciclos de carga e descarga e à subutilização severa dos ativos (Maia et al., 2022; Coutinho et al., 2023).

A arquitetura de Bateria com Conversor Integrado emerge como a solução topológica para superar essas limitações, introduzindo conversores eletrônicos distribuídos que desacoplam a tensão da célula da corrente do barramento. No entanto, a implementação dessa arquitetura transfere a complexidade do domínio eletroquímico para o domínio do controle, como ilustrado na Figura 1. O desafio central reside na coordenação de múltiplos conversores para realizar o balanceamento ativo dos Estados de Carga enquanto se mantém a estabilidade do barramento CC sob condições de fluxo de potência bidirecional (Silva et al., 2025b; Oliveira et al., 2025).

Figura 1 – Ilustração de um banco de baterias baseado em baterias com conversores integrados.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Um problema crítico de controle surge da dualidade operacional necessária para o balanceamento. Para equalizar os níveis de energia, o sistema deve impor que baterias com maior carga (SoC elevado) forneçam uma parcela maior de potência durante a descarga e,

inversamente, absorvam uma parcela menor de potência durante a recarga (Oliveira et al., 2025). Essa lógica implica que a relação entre a ação de controle (tensão sintetizada pelo conversor) e o objetivo de balanceamento (taxa de variação do SoC) se inverte dependendo do sentido da corrente que circula no barramento. A análise dinâmica do sistema revela que o ganho do controlador necessário para estabilizar a malha de balanceamento depende do sinal da corrente; um ganho projetado para garantir a convergência dos SoCs durante a descarga levaria à instabilidade (divergência dos erros) durante a operação de carga, e vice-versa (Silva et al., 2025a,b).

Adicionalmente, a eficácia do balanceamento enfrenta o desafio do erro em regime permanente. Estratégias de controle baseadas puramente em ações proporcionais na malha externa tendem a reduzir as diferenças de SoC entre as células, mas são matematicamente incapazes de eliminá-las completamente (Oliveira et al., 2025). À medida que os SoCs convergem, o sinal de erro diminui, reduzindo a ação de controle antes que a equalização plena seja atingida. Para garantir que todas as baterias convirjam para o mesmo estado de carga, permitindo o aproveitamento total da capacidade energética do banco, torna-se necessária a implementação de uma ação integral na malha de balanceamento (Silva et al., 2025b).

Por fim, todo esse sistema de controle opera sobre uma planta sujeita a incertezas paramétricas severas. As variações nas capacidades das células devido ao envelhecimento, somadas às mudanças no ponto de operação dos conversores, alteram a resposta dinâmica da planta (Costa et al., 2018). Técnicas clássicas de controle projetadas para um ponto nominal fixo não garantem a estabilidade robusta em toda a região de operação. Portanto, identifica-se a necessidade de uma metodologia de síntese de controle robusto, baseada em Desigualdades Matriciais Lineares (LMI), capaz de assegurar o desempenho e a estabilidade para todo o politopo de incertezas e modos de operação do sistema (Olalla et al., 2010; Silva et al., 2025a; Sampaio et al., 2014).

1.3 FOCO DO TRABALHO

A partir do exposto, o foco principal desta pesquisa reside no projeto e na análise de estratégias de controle voltadas à operação de sistemas de armazenamento de energia que utilizam a arquitetura de baterias com conversores integrados. A problemática central abordada concentra-se no desbalanceamento dos estados de carga entre os diferentes módulos de bateria, fenômeno que pode limitar a capacidade útil do sistema. Para mitigar tal condição, o trabalho propõe uma técnica de controle baseada na diferenciação das tensões de saída de cada BCI, permitindo que cada unidade processe níveis de potência distintos de acordo com a disponibilidade energética de suas células.

Um diferencial relevante deste estudo reside na síntese de uma malha de controle de estado de carga fundamentada em controladores do tipo Proporcional-Integral. Dife-

rentemente da abordagem predominante na literatura de BCIs, que comumente emprega apenas ações proporcionais para realizar o balanceamento, a estratégia aqui adotada visa garantir que os estados de carga convirjam efetivamente para o mesmo valor, eliminando erros residuais em regime permanente.

Paralelamente, dedica-se à manutenção da estabilidade do barramento CC compartilhado, assegurando que a tensão de saída do arranjo permaneça regulada em um valor de referência constante tanto nos regimes de carga quanto de descarga. Para a viabilização dessa proposta, o estudo detalha o projeto sistemático dos controladores, estabelecendo uma coordenação robusta entre as malhas de tensão individuais e a malha superior de SoC, provendo uma solução eficaz para a harmonização energética dos módulos e a rigidez de tensão necessária à integração com sistemas de potência.

1.4 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho consiste no balanceamento dos estados de carga de um sistema de armazenamento de energia baseado em baterias com conversores integrados. Para alcançar esse propósito, são propostos os seguintes objetivos intermediários:

- Estudar sistemas de armazenamento de energia baseados em baterias e o conceito de baterias com conversores integrados;
- Determinar o tipo de conversor CC-CC e o modelo de bateria a serem utilizados no sistema;
- Modelar a bateria com conversor integrado individualmente e o sistema com conversores conectados em série;
- Realizar o projeto e a análise de desempenho dos controladores de tensão de saída dos conversores;
- Modelar a malha de estado de carga em relação à tensão de saída de cada conversor;
- Projetar e analisar o sistema de controle para o balanceamento dos estados de carga;
- Validar os modelos e controladores desenvolvidos através de simulações no *software* PLECS;
- Simular e validar o desempenho de uma única unidade BCI com os controladores de tensão e de SoC;
- Simular e validar o comportamento do sistema composto por três unidades BCI operando em série;
- Avaliar a eficácia dos controladores projetados frente à proposta inicial de balanceamento do trabalho.

1.5 CONTRIBUIÇÕES

As principais contribuições deste trabalho podem ser sintetizadas nos seguintes pontos:

1. Modelagem Unificada de BCI: Determinação de um modelo para Bateria com Conversor Integrado que possibilita a utilização de um único controlador para operação em ambos os sentidos de corrente.
2. Projeto de Controle Robusto: Desenvolvimento de um controlador capaz de conduzir o sistema ao ponto de operação desejado, independentemente do sentido do fluxo de potência e com alta imunidade a variações paramétricas ou distúrbios.
3. Simplificação do Controle em Série: Constatação da viabilidade de simplificar o projeto de controle para sistemas baseados em baterias com conversores integrados conectados em série, independentemente da quantidade de unidades (BCIs) utilizadas.
4. Correlação SoC e Tensão: Determinação de um modelo matemático que relaciona o Estado de Carga da bateria com a tensão de saída do conversor, fundamentando o projeto do controlador de estado de carga.
5. Malha de Balanceamento SoC: Projeto de um controlador PI para a malha de balanceamento do estado de carga, visando garantir erro nulo em regime permanente.
6. Análise da Dinâmica do Sistema: Explicação técnica da necessidade do controlador PI para o balanceamento de SoC, fundamentada nas características específicas dos sinais de referência e dos distúrbios presentes.
7. Justificativa Matemática de Ganhos: Apresentação da prova matemática que demonstra a necessidade de os sinais dos ganhos do controlador serem opostos ao sinal da corrente do conjunto.
8. Estratégia de Comutação: Apresentação de uma estratégia de implementação para a comutação dos controladores de estado de carga, focada na mitigação de impactos transitórios durante a transição.
9. Produção Científica: Publicação de artigos em congressos de relevância na área de eletrônica de potência e automação, nos quais foram apresentados e validados os métodos de modelagem, controle robusto via LMIs e as estratégias de balanceamento de SoC propostas nesta dissertação (Silva et al., 2025a,b).

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O presente trabalho está estruturado em cinco capítulos. O Capítulo 1, Introdução, conceitua o tema, identifica os problemas que motivaram a pesquisa, define o foco e os objetivos intermediários, além das contribuições do estudo. O Capítulo 2, Modelagem Matemática, aborda a representação matemática dos sistemas em estudo, partindo dos circuitos representativos até as equações dinâmicas. O Capítulo 3, Projeto e Análise das Leis de Controle, detalha o projeto dos controladores de tensão e estado de carga, justificando seu uso e incluindo análises comuns. O Capítulo 4, Resultados de Simulação, apresenta os resultados computacionais em diferentes cenários para validar os controladores. Por fim, o Capítulo 5, Conclusões, sintetiza as observações, discute o cumprimento dos objetivos e sugere tópicos para trabalhos futuros.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

A obtenção de modelos matemáticos representativos dos sistemas em análise é essencial para o desenvolvimento dos controladores. Por isso, este capítulo é dedicado à modelagem dos sistemas cujos modelos serão utilizados no projeto dos respectivos controladores.

2.1 MODELO DA BATERIA

Visto que o foco central deste trabalho reside no projeto das malhas de controle do conversor e nas estratégias de balanceamento dos estados de carga, optou-se por uma modelagem simplificada para o banco de baterias, priorizando o baixo custo computacional sem detrimento da representatividade da tensão terminal.

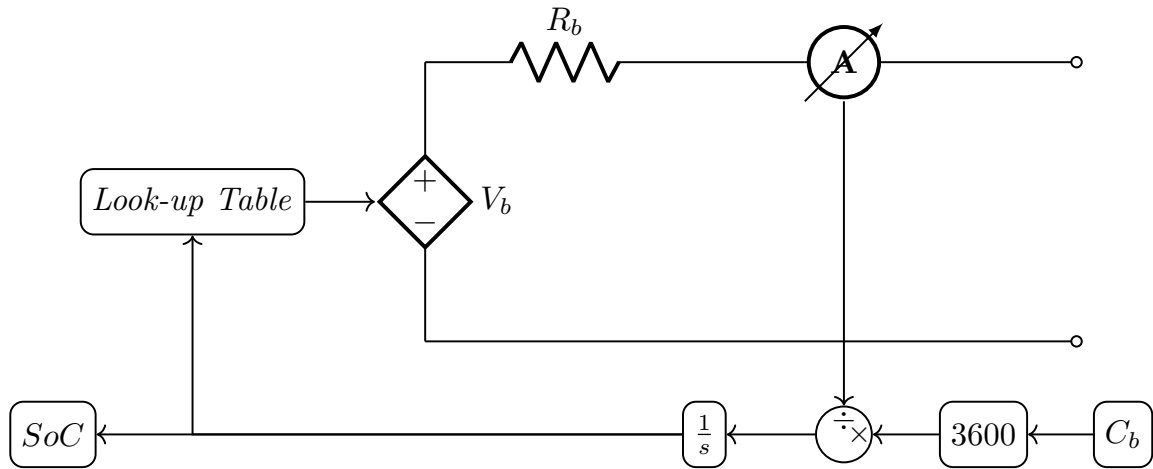
O modelo escolhido consiste em uma fonte de tensão controlada conectada em série com uma resistência equivalente. A magnitude da fonte representa a tensão de circuito aberto (OCV, do inglês, *open circuit voltage*), que varia dinamicamente em função do Estado de Carga (SoC, do inglês, *state of charge*). O SoC, por sua vez, é calculado através do método de contagem de Coulombs, dado por:

$$SOC(t) = SOC_0 - \int_{t_0}^{t_0+\tau} \frac{1}{3600C_b} i_b(\tau) d\tau \quad (2.1)$$

onde, $SOC(t)$ é o estado de carga no instante do cálculo, SOC_0 é o estado de carga inicial da bateria, C_b é a capacidade, em Ah, τ é o tempo decorrido desde o início do funcionamento da bateria, t_0 é o instante inicial de tempo e $i_b(t)$ é a corrente da bateria, positiva para quando a bateria esta sendo descarregada e negativa para quando está sendo carregada.

A relação não-linear entre a OCV e o SoC é determinada por meio de uma tabela de consulta (em inglês, *look-up table*) baseada em dados experimentais. Neste trabalho, utilizam-se os dados apresentados por Meng et al. (2018). Como os dados originais referem-se a células de 3V, aplicou-se um ganho linear sobre os valores da tabela para adequar os níveis de tensão à célula ou módulo simulado, preservando o perfil característico da curva de descarga. A Figura 2 ilustra o diagrama de implementação deste modelo.

Figura 2 – Diagrama de implementação do modelo escolhido para a bateria.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

2.2 MODELO DA BATERIA COM CONVERTOR INTEGRADO

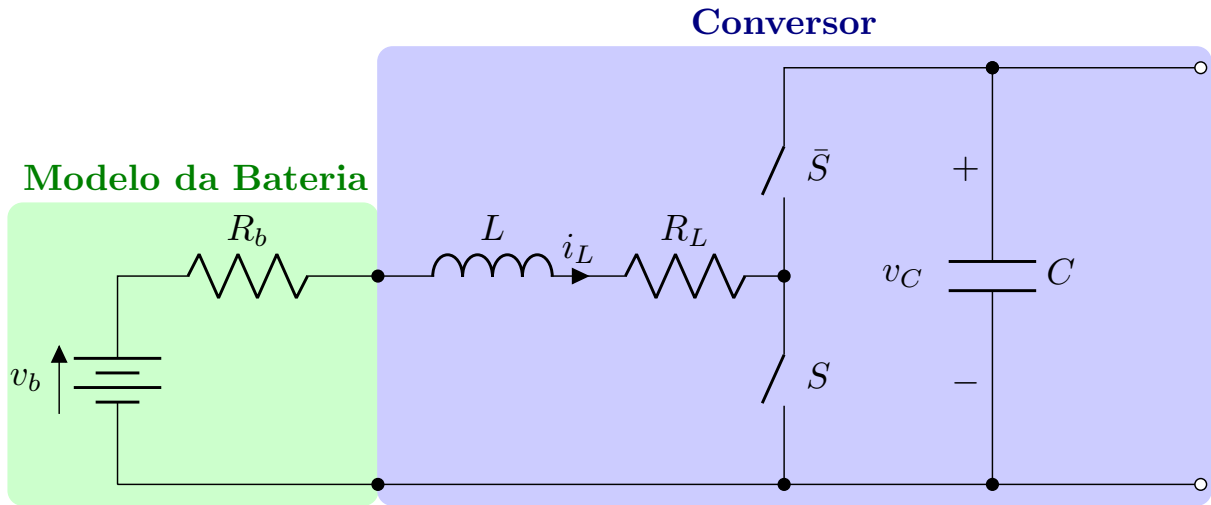
A bateria com conversão integrada consiste no acoplamento de um conversor CC-CC bidirecional a cada célula, ou módulo, de uma bateria. Neste trabalho, optou-se pela utilização da topologia do conversor *boost*, porém com duas chaves autocomutadas, seguindo a tendência de estudos recentes na literatura, como os propostos por Li e Han (2016), devido às suas vantagens estratégicas para sistemas de armazenamento.

Primeiramente, a característica elevadora dessa topologia permite que um módulo de bateria seja removido ou isolado do circuito sem comprometer a manutenção do nível de tensão, conferindo maior flexibilidade operacional. Além disso, o uso de um único elemento magnético simplifica a construção e reduz o volume do conversor. Por fim, por apresentar uma característica de fonte de corrente na entrada, a topologia *boost* garante que a corrente na bateria apresente baixa ondulação (*ripple*), o que é fundamental para preservar a vida útil das células.

Utilizando a representação da bateria como uma fonte de tensão em série com uma resistência, e o conversor bidirecional composto por um indutor, um capacitor e duas chaves, o circuito representativo da bateria com conversor integrado é apresentado na Figura 3.

O circuito apresentado na Figura 3 detalha a modelagem do sistema, composto pela fonte de energia e pelo estágio de conversão de potência. A bateria é representada por um modelo de circuito equivalente que utiliza uma fonte de tensão ideal v_b em série com sua resistência interna R_b , permitindo representar as perdas ôhmicas e a dinâmica da tensão de circuito aberto. O conversor é constituído por um indutor L com resistência

Figura 3 – Topologia escolhida da bateria com conversor integrado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

série R_L , um capacitor de barramento C e um par de chaves semicondutoras, S e \bar{S} , que operam de forma complementar. Para a análise e simplificação das equações de estado, adotou-se o modelo ideal para estas chaves, desconsiderando quedas de tensão direta e tempos de comutação, embora na implementação física possam ser utilizados dispositivos como MOSFETs ou IGBTs, dependendo da faixa de potência e frequência de operação do sistema. As variáveis dinâmicas fundamentais para o controle, como a corrente no indutor i_L e a tensão no capacitor v_C , são definidas a partir dessa topologia, estabelecendo a base para o desenvolvimento das estratégias de controle.

Para a obtenção do modelo, será adicionado aos terminais de cada BCI uma fonte de corrente, que representa a carga aplicada à esse sistema. Essa topologia é exibida na Figura 4.

Como as duas chaves trabalham de forma complementar, do sistema da Figura 4, pode-se obter dois circuitos distintos, um para quando a chave S está fechada, $S = 1$, e uma para quando a chave S está aberta, $S = 0$, circuitos esses apresentados na Figura 5.

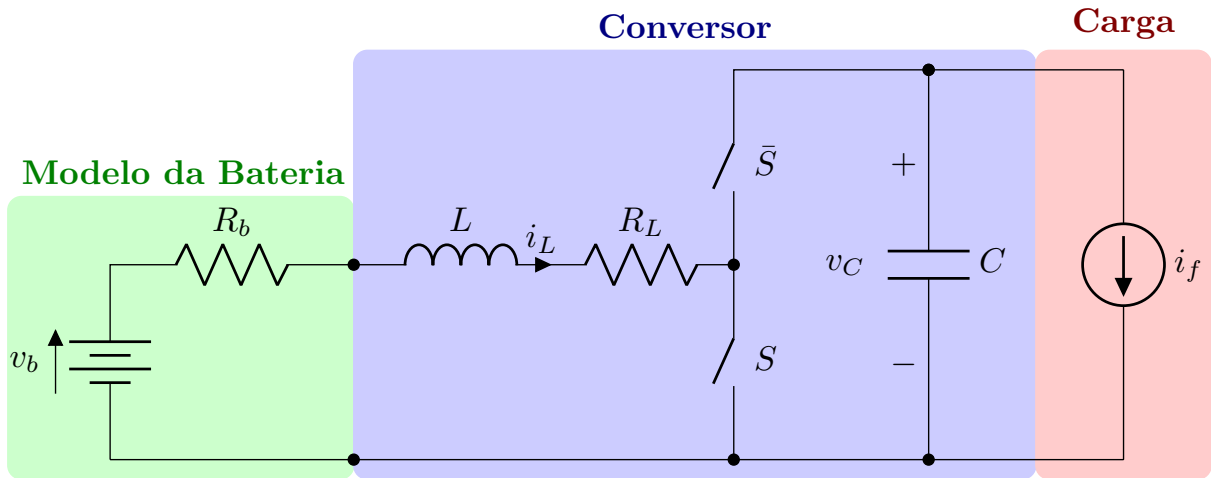
Com isso, pode-se utilizar as técnicas de circuitos lineares para equacionar os dois sistemas. Utilizando as leis de Kirchhoff, obtém-se:

Para o circuito de $S = 1$:

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = -\frac{(R_b + R_L)}{L}i_L + \frac{1}{L}v_b \\ \frac{dv_C}{dt} = -\frac{1}{C}i_f \end{cases} \quad (2.2)$$

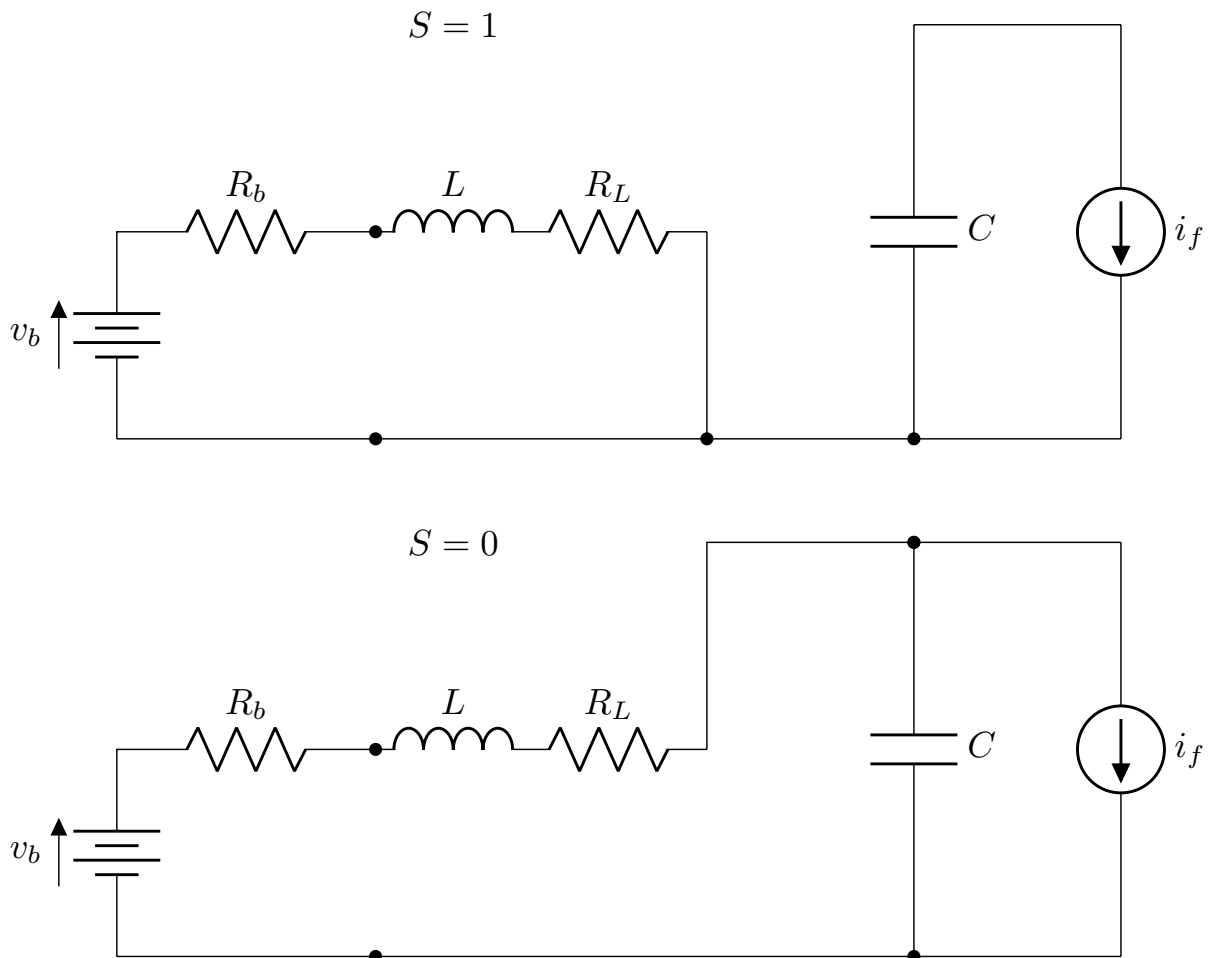
Para o circuito de $S = 0$:

Figura 4 – Topologia escolhida da bateria com conversor integrado com fonte de corrente.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 5 – Circuitos existentes de acordo com o estado da chave principal.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = -\frac{(R_b + R_L)}{L}i_L - \frac{1}{L}v_C + \frac{1}{L}v_b \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{C}i_f \end{cases} \quad (2.3)$$

Adicionando o estado S da chave nas equações, de modo a obter somente um conjunto de equações que representa ambos os estágios de funcionamento, resulta no seguinte modelo:

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = -\frac{(R_b + R_L)}{L}i_L - \frac{(1-S)}{L}v_C + \frac{1}{L}v_b \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{(1-S)}{C}i_L - \frac{1}{C}i_f \end{cases} \quad (2.4)$$

O modelo em 2.4 consiste em um modelo não linear e variante no tempo. Não linear, pois apresenta a multiplicação de variáveis de estado, i_L e v_C com ação de controle e o estado S da chave. E variante no tempo, pois se trata de um modelo dito chaveado, onde S assume dois valores apenas: 1 ou 0, ocasionando assim a mudança do modelo ao longo do tempo, de acordo com o estado da chave.

O modelo chaveado representa tanto a dinâmica de baixa frequência das variáveis de estado do sistema, quanto a dinâmica de alta frequência da comutação do conversor. A dinâmica de alta frequência associada à comutação do conversor permanece praticamente invariável ao longo de toda a operação, não exercendo influência significativa sobre a dinâmica de baixa frequência das variáveis de estado do sistema.

E como que se deseja controlar é a dinâmica temporal de baixa frequência do sistema, pode-se utilizar o modelo médio desse sistema, que consiste em um modelo que descreve apenas a dinâmica de baixa frequência das variáveis de estado. Com isso, como não é representada a comutação, chega-se a um sistema invariante no tempo. Nesse modelo as variáveis passam a ser representadas pela média no período de comutação (T_s) do sistema.

A média das variáveis pode ser dada por:

$$\bar{x}(t) = \langle x(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t x(\tau) d\tau \quad (2.5)$$

Dessa forma, o modelo média do sistema é dado por:

$$\begin{cases} \frac{d\langle i_L(t) \rangle_{T_s}}{dt} = -\frac{(R_b + R_L)}{L} \langle i_L(t) \rangle_{T_s} - \frac{(1-S)}{L} \langle v_C(t) \rangle_{T_s} + \frac{1}{L} \langle v_b(t) \rangle_{T_s} \\ \frac{d\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{dt} = \frac{(1-S)}{C} \langle i_L(t) \rangle_{T_s} - \frac{1}{C} \langle i_f(t) \rangle_{T_s} \end{cases} \quad (2.6)$$

Como $S(t)$ é um sinal do tipo PWM (do inglês, *Pulse Width Modulation*), $\langle S(t) \rangle_{T_s}$ pode ser representada como o ciclo de trabalho do PWM d_S . Utilizando a notação de barra para as variáveis médias e o d_S como ação de controle, o modelo médio é dado por:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{i}_L}{dt} = -\frac{(R_b + R_L)}{L}\bar{i}_L - \frac{(1 - d_S)}{L}\bar{v}_C + \frac{1}{L}\bar{v}_b \\ \frac{d\bar{v}_C}{dt} = \frac{(1 - d_S)}{C}\bar{i}_L - \frac{1}{C}\bar{i}_f \end{cases} \quad (2.7)$$

O modelo em questão é um modelo invariante no tempo, entretanto, continua sendo um modelo não linear, devido à multiplicação de variável de estado com ação de controle.

A utilização do ciclo de trabalho d_S como ação de controle resulta em modelos matemáticos discrepantes dependendo do sentido do fluxo de potência. Essa abordagem exigiria a alternância de sinais nos ganhos do controlador para cada modo de operação, pois o fluxo de potência da carga para a bateria (corrente negativa) demandaria matematicamente uma ação de controle negativa. Tal condição é incompatível com a definição física de d_S , que é restrita ao intervalo $[0, 1]$ e associada a uma portadora com amplitude unitária. Para contornar essa limitação e unificar a modelagem, adotou-se o índice de modulação m como variável de controle. Definido no intervalo $[-1, 1]$, o índice de modulação abrange nativamente a bidirecionalidade do sistema ao ser comparado a uma portadora que oscila entre -1 e 1 . Essa mudança permite que o sinal de controle assumira valores negativos coerentes com a inversão do fluxo de corrente, correspondendo linearmente à variação do ciclo de trabalho. Para isso, utiliza-se a seguinte relação:

$$d_S = \frac{m + 1}{2} \quad (2.8)$$

Assim, o modelo será dado por:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{i}_L}{dt} = -\frac{(R_b + R_L)}{L}\bar{i}_L - \frac{(m - 1)}{2L}\bar{v}_C + \frac{1}{L}\bar{v}_b \\ \frac{d\bar{v}_C}{dt} = -\frac{(m - 1)}{2C}\bar{i}_L - \frac{1}{C}\bar{i}_f \end{cases} \quad (2.9)$$

Igualmente ao modelo anterior, esse modelo é não linear e invariante no tempo. Realizando então a linearização em torno do ponto de operação, obtém-se um modelo médio linearizado de pequenos sinais, que é um modelo linear e invariante no tempo, pelo qual pode-se realizar o projeto de controle. Sendo o ponto de operação:

$$PO = \{i_{L_{OP}}, v_{C_{OP}}, v_{b_{OP}}, i_{f_{OP}}, m_{OP}\} \quad (2.10)$$

Linearizando em torno deste ponto de operação genérico:

$$\begin{cases} f_1 = -\frac{(R_b + R_L)}{L} \bar{i}_L + \frac{1}{2L} \bar{v}_C m - \frac{1}{2L} \bar{v}_C + \frac{1}{L} \bar{v}_b \\ f_2 = -\frac{1}{2C} \bar{i}_L m + \frac{1}{2C} \bar{i}_L - \frac{1}{C} \bar{i}_f \end{cases} \quad (2.11)$$

Calculando as derivadas parciais aplicadas no ponto de operação:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f_1}{\partial i_L} \right|_{PO} &= -\frac{(R_b + R_L)}{L} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial i_L} \right|_{PO} &= -\frac{m_{OP}}{2C} + \frac{1}{2C} \\ \left. \frac{\partial f_1}{\partial v_C} \right|_{PO} &= \frac{m_{PO}}{2L} - \frac{1}{2L} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial v_C} \right|_{PO} &= 0 \\ \left. \frac{\partial f_1}{\partial v_b} \right|_{PO} &= \frac{1}{L} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial v_b} \right|_{PO} &= 0 \\ \left. \frac{\partial f_1}{\partial i_f} \right|_{PO} &= 0 & \left. \frac{\partial f_2}{\partial i_f} \right|_{PO} &= -\frac{1}{C} \\ \left. \frac{\partial f_1}{\partial m} \right|_{PO} &= \frac{v_{COP}}{2L} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial m} \right|_{PO} &= -\frac{i_{LOP}}{2C} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Assim,

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = -\frac{(R_b + R_L)}{L} \tilde{i}_L + \frac{(m_{OP} - 1)}{2L} \tilde{v}_C + \frac{v_{COP}}{2L} \tilde{m} + \frac{1}{L} \tilde{v}_b \\ \frac{d\tilde{v}_C}{dt} = -\frac{(m_{OP} - 1)}{2C} \tilde{i}_L - \frac{i_{LOP}}{2C} \tilde{m} - \frac{1}{C} \tilde{i}_f \end{cases} \quad (2.13)$$

em que o sobrescrito til ($\tilde{\cdot}$) representa pequenas variações em torno do ponto de operação.

Ou ainda, em representação matricial, o modelo médio linearizado de pequenos sinais da BCI em espaços de estados pode ser dado por:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_u \tilde{m} + \mathbf{B}_{w1} \tilde{v}_b + \mathbf{B}_{w2} \tilde{i}_f \\ \tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{C}_{s1} \tilde{\mathbf{x}} \end{cases} \quad (2.14)$$

onde, $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ é o vetor de estados; $\tilde{m} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a entrada de controle; $\tilde{v}_b \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a entrada de distúrbio da tensão da bateria; $\tilde{i}_f \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a entrada de distúrbio da fonte de corrente externa; $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a saída do sistema; $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ é a matriz de estados; $\mathbf{B}_u \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ é o vetor de entrada de controle; $\mathbf{B}_{w1} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ é o vetor de entrada de distúrbio da tensão da bateria; $\mathbf{B}_{w2} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ é o vetor de entrada de distúrbio da fonte de corrente externa e $\mathbf{C}_{s1} \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ é o vetor de saída.

Sendo os vetores e matrizes dados por:

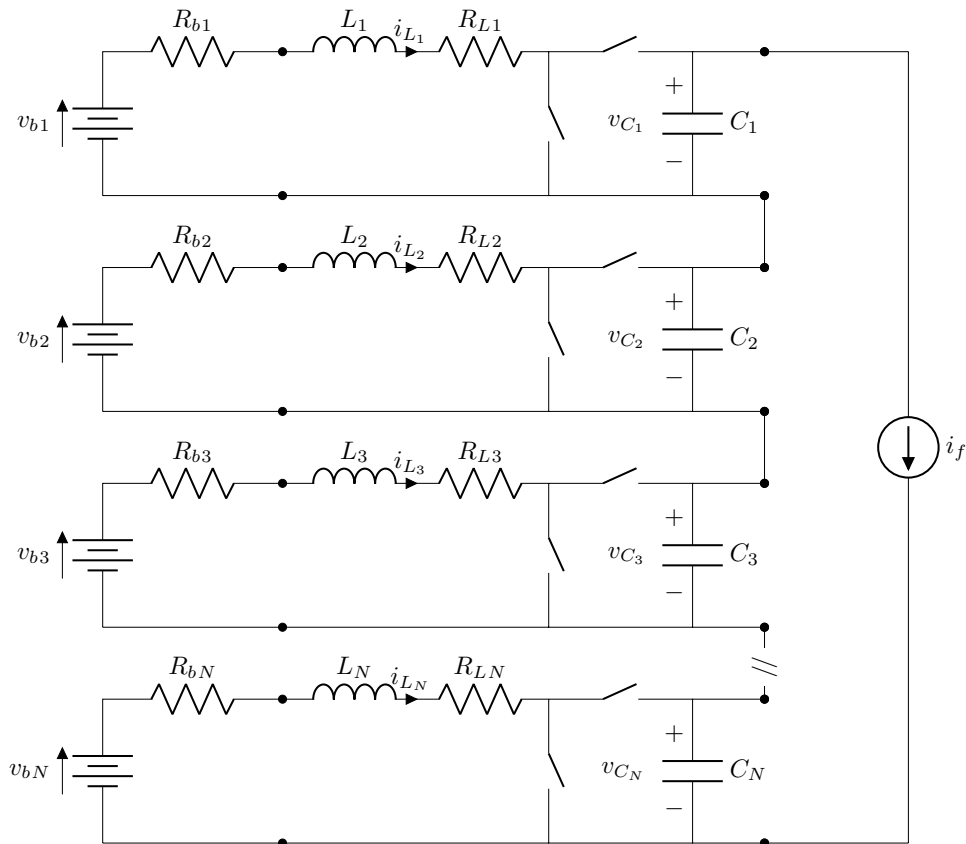
$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} \tilde{i}_L \\ \tilde{v}_C \end{bmatrix} \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{(R_b+R_L)}{L} & \frac{(m_{QP}-1)}{2L} \\ -\frac{(m_{QP}-1)}{2C} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \frac{v_{CQP}}{2L} \\ -\frac{i_{LQP}}{2C} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{w1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{w2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{s1} &= [0 \quad 1] \end{aligned} \quad (2.15)$$

2.3 SISTEMA PROPOSTO PARA O BALANCEAMENTO DOS ESTADOS DE CARGA

O sistema proposto para o balanceamento dos estados de carga consiste na conexão em série das baterias com conversores integrados, de forma a obter uma tensão de barramento condizente com a aplicação. A carga acoplada ao sistema é modelada como uma fonte de corrente conectada nos terminais do conjunto de baterias.

Realizando a modelagem para um sistema composto por N baterias com conversores integrados conectados em série, sendo N um número natural genérico, com uma fonte de corrente acoplada nos terminais extremos, como mostrado na Figura 6.

Figura 6 – Topologia do sistema composto por N BCIs em série.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Pela topologia apresentada, as BCIs se relacionam apenas pela corrente da fonte

i_f , que flui por todas elas. Além disso, a tensão de barramento do conjunto é dada pela soma das tensões terminais de cada uma delas:

$$v_{bar} = v_{C1} + v_{C2} + v_{C3} + \dots + v_{CN} \quad (2.16)$$

Partindo do modelo linearizado de pequenos sinais de cada BCI e considerando:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} -\frac{(R_{b_i} + R_{L_i})}{L_i} & \frac{(m_{OP_i} - 1)}{2L_i} \\ -\frac{(m_{OP_i} - 1)}{2C_i} & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_{u_i} = \begin{bmatrix} \frac{v_{COP_i}}{2L_i} \\ -\frac{i_{LOP_i}}{2C_i} \end{bmatrix}; \mathbf{B}_{w1_i} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_i} \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_{w2_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C_i} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

O modelo do sistema composto por N BCIs em série, pode ser dado por:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}_s} = \mathbf{A}_s \tilde{\mathbf{x}}_s + \mathbf{B}_{u_s} \tilde{\mathbf{m}}_s + \mathbf{B}_{w1_s} \tilde{\mathbf{v}}_{b_s} + \mathbf{B}_{w2_s} \tilde{i}_f \\ \tilde{\mathbf{y}}_s = \mathbf{C}_s \tilde{\mathbf{x}}_s \end{cases} \quad (2.18)$$

onde, $\tilde{\mathbf{x}}_s \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$ é o vetor de estados do sistema; $\tilde{\mathbf{m}}_s \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ é o vetor de entrada de controle; $\tilde{\mathbf{v}}_{b_s} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ é o vetor de entrada de distúrbio da tensão da bateria; $\tilde{i}_f \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a entrada de distúrbio da fonte de corrente externa; $\tilde{\mathbf{y}}_s \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ é o vetor de saída do sistema; $\mathbf{A}_s \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ é a matriz de estados; $\mathbf{B}_{u_s} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ é a matriz de entrada de controle; $\mathbf{B}_{w1_s} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ é a matriz de entrada de distúrbio da tensão da bateria; $\mathbf{B}_{w2_s} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$ é o vetor de entrada de distúrbio da fonte de corrente externa e $\mathbf{C}_s \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ é a matriz de saída.

Sendo os vetores e matrizes dados por:

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{x}}_s &= [i_{L1}^{\tilde{}} \quad v_{C1}^{\tilde{}} \quad i_{L2}^{\tilde{}} \quad v_{C2}^{\tilde{}} \quad i_{L3}^{\tilde{}} \quad v_{C3}^{\tilde{}} \quad \cdots \quad i_{LN}^{\tilde{}} \quad v_{CN}^{\tilde{}}]^T \\
\tilde{\mathbf{m}}_s &= [\tilde{m}_1 \quad \tilde{m}_2 \quad \tilde{m}_3 \quad \cdots \quad \tilde{m}_N]^T \\
\tilde{\mathbf{v}}_{b_s} &= [v_{b1}^{\tilde{}} \quad v_{b2}^{\tilde{}} \quad v_{b3}^{\tilde{}} \quad \cdots \quad v_{bN}^{\tilde{}}]^T \\
\mathbf{A}_s &= \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & A_N \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{u_s} = \begin{bmatrix} B_{u1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_{u2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & B_{u3} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & B_{uN} \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_{w1_s} &= \begin{bmatrix} B_{w1_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_{w1_2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & B_{w1_3} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & B_{w1_N} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{w2_s} = \begin{bmatrix} B_{w2_1} \\ B_{w2_2} \\ B_{w2_3} \\ \vdots \\ B_{w2_N} \end{bmatrix}; \\
\mathbf{C}_s &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Como \mathbf{A}_s e \mathbf{B}_{u_s} são matrizes diagonais, percebe-se que as n BCIs são totalmente desacopladas, podendo assim controlar suas tensões de saída de maneira independente, e como este é um sistema generalizado para N baterias conectadas em série, independente do número da quantidade, elas podem ser controladas de forma separada, facilitando assim o projeto de controle, podendo, como são considerados conversores idênticos, projetar apenas um controlador para o modelo em (2.14) e aplicá-lo a cada uma das BCIs conectadas em série.

2.4 MODELO DE *SoC* POR v_C

O objetivo principal deste trabalho é utilizar o controle da tensão de saída da bateria com conversor integrado para balancear os estados de carga de um conjunto de BCIs. Para isso, é fundamental obter um modelo que relacione o Estado de Carga da BCI com a sua respectiva tensão de saída v_C . Nesta seção, será realizado o desenvolvimento deste modelo baseando-se no valor médio das variáveis, desconsiderando-se o chaveamento do sistema. Tal abordagem é justificada uma vez que a dinâmica de comutação não gera variações significativas no SoC para baterias com capacidades razoáveis.

Partindo da equação do cálculo do estado de carga da bateria:

$$SOC(t) = SOC_0 - \int_{t_0}^{t_0+\tau} \frac{1}{3600C_b} i_b(\tau) d\tau = SOC_0 - \frac{1}{3600C_b} \int_{t_0}^{t_0+\tau} i_b(\tau) d\tau \quad (2.20)$$

onde, $SOC(t)$ é o estado de carga no instante do cálculo, SOC_0 é o estado de carga inicial da bateria, C_b é a capacidade, em Ah, τ é o tempo decorrido desde o início do funcionamento da bateria, t_0 é o instante inicial de tempo e $i_b(t)$ é a corrente da bateria, positiva para quando a bateria esta sendo descarregada e negativa para quando está sendo carregada.

Derivando a equação chega-se em:

$$\frac{d}{dt} SOC(t) = -\frac{1}{3600C_b} i_b(t) \quad (2.21)$$

Como o conversor está conectado em cascata com a bateria, a corrente da bateria é igual à corrente no indutor do conversor:

$$i_b(t) = i_L(t) \quad (2.22)$$

Dessa forma:

$$\frac{d}{dt} SOC(t) = -\frac{1}{3600C_b} i_L(t) \quad (2.23)$$

Assim, o estado de carga é uma função da corrente no indutor do conversor, entretanto é desejado uma relação entre o estado de carga e a tensão de saída do conversor, uma vez que essa é a variável controlada pelo modelo definido para a BCI.

Pelo balanço de potência pode-se relacionar i_L com v_C . Considerando a perda de potência na resistência parasita do indutor, R_L , da bateria, R_b , o balanço de potência será:

$$P_{in} = P_{out} + P_{loss} \quad (2.24)$$

$$P_{bat} = P_{out} + P_{R_L} + P_{R_b} \quad (2.25)$$

Considerando $i_b = i_L$, obtém-se:

$$v_b i_L = v_C i_L + (R_L + R_b) i_L^2 \quad (2.26)$$

Reorganizando:

$$(R_L + R_b) i_L^2 - v_b i_L + v_C i_L = 0 \quad (2.27)$$

Dividindo por $(R_L + R_b)$:

$$i_L^2 - \frac{v_b}{R_L + R_b}i_L + \frac{v_C}{R_L + R_b} = 0 \quad (2.28)$$

Aplicando Bhaskara:

$$i_L = \frac{v_b \pm \sqrt{v_b^2 - 4(R_L + R_b)v_C}}{2(R_L + R_b)} \quad (2.29)$$

Aplicando esse relação de i_L em pontos do sistema, obtêm-se que a raiz que satisfaz a solução do sistema é a raiz da subtração, assim:

$$i_L = \frac{v_b - \sqrt{v_b^2 - 4(R_L + R_b)v_C}}{2(R_L + R_b)} \quad (2.30)$$

Substituindo (2.30) em (2.23).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}SOC(t) &= -\frac{1}{3600C_b} \left[\frac{v_b - \sqrt{v_b^2 - 4(R_L + R_b)v_C}}{2(R_L + R_b)} \right] \\ \frac{d}{dt}SOC(t) &= -\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \left[v_b(t) - \sqrt{v_b^2(t) - 4(R_L + R_b)v_C(t)} \right] \end{aligned} \quad (2.31)$$

O modelo encontrado se trata de um modelo não linear, pois há multiplicação de variável de estado entrada do sistema e variáveis ao quadrado, então realizando a linearização em torno do ponto de operação, para poder realizar o projeto de um controlador linear.

Sendo o ponto de operação dado por:

$$PO_b = \{v_{C_{OP_b}}, i_{f_{OP_b}}, v_{b_{OP_b}}\} \quad (2.32)$$

Linearizando em torno desse ponto de operação genérico:

$$f_3 = -\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \left[v_b(t) - \sqrt{v_b^2(t) - 4(R_L + R_b)v_C(t)} \right] \quad (2.33)$$

Calculando as derivadas parciais aplicadas no ponto de operação:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f_3}{\partial v_C} \right|_{PO_b} &= -\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \left[\frac{2(R_L + R_b)i_{f_{OP}}}{\sqrt{v_{b_{OP}}^2 - 4(R_L + R_b)i_{f_{OP}}v_{C_{OP}}}} \right] \\ \left. \frac{\partial f_3}{\partial v_b} \right|_{PO_b} &= -\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \left[1 - \frac{v_{b_{OP}}}{\sqrt{v_{b_{OP}}^2 - 4(R_L + R_b)i_{f_{OP}}v_{C_{OP}}}} \right] \\ \left. \frac{\partial f_3}{\partial i_f} \right|_{PO_b} &= -\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \left[\frac{2(R_L + R_b)v_{C_{OP}}}{\sqrt{v_{b_{OP}}^2 - 4(R_L + R_b)i_{f_{OP}}v_{C_{OP}}}} \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

Assim,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}SO\tilde{C}(t) = & -\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \left[\frac{2(R_L + R_b)i_{fOP}}{\sqrt{v_{bOP}^2 - 4(R_L + R_b)i_{fOP}v_{COP}}} \right] v_C\tilde{(t)} \\ & -\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \left[1 - \frac{v_{bOP}}{\sqrt{v_{bOP}^2 - 4(R_L + R_b)i_{fOP}v_{COP}}} \right] v_b\tilde{(t)} \\ & -\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \left[\frac{2(R_L + R_b)v_{COP}}{\sqrt{v_{bOP}^2 - 4(R_L + R_b)i_{fOP}v_{COP}}} \right] i_f\tilde{(t)} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Dessa forma, o modelo em espaço de estados será:

$$\begin{cases} S\dot{O}C = A_bS\tilde{O}C + B_{u_b}\tilde{v}_C + B_{w_{1_b}}\tilde{v}_b + B_{w_{2_b}}\tilde{i}_f \\ y_b = C_{s_b} \end{cases} \quad (2.36)$$

onde, $S\tilde{O}C \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o estado de carga da bateria; $\tilde{v}_C \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a tensão do capacitor de saída da BCI; $\tilde{v}_b \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a tensão da bateria; $\tilde{i}_f \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a corrente da fonte externa; $A_b \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o ganho do estado; $B_{u_b} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o ganho da entrada de controle; $B_{w_{1_b}} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o ganho da entrada de distúrbio da tensão da bateria; $B_{w_{2_b}} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o ganho da entrada de distúrbio da corrente da fonte externa e $C_{s_b} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o ganho da saída do sistema.

E a ganhos são dados por:

$$\begin{aligned} A_b &= [0] \\ B_{u_b} &= \left[-\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \frac{2(R_L + R_b)i_{fOP}}{\sqrt{v_{bOP}^2 - 4(R_L + R_b)i_{fOP}v_{COP}}} \right] \\ B_{w_{1_b}} &= -\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \left[1 - \frac{v_{bOP}}{\sqrt{v_{bOP}^2 - 4(R_L + R_b)i_{fOP}v_{COP}}} \right] \\ B_{w_{2_b}} &= \left[-\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \frac{2(R_L + R_b)v_{COP}}{\sqrt{v_{bOP}^2 - 4(R_L + R_b)i_{fOP}v_{COP}}} \right] \\ C_{s_b} &= [1] \end{aligned} \quad (2.37)$$

2.4.1 Modelo para o sistema de N BCIs em série

O modelo apresentado em (2.36) é um modelo que relaciona o estado de carga com a tensão de saída de uma única BCI. Determinando o modelo para o sistema composto por N baterias com conversores integrados conectadas em série.

Como o modelo em (2.18) é derivado do modelo em (2.14), de forma análoga ao modelo em (2.18) de N BCIs em série, a relação entre as N baterias se dá apenas pela corrente da fonte externa. Então, partindo do modelo de SOC para uma única BCI e considerando:

$$\begin{aligned}
A_{b_i} &= [0] \\
B_{ub_i} &= \left[-\frac{1}{7200C_{b_i}(R_{L_i} + R_{b_i})} \frac{2(R_{L_i} + R_{b_i})i_{fOP_i}}{\sqrt{v_{bOP_i}^2 - 4(R_{L_i} + R_{b_i})i_{fOP_i}v_{COP_i}}} \right] \\
B_{w1_{b_i}} &= -\frac{1}{7200C_{b_i}(R_{L_i} + R_{b_i})} \left[1 - \frac{v_{bOP_i}}{\sqrt{v_{bOP_i}^2 - 4(R_{L_i} + R_{b_i})i_{fOP_i}v_{COP_i}}} \right] \\
B_{w2_{b_i}} &= \left[-\frac{1}{7200C_{b_i}(R_{L_i} + R_{b_i})} \frac{2(R_{L_i} + R_{b_i})v_{COP_i}}{\sqrt{v_{bOP_i}^2 - 4(R_{L_i} + R_{b_i})i_{fOP_i}v_{COP_i}}} \right]
\end{aligned} \tag{2.38}$$

O modelo de estado de carga pela tensão de saída do sistema composto por N BCIs em série pode ser dado por:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{S}}\tilde{\mathbf{O}}\mathbf{C}_s = \mathbf{A}_{b_s}\mathbf{S}\tilde{\mathbf{O}}\mathbf{C}_s + \mathbf{B}_{ub_s}\tilde{\mathbf{v}}_{C_s} + \mathbf{B}_{w1_{b_s}}\tilde{\mathbf{v}}_{b_s} + \mathbf{B}_{w2_{b_s}}\tilde{i}_f \\ \mathbf{y}_{b_s} = \mathbf{C}_{sb_s}\mathbf{S}\tilde{\mathbf{O}}\mathbf{C}_s \end{cases} \tag{2.39}$$

onde, $\mathbf{S}\tilde{\mathbf{O}}\mathbf{C}_s \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ é o vetor de estados de carga; $\tilde{\mathbf{v}}_{C_s} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ é o vetor das tensões dos capacitores de saída das BCIs; $\tilde{\mathbf{v}}_{b_s} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ é o vetor das tensões das baterias; $\tilde{i}_f \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a corrente da fonte externa; $\mathbf{A}_{b_s} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ é a matriz de estados; $\mathbf{B}_{ub_s} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ é a matriz de entrada de controle; $\mathbf{B}_{w1_{b_s}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ é o vetor de entrada de distúrbio da tensão da bateria; $\mathbf{B}_{w2_{b_s}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ é o vetor de entrada de distúrbio da corrente da fonte externa e $\mathbf{C}_{sb_s} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ é o vetor de saída do sistema.

E os vetores e matrizes são dados por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{S\tilde{O}C}_s &= [S\tilde{O}C_1 \quad S\tilde{O}C_2 \quad S\tilde{O}C_3 \quad \cdots \quad S\tilde{O}C_N]^T \\
\tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{C}_s} &= [\tilde{v}_{C_1} \quad \tilde{v}_{C_2} \quad \tilde{v}_{C_3} \quad \cdots \quad \tilde{v}_{C_N}]^T \\
\tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{b}_s} &= [\tilde{v}_{b_1} \quad \tilde{v}_{b_2} \quad \tilde{v}_{b_3} \quad \cdots \quad \tilde{v}_{b_N}]^T \\
\mathbf{A}_{\mathbf{b}_s} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{u_{b_s}} = \begin{bmatrix} B_{u_{b_1}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_{u_{b_2}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & B_{u_{b_3}} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & B_{u_{b_N}} \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_{w_{1b_s}} &= \begin{bmatrix} B_{w_{1b_1}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_{w_{1b_2}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & B_{w_{1b_3}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & B_{w_{1b_N}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{w_{2b_s}} = \begin{bmatrix} B_{w_{2b_1}} \\ B_{w_{2b_2}} \\ B_{w_{2b_3}} \\ \vdots \\ B_{w_{2b_N}} \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_{\mathbf{b}_s} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Como $\mathbf{A}_{\mathbf{b}_s}$ e $\mathbf{B}_{u_{b_s}}$ são matrizes diagonais, os sistemas de cada BCI são totalmente desacoplados, podendo assim controlar o estado de carga de cada uma de maneira independente, para todo valor de N .

2.5 RESUMO DO CAPÍTULO

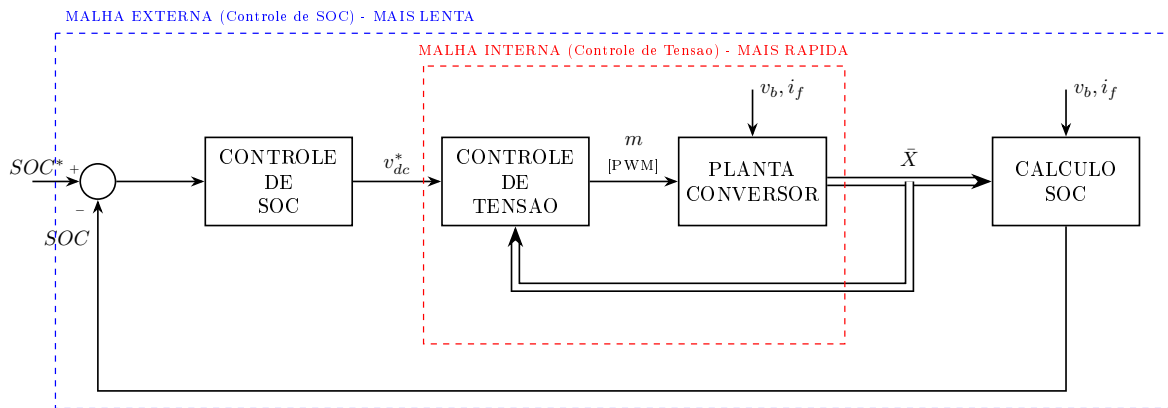
Esse capítulo detalha a modelagem matemática do sistema de armazenamento, etapa fundamental para o posterior projeto das malhas de controle. Inicialmente, define-se um modelo elétrico simplificado para a bateria acoplada a um conversor CC-CC bidirecional, no qual a adoção do índice de modulação (m) como variável de controle no modelo de pequenos sinais permite abranger matematicamente ambos os fluxos de potência (carga e descarga) de forma unificada. A expansão dessa modelagem para arranjos de múltiplas Baterias com Conversores Integrados (BCIs) conectadas em série comprova que as malhas operam de forma totalmente desacoplada, viabilizando um projeto de controle independente para cada unidade. Finalmente, o capítulo deduz a relação direta entre o Estado de Carga (SoC) e a tensão de saída do conversor (v_C), estabelecendo a base teórica essencial que prova ser possível balancear a energia do sistema manipulando individualmente a tensão de cada módulo.

3 PROJETO E ANÁLISE DAS LEIS DE CONTROLE

De posse dos modelos matemáticos do sistema, apresentados no capítulo anterior, pode-se dar início aos projetos de controle que visam conduzir o sistema à resposta desejada, os quais serão abordados ao longo deste capítulo.

O controle será implementado na estrutura em cascata, composta por uma malha externa, mais lenta, que gera a referência de tensão para o controlador da malha interna a partir da referência do estado de carga. Esta malha interna, de dinâmica mais rápida, gera a ação de controle para a planta, conforme ilustrado no diagrama da Figura 7.

Figura 7 – Diagrama do controle em cascata para o conversor.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.1 CONTROLE DO CONVERSOR BIDIRECIONAL

O primeiro passo para alcançar o objetivo final deste trabalho é ter o controle da tensão de saída das bateria com conversores integrado, logo é necessário um projeto de controle de tensão para o conversor bidirecional acoplado à bateria, nesta seção será abordado o projeto desse.

3.1.1 Verificação da controlabilidade do sistema

Partindo do modelo apresentado em (2.13), é feita a verificação da controlabilidade desse sistema a fim de constatar a viabilidade de um projeto de controle para esse.

A controlabilidade de um sistema refere-se à sua capacidade de ser conduzido de um estado inicial x_0 a um estado final x_f em um intervalo de tempo finito, por meio de uma entrada limitada. Essa propriedade pode ser verificada de forma algébrica: o sistema é considerado controlável se a matriz de controlabilidade, apresentada na equação (3.1),

possuir posto completo; caso contrário, é classificado como não controlável ((Liu e Yao, 2016)).

$$\mathbf{C}_o = [\mathbf{B}_u \quad \mathbf{A}\mathbf{B}_u \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}_u] \quad (3.1)$$

Para o sistema em questão:

$$\mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} \frac{v_{cOP}}{2L} & \frac{-(R_L+R_b)v_{cOP}}{2L^2} - \frac{(m_{OP}-1)i_{L_{OP}}}{4LC} \\ -\frac{i_{L_{OP}}}{2C} & \frac{-(m_{OP}-1)v_{cOP}}{4LC} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Como na aplicação em estudo v_{cOP} , $i_{L_{OP}}$, L , C , R_b , R_L , m_{OP} possuem valor finito diferente de zero, a matriz de controlabilidade, em (3.2), tem posto completo, nesse caso igual a 2, o sistema é controlável, podendo assim dar continuidade no projeto de controle.

3.1.2 Definição do controlador

Como o sistema em estudo é um conversor CC-CC no qual se deseja controlar a tensão do capacitor de saída, e a referência é um sinal do tipo degrau, e como os distúrbios do sistema são a tensão da bateria e a corrente da fonte externa, também podem ser considerados sinais do tipo degrau. Assim, pelo princípio do modelo interno, que diz que para erro nulo em regime permanente e rejeição dos distúrbios, o controlador deve conter os polos correspondentes aos polos dos sinais de referência e distúrbios, sendo esses anti-estáveis, logo, o controlador deverá ser do tipo integral. Assim, em espaço de estado, o controlador pode ser modelado por:

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c e \\ y_c = k_c x_c \end{cases} \quad (3.3)$$

onde, $x_c \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o estado do controlador; $e \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o erro da variável controlada em relação à referência; $A_c \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o ganho do estado do controlador; $B_c \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o ganho de entrada do controlador; $y_c \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a saída do controlador e $k_c \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o ganho do controlador.

Sendo:

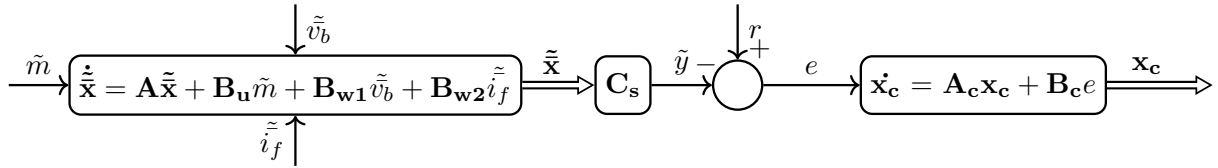
$$A_c = [0]; \quad B_c = [1] \quad (3.4)$$

e k_c é obtido no vetor de ganhos de realimentação do sistema.

3.1.3 Sistema aumentado

De posse dos modelos, em espaço de estados, da planta e do controlador, é possível definir um novo modelo que integra ambos, denominado sistema aumentado. Na Figura 8 é apresentado um diagrama de blocos que relaciona o controlador e a planta.

Figura 8 – Diagrama de blocos representativo do sistema com controlador em espaço de estados.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Com base no diagrama da Figura 8, é possível equacionar o sistema aumentado por:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}_a} = \mathbf{A}_a \tilde{\mathbf{x}}_a + \mathbf{B}_{ua} \tilde{m} + \mathbf{B}_{w1a} \tilde{v}_b + \mathbf{B}_{w2a} \tilde{i}_f + \mathbf{B}_r r \\ \tilde{y}_a = \mathbf{C}_{sa} \tilde{\mathbf{x}}_a \end{cases} \quad (3.5)$$

onde, $\tilde{\mathbf{x}}_a \in \mathbb{R}^{(p+o) \times 1}$ é o vetor de estados do sistema aumentado; $\tilde{m} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a ação de controle; $\tilde{v}_b \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o distúrbio da tensão da bateria; $\tilde{i}_f \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é o distúrbio da corrente da fonte externa; $r \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ é a referência; $\mathbf{A}_a \in \mathbb{R}^{(p+o) \times (p+o)}$ é a matriz de estados do sistema aumentado; $\mathbf{B}_{ua} \in \mathbb{R}^{(p+o) \times 1}$ é o vetor de entrada de controle; $\mathbf{B}_{w1a} \in \mathbb{R}^{(p+o) \times 1}$ é o vetor de entrada do distúrbio da tensão da bateria; $\mathbf{B}_{w2a} \in \mathbb{R}^{(p+o) \times 1}$ é o vetor de entrada de distúrbio da corrente da fonte externa; $\mathbf{B}_r \in \mathbb{R}^{(p+o) \times 1}$ é o vetor de entrada de referência; $\mathbf{C}_{sa} \in \mathbb{R}^{(p+o) \times p}$ é a matriz de saída; p e o são a ordem da planta e do controlador respectivamente. E:

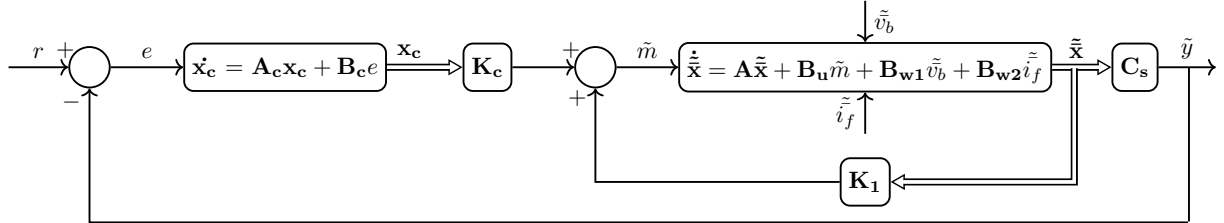
$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_a &= \begin{bmatrix} \tilde{i}_L \\ \tilde{v}_C \\ x_c \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_a &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}^{(p \times o)} \\ -\mathbf{B}_c \mathbf{C}_s & \mathbf{A}_c \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{ua} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_u \\ \mathbf{0}^{(o \times 1)} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{w1a} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{w1} \\ \mathbf{0}^{(o \times 1)} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{B}_{w2a} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{w2} \\ \mathbf{0}^{(o \times 1)} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(p \times 1)} \\ \mathbf{B}_c \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{sa} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Pelo sistema aumentado pode-se realizar a alocação de polo diretamente pela realimentação de estados, fazendo:

$$\tilde{m} = \mathbf{K} \tilde{\mathbf{x}}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_L \\ \tilde{v}_C \\ x_c \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A representação do sistema aumentado, com realimentação de estados, em diagrama de blocos é mostrada na Figura 9.

Figura 9 – Diagrama de blocos do sistema controlado em malha fechada.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.1.4 Determinação dos ganhos de realimentação

Nesta seção será apresentado o método escolhido para a determinação dos ganhos de realimentação e a justificativa da escolha do mesmo.

3.1.4.1 Problema encontrado

Devido à natureza do conversor, bidirecional em corrente, a utilização de métodos tradicionais de determinação dos ganhos de realimentação ocasiona um desafio de implementação da lei de controle para o conversor. Isso ocorre porque ao inverter-se o sentido da corrente, ou seja, ao alterar-se o seu sinal, métodos clássicos como alocação de polos ou até mesmo LQR (do inglês, *Linear Quadratic Regulator*), resultam em diferentes vetores de ganho, específicos para cada direção de corrente. A aplicação de um vetor de ganhos projetado para um sentido de corrente no regime oposto pode comprometer severamente a estabilidade do sistema, podendo ainda levar à sua completa instabilização. Além disso, mesmo a estratégia de alternar entre os dois vetores distintos de ganhos, conforme o sentido da corrente, não assegura estabilidade global do sistema, e pode resultar em respostas insatisfatórias, especialmente próximas ao instante de reversão da corrente (Liberzon, 2003) (Hespanha e Morse, 1999).

3.1.4.1.1 Exemplo utilizando o método LQR

De forma a demonstrar o descrito anteriormente, será realizada a determinação dos ganhos de realimentação pelo método LQR.

Na Tabela 1 são apresentados os valores utilizados para o sistema em estudo. Esses parâmetros foram definidos a partir de uma planta real existente em laboratório, sobre a qual se desejava realizar o controle. Salienta-se que esta configuração de bancada experimental é a mesma utilizada no trabalho de Coutinho et al. (2023). Nela, os

Tabela 1 – Parâmetros do sistema em estudo.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
R_b	0,004 Ω	i_{fop}^+	2 A
L	3,5 mH	i_{Lop}^+	4,3779 A
R_L	0,65 Ω	m_{op}^+	0,086312
C	220 μ F	i_{fop}^-	-2 A
f_s	20 kHz	i_{Lop}^-	-2,881 A
v_{bop}	12 V	m_{op}^-	-0,38842A
v_{Cop}	20 V		

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

sobrescritos $^+$ e $^-$ indicam os parâmetros associados aos sentidos de corrente de descarga (positiva) e carga (negativa), respectivamente.

Foi então realizado o projeto por LQR do sistema como os parâmetros da Tabela 1, e as matrizes Q e R apresentadas em (3.8), ajustadas para uma melhor resposta temporal em ambos os casos, sendo utilizadas tanto para o projeto com a corrente com valor positivo quanto negativo, obtendo assim os vetores de ganhos apresentados em (3.9), sendo p primeiro para a corrente com valor positivo e o segundo para o negativo.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}; \quad R = [1] \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{LQR}^+ &= [1.2545 \quad 0.01939 \quad -31.623] \\ \mathbf{K}_{LQR}^- &= [0.34124 \quad 0.31435 \quad -31.623] \end{aligned} \quad (3.9)$$

A análise dos vetores obtidos evidencia que eles se diferem significativamente nos ganhos de realimentação dos estados da planta, refletindo a dependência do projeto em relação ao sinal da corrente. Os resultados da aplicação desses controladores no sistema serão apresentados mais à frente no capítulo de resultados.

Considerando a limitação imposta pela necessidade de controladores distintos para cada sentido de corrente, decidiu-se utilizar um método baseado em desigualdades matriciais lineares(LMIs, do inglês, *Linear Matrix Inequalities*) para o projeto dos ganhos de realimentação. Tal abordagem possibilita a obtenção de um único vetor de ganhos que assegura a estabilidade e o desempenho adequado do sistema em ambos os regimes de operação, sendo seu projeto desenvolvido e apresentado na próxima seção.

3.1.4.2 Linear Matrix Inequalities (LMI)

Diferentemente das abordagens clássicas de projeto, que frequentemente exigem soluções analíticas específicas para cada ponto de operação, a metodologia baseada em

Desigualdades Matriciais Lineares (Linear Matrix Inequalities – LMIs) permite incorporar diretamente restrições estruturais, requisitos de desempenho e incertezas paramétricas na formulação do problema de controle.

Essa abordagem possibilita a determinação de um único vetor de ganhos capaz de garantir estabilidade e desempenho em todos os pontos de operação considerados. O método consiste em expressar as condições de projeto na forma de desigualdades matriciais lineares nas variáveis de decisão, as quais podem ser resolvidas numericamente por meio de algoritmos convexos (Duan e Yu, 2013; Liu e Yao, 2016).

A principal fundamentação do método por LMIs está associada à teoria de estabilidade de Lyapunov.

3.1.4.2.1 Determinação das LMIs

Considere o sistema linear contínuo:

$$\dot{x} = Ax \quad (3.10)$$

Uma função candidata de Lyapunov é definida por:

$$V = x^T P x \quad (3.11)$$

onde $P = P^T > 0$ é uma matriz simétrica definida positiva, garantindo $V > 0$ para todo $x \neq 0$.

A derivada temporal de V ao longo das trajetórias do sistema é:

$$\dot{V} = x^T (A^T P + P A) x \quad (3.12)$$

Assim, o sistema é assintoticamente estável se existir $P = P^T > 0$ tal que:

$$A^T P + P A < 0 \quad (3.13)$$

Aplicando esse conceito ao sistema em malha fechada com realimentação de estados:

$$\dot{x} = A_{cl} x \quad (3.14)$$

onde:

$$A_{cl} = A + B_u K \quad (3.15)$$

A condição de estabilidade passa a ser:

$$A_{cl}^T P + P A_{cl} < 0 \quad (3.16)$$

Substituindo A_{cl} :

$$(A + B_u K)^T P + P (A + B_u K) < 0 \quad (3.17)$$

ou, equivalentemente:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{K}^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{P} \mathbf{B}_u \mathbf{K} < \mathbf{0} \quad (3.18)$$

Observa-se que essa desigualdade é não linear nas variáveis \mathbf{P} e \mathbf{K} , pois contém termos bilineares.

Para obter uma formulação linear, define-se a mudança de variável:

$$\mathbf{W} = \mathbf{K} \mathbf{P} \quad (3.19)$$

Substituindo na desigualdade anterior, obtém-se:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{B}_u \mathbf{W} + \mathbf{W}^T \mathbf{B}_u^T < \mathbf{0} \quad (3.20)$$

que é linear nas variáveis de decisão \mathbf{P} e \mathbf{W} .

Dessa forma, o problema de síntese pode ser formulado como:

$$\begin{cases} \mathbf{P} = \mathbf{P}^T > \mathbf{0} \\ \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{B}_u \mathbf{W} + \mathbf{W}^T \mathbf{B}_u^T < \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.21)$$

Obtidas as soluções viáveis \mathbf{P} e \mathbf{W} , o vetor de ganhos de realimentação é recuperado por:

$$\mathbf{K} = \mathbf{W} \mathbf{P}^{-1} \quad (3.22)$$

A existência de \mathbf{K} é garantida sempre que houver solução factível para \mathbf{P} e \mathbf{W} , uma vez que \mathbf{P} é simétrica definida positiva e, portanto, inversível.

Definem-se, assim, as matrizes de decisão que serão utilizadas nas LMIs responsáveis por impor a região desejada de alocação dos polos, considerando o modelo aumentado do sistema apresentado em (3.5).

A matriz $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{(n \times n)}$ é simétrica definida positiva e possui ordem igual ao número de variáveis de estado do sistema, enquanto $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{(l \times n)}$ é uma matriz retangular cujas dimensões estão relacionadas ao número de entradas l e de estados n do sistema. Consequentemente, o vetor de ganhos $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{(l \times n)}$.

Com as variáveis definidas, passa-se agora à formulação das LMIs que especificam a região desejada para a alocação dos polos do sistema. Inicialmente, impõe-se que a matriz \mathbf{P} seja simétrica e definida positiva, ou seja:

$$\mathbf{P} > \mathbf{0} \quad (3.23)$$

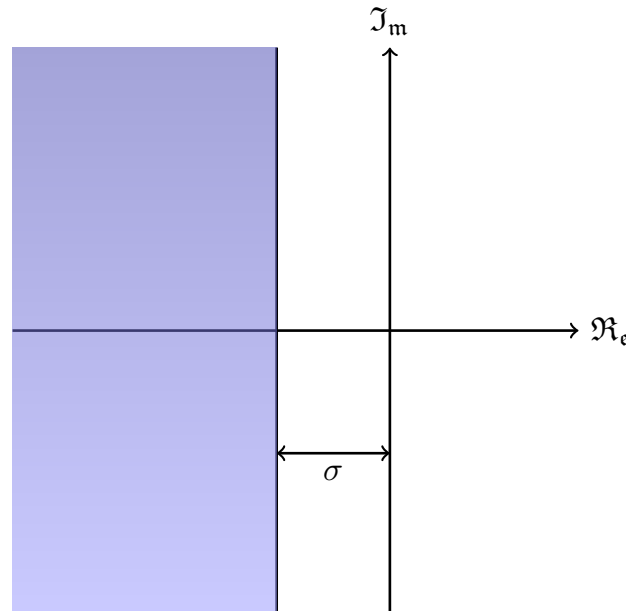
A região de alocação dos polos será definida, de forma genérica, a partir de três parâmetros essenciais em um projeto de controle: um decaimento mínimo, um amortecimento mínimo e uma frequência natural máxima. Todas as regiões consideradas

estão localizadas à esquerda do eixo imaginário, assegurando a estabilidade do sistema. Dessa forma, a região desejada corresponde à interseção das regiões impostas por cada um desses parâmetros.

No caso do decaimento mínimo, os polos devem possuir parte real com módulo maior que um valor positivo σ pré-definido. Essa região é ilustrada na Figura 10, e é determinada pela LMI apresentada em (3.24).

$$\mathbf{A}_a \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a^T + \mathbf{B}_{ua} \mathbf{W} + \mathbf{W}^T \mathbf{B}_{ua}^T + 2\sigma \mathbf{P} < 0 \quad (3.24)$$

Figura 10 – Região definida pelo decaimento mínimo.



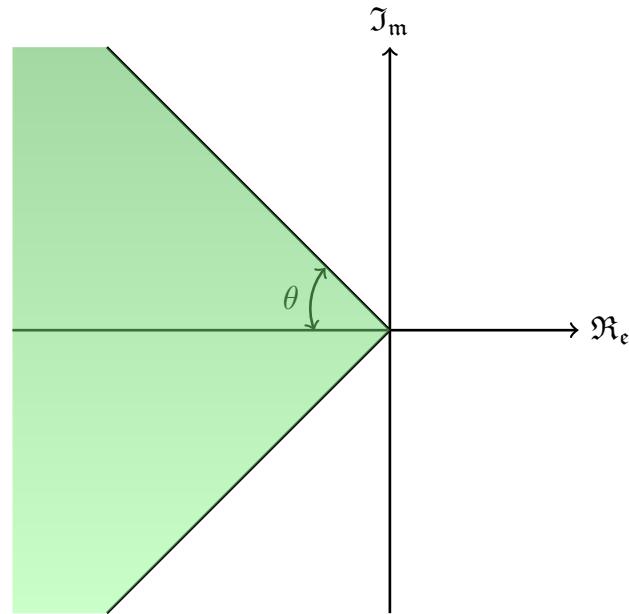
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

O amortecimento mínimo, definido pelo coeficiente ξ , delimita uma região no plano complexo formada por duas retas que se cruzam na origem dos eixos. Essas retas formam um ângulo θ em relação ao eixo real, onde $\theta = \cos^{-1}(\xi)$, conforme ilustrado na Figura 11. A desigualdade em (3.25) descreve essa região.

$$\begin{bmatrix} \sin \theta (\mathbf{A}_a \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a^T + \mathbf{B}_{ua} \mathbf{W} + \mathbf{W}^T \mathbf{B}_{ua}^T) & \cos \theta (\mathbf{A}_a \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A}_a^T + \mathbf{B}_{ua} \mathbf{W} - \mathbf{W}^T \mathbf{B}_{ua}^T) \\ \cos \theta (-\mathbf{A}_a \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a^T - \mathbf{B}_{ua} \mathbf{W} + \mathbf{W}^T \mathbf{B}_{ua}^T) & \sin \theta (\mathbf{A}_a \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a^T + \mathbf{B}_{ua} \mathbf{W} + \mathbf{W}^T \mathbf{B}_{ua}^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (3.25)$$

Já a frequência natural máxima, representada por ρ , restringe a localização dos polos dentro de um círculo de raio ρ centrado na origem do plano complexo. Dessa forma, os polos do sistema devem estar localizados dentro dessa circunferência, garantindo que a

Figura 11 – Região definida pelo amortecimento mínimo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

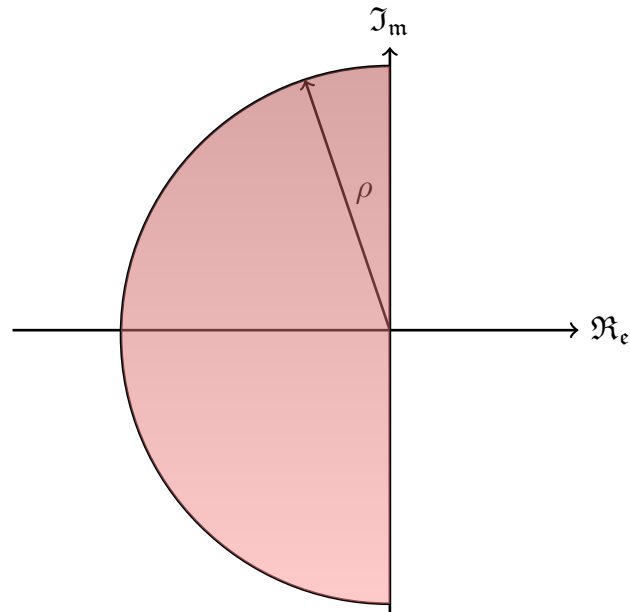
resposta do sistema não apresente oscilações com frequências superiores a ρ . Essa região é ilustrada na Figura 12 e descrita pela desigualdade expressa em (3.26).

$$\begin{bmatrix} -\rho\mathbf{P} & \mathbf{P}\mathbf{A}_a^T + \mathbf{W}^T\mathbf{B}_{ua}^T \\ \mathbf{A}_a\mathbf{P} + \mathbf{B}_{ua}\mathbf{W} & -\rho\mathbf{P} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.26)$$

A resolução do problema de LMI, considerando as desigualdades apresentadas em (3.23), (3.24), (3.25) e (3.26), permite a alocação dos polos em malha fechada dentro da região desejada (Silva et al., 2024), apresentada na Figura 13.

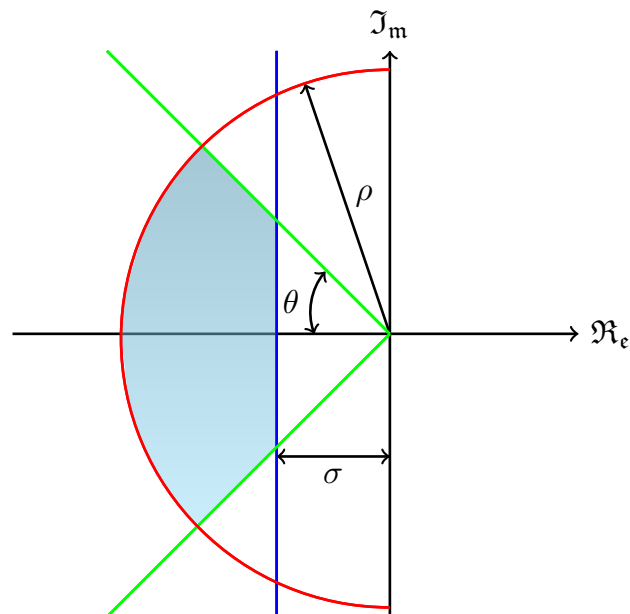
Com o objetivo de garantir não apenas a estabilidade, mas também a atenuação de distúrbios externos, pode-se incluir uma condição baseada na norma \mathcal{H}_∞ do sistema. Essa norma representa o ganho máximo entre a entrada de distúrbio e a saída de interesse no domínio da frequência, sendo comumente utilizada como critério de desempenho. A formulação por LMIs permite impor um limite superior γ para essa norma, assegurando um nível mínimo de rejeição de perturbações. Além disso, ao resolver o problema por meio de otimização com o objetivo de minimizar γ , busca-se reduzir a influência dos distúrbios na resposta do sistema. A LMI que impõe esse limite superior para γ é dada em (3.27) (Olalla et al., 2010).

Figura 12 – Região definida pela máxima frequência natural.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 13 – Região desejada para alocação dos polos de malha fechada.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_a \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a^T + \mathbf{B}_{ua} \mathbf{W} + \mathbf{W}^T \mathbf{B}_{ua}^T & \mathbf{B}_{wa} & \mathbf{P} \mathbf{C}_{sa}^T \\ \mathbf{B}_{wa}^T & -\gamma \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{sa} \mathbf{P} & \mathbf{0} & -\gamma \mathbf{1} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.27)$$

Logo, ao resolver o problema de LMI por meio de minimização, considerando as desigualdades expressas em (3.23), (3.24), (3.25), (3.26) e (3.27), é possível obter um vetor de ganhos de realimentação \mathbf{K}_a , como definido em (3.28), que aloque os polos de malha fechada dentro da região desejada, assegurando simultaneamente a maior rejeição possível aos distúrbios externos.

$$\mathbf{K}_a = \mathbf{W}\mathbf{P}^{-1} \quad (3.28)$$

3.1.4.2.2 Considerações para a formulação e resolução do problema por LMI

Para viabilizar a resolução do problema do projeto de controle por meio de desigualdades matriciais lineares, algumas considerações foram necessárias, tendo em vista a complexidade do modelo. Inicialmente, os parâmetros utilizados no projeto foram organizados conforme as Tabelas 2 e 3. A Tabela 2 apresenta os parâmetros fixos do sistema, que permanecem constantes durante toda a operação. Já a Tabela 3 reúne os parâmetros variáveis, juntamente com seus respectivos intervalos de variação, refletindo as diferentes condições de operação às quais o sistema pode ser submetido. Tais índices representam valores típicos para baterias de 12 V e limites de operação adotados de acordo com as limitações físicas do sistema.

Tabela 2 – Parâmetros fixos do sistema.

Parâmetro	Valor
R_b	0,004 Ω
L	3,5 mH
R_L	0,65 Ω
C	220 μF
f_s	20 kHz

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Tabela 3 – Parâmetros variáveis do sistema.

Parâmetro	Valor
$v_{b_{min}}$	10,4 V
$v_{b_{max}}$	13,8 V
$v_{C_{min}}$	15 V
$v_{C_{max}}$	24 V
$i_{f_{min}}$	-2 A
$i_{f_{max}}$	2 A

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

A partir desses parâmetros, foram resolvidas as equações não lineares que descrevem o equilíbrio do sistema, permitindo a obtenção dos pontos de operação para as diferentes

combinações dos parâmetros variáveis. No entanto, a resolução direta dessas equações, considerando todas as variações simultâneas, mostrou-se inviável devido ao fato de que algumas combinações não são fisicamente viáveis. Dessa forma, algumas restrições foram adotadas para tornar o problema tratável e mais próximo das condições reais.

Foram então estabelecidas condições limite que refletem os cenários extremos de operação, permitindo simplificações no modelo. Considerou-se que quando a tensão da bateria, v_b , encontra-se em seu valor mínimo e a corrente da fonte, i_f , é positiva, a tensão do capacitor, v_C , deve ser limitada ao seu menor valor admissível. Por outro lado, se a corrente for negativa, a tensão do capacitor deve assumir seu valor máximo. Em contrapartida, no cenário em que v_b está no seu valor máximo, adota-se que para $i_f < 0$, a tensão do capacitor seja mínima, e para $i_f > 0$, a tensão do capacitor seja máxima. Com essas restrições, torna-se possível resolver as equações não lineares do sistema para cada conjunto de condições extremas, permitindo assim a obtenção dos limites de operação de corrente do indutor, i_L e da variável de controle, m . Além disso, introduz-se a variável complementar $m' = (m - 1)$, cuja consideração é importante para expressar a dinâmica do sistema de forma mais conveniente. Esses limites estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Limites adotados para viabilidade.

Parâmetro	Valor
$i_{L_{min}}$	-3,7371 A
$i_{L_{max}}$	4,3927 A
m_{min}	-0,070 34
m_{max}	0,089 404
m'_{min}	-1,0703
m'_{max}	-0,9106

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Na formulação das LMIs para o projeto do controlador, consideram-se como parâmetros incertos as variáveis m' , v_b e i_f , que representam os principais fatores de variação do sistema ao longo do tempo. Essas variáveis determinam a variação estrutural do modelo em torno de múltiplos pontos de operação. Ao mapear essas variações, define-se uma região de incerteza convexa. Isso significa que, ao garantir a estabilidade e desempenho desejado para todos os vértices dessa região, isso é, para todas as combinações extremas dos parâmetros, assegura-se que o mesmo desempenho será obtido para qualquer ponto dentro da região convexa. Essa abordagem reduz significativamente o número de pontos de operação que precisam ser verificados, mantendo ainda assim a robustez da solução encontrada. Apesar de m' , v_b e i_f serem as variáveis que delimitam a região de variação, nem todas as componentes do modelo dinâmico dependem delas. Em particular, observou-se que o vetor B_{ua} , que consiste na matriz de entrada de controle, não depende diretamente desses parâmetros.

No entanto, como o sistema é descrito em torno dos seus pontos de operação, torna-se necessário definir a relação das variáveis $v_{C_{OP}}$ e $i_{L_{OP}}$ com a variável m' . A partir dessas relações, definem-se duas grandezas auxiliares: δ e β , que representam a influência de m' sobre as variações internas do sistema, e essas são dadas por:

$$\begin{aligned}\delta = v_{C_{OP}} &= -\frac{4(R_L + R_b)}{m'_{OP}{}^2}i_{f_{OP}} - \frac{2}{m'_{OP}}v_{b_{OP}} \\ \beta = i_{L_{OP}} &= -\frac{2}{m'_{OP}}i_{f_{OP}}\end{aligned}\quad (3.29)$$

Assim, reescrevendo as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B}_u do sistema inserindo essas novas variáveis no modelo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{(R_L + R_b)}{L} & \frac{m'_{OP}}{2L} \\ -\frac{m'_{OP}}{2C} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{2L} \\ -\frac{\beta}{2C} \end{bmatrix}\quad (3.30)$$

Essa reformulação permite representar a dinâmica do sistema como uma combinação linear dos parâmetros incertos, o que é fundamental para a aplicação da metodologia de LMIs, considerando incertezas descritas por uma região convexa limitada por vértices. Nessa configuração, as condições de estabilidade e desempenho podem ser formuladas como desigualdades matriciais lineares que devem ser atendidas em todos os vértices dessa região. Assim, resolvendo o problema de LMI, para minimização de γ , e utilizando os parâmetros da região de alocação de polos definidos na Tabela 5, obtém-se o vetor de ganho de realimentação K_a apresentado em (3.31), o que garante a alocação dos polos de malha fechada na região desejada do plano complexo, além de assegurar a estabilidade robusta e o desempenho dinâmico requerido. Essa formulação também permite minimizar os efeitos de distúrbios externos sobre a resposta do sistema, contribuindo para uma maior rejeição a perturbações e melhor desempenho em condições operacionais adversas, foi alcançado o valor máximo de γ de 43.261.

Tabela 5 – Parâmetros da região de alocação de polos

Parâmetro	Valor
σ	115
θ	80°
ρ	$\frac{\pi f_s}{10}$

$$K_a = [-0,90175 \quad -0,16485 \quad 63,15]\quad (3.31)$$

3.1.5 Análise do sistema controlado

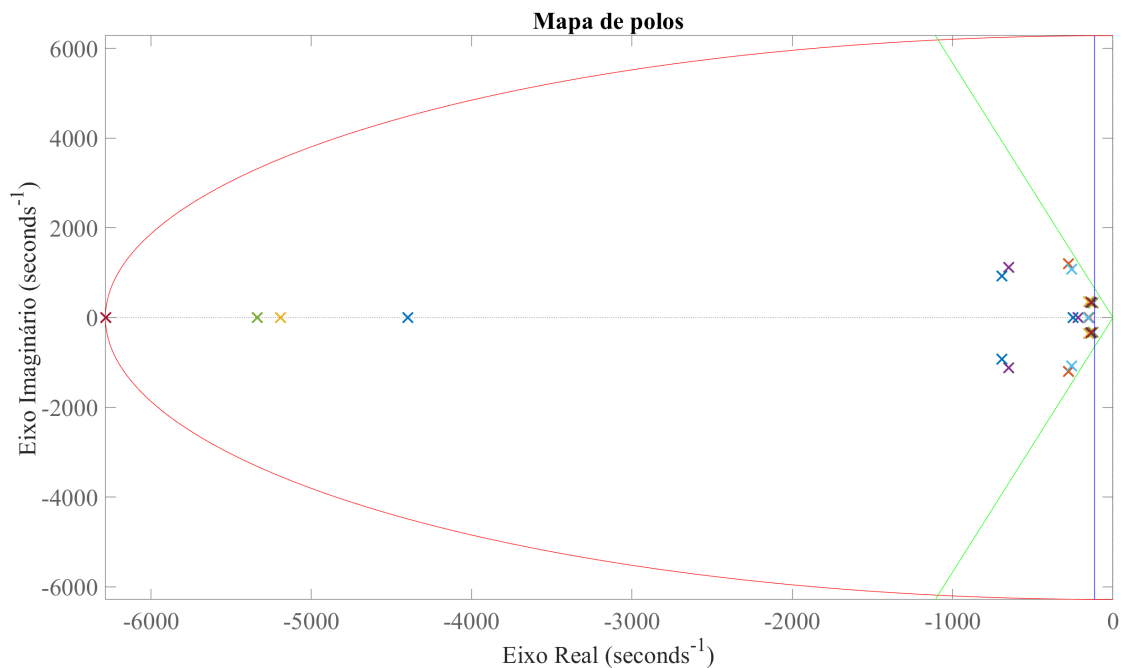
Nesta seção, serão apresentadas algumas análises do sistema sob a ação do controlador projetado contemplando a localização dos polos de malha fechada, bem como os

comportamentos dinâmicos em malha aberta e em malha fechada desse sistema.

3.1.5.1 Localização dos polos de malha fechada

Na Figura 14 é apresentado o mapa de polos do sistema, contendo as localizações dos polos em malha fechada correspondente a todas as combinações dos vértices da região de variação dos parâmetros. Observa-se que, conforme o desejado, todos os polos encontram-se dentro da região especificada para a alocação, validando a robustez do controlador frente às incertezas consideradas.

Figura 14 – Mapa de polos de malha fechada.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

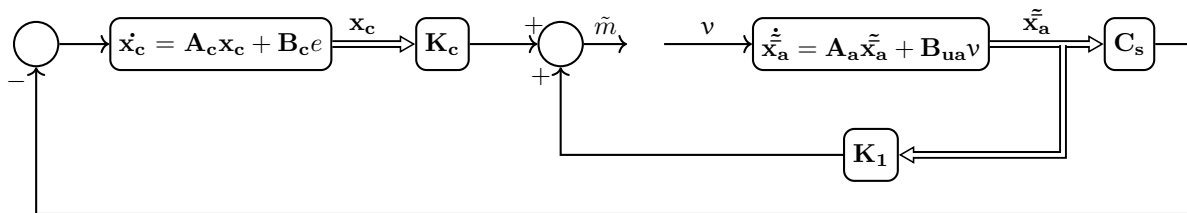
3.1.5.2 Análise de malha aberta

A estabilidade do sistema em malha fechada é garantida pelo método adotado na determinação dos ganhos de realimentação, o qual assegura que os polos de malha fechada estejam localizados dentro da região previamente definida, pertencente ao interior do semiplano esquerdo e, portanto, estável. Em função disso, a estabilidade do sistema não será analisada a partir da malha aberta, uma vez que o foco passa a ser o desempenho sobre realimentação.

3.1.5.2.1 Definição da malha aberta em espaço de estados

Definindo a malha aberta do sistema a partir de sua representação no espaço estados, desconsideram-se as entradas do sistema e abre-se o laço de controle na entrada da planta. Dessa forma, a malha aberta descreve a relação entre a entrada de referência v e a saída de controle \tilde{m} , como representado no diagrama de blocos da Figura 15. Para que a definição de malha aberta adotada seja condizente com a utilizada em softwares de projetos de controle amplamente difundidos, é necessário que o vetor de ganhos seja considerado com sinal negativo, ou seja, com sinal oposto ao originalmente determinado. Isso se deve ao fato de que tradicionalmente esses softwares assumem realimentação negativa, o que leva a estrutura da malha fechada definida por $\mathbf{A}_{acl} = \mathbf{A}_a - \mathbf{B}_{ua}\mathbf{K}_a$. No entanto, na aplicação em questão, utiliza-se realimentação positiva, resultando em $\mathbf{A}_{acl} = \mathbf{A}_a + \mathbf{B}_{ua}\mathbf{K}_a$. Portanto, para compatibilizar as análises e representações, adota-se o vetor $-\mathbf{K}$ na construção da malha aberta. Com isso, na Figura 15 é apresentado um diagrama de blocos da malha aberta do sistema com controlador, na representação do sistema amentado, e a equação (3.32) apresenta o modelo.

Figura 15 – Diagrama de blocos genérico da malha aberta de um sistema controlado.



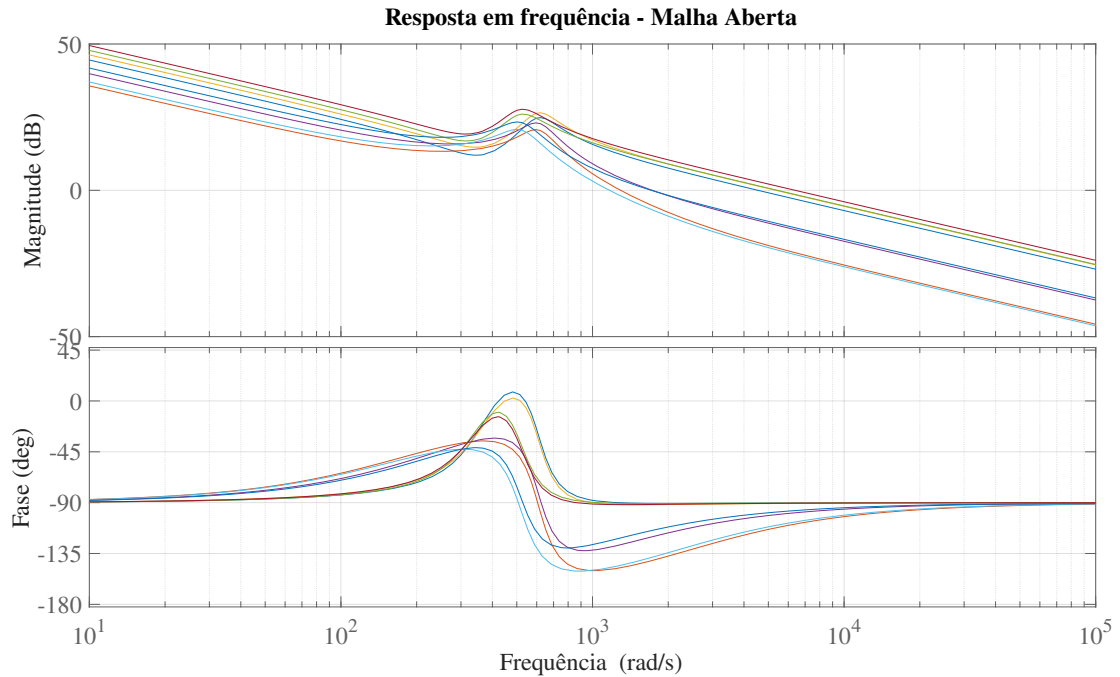
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a = \mathbf{A}_a \tilde{x}_a + \mathbf{B}_{ua} v \\ \tilde{m} = -\mathbf{K}_a \tilde{x}_a \end{cases} \quad (3.32)$$

3.1.5.3 Resposta em frequência da malha aberta

A Figura 16 apresenta o diagrama de Bode da malha aberta do sistema para todas as combinações de vértices da região de variação paramétrica. Observa-se que em todas as curvas o ganho em baixas frequências aumenta significativamente à medida que a frequência se aproxima de zero. Devido a essa característica, o sistema em malha fechada apresentará erro nulo em regime permanente para entradas do tipo degrau, além de boa rejeição a distúrbios de baixa frequência, uma vez que esses altos ganhos na baixa frequência da malha aberta permite compensar variações lentas indesejadas. Nota-se ainda que o formato geral das curvas permanece bastante semelhante entre os diferentes vértices, indicando que o desempenho do sistema é robusto frente às variações paramétricas consideradas.

Figura 16 – Resposta em frequência - Malha Aberta



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.1.5.4 Função de sensibilidade

A função de sensibilidade relaciona o erro do sistema com a referência, bem como a saída com os distúrbios externos em malha fechada. Embora seja determinada pela função de transferência em malha aberta, ela quantifica a capacidade do sistema de rejeitar incertezas e perturbações. Matematicamente, a função de sensibilidade é definida por:

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)} \quad (3.33)$$

onde $L(s)$ é a função de transferência em malha aberta do sistema. Quando $S(s)$ apresenta valores baixos em uma faixa de frequência, indica que o sistema rejeita bem os distúrbios nessa faixa, demonstrando alta robustez. Já picos na função de sensibilidade indicam frequências nas quais o sistema é mais vulnerável a perturbações ou variações nos parâmetros. Dessa forma, a função de sensibilidade permite avaliar a estabilidade e o desempenho do sistema diante de incertezas, auxiliando na garantia da robustez e confiabilidade do controle.

Como todo sistema está sendo modelado em espaço de estados, é pertinente obter também um modelo em espaço de estados da função de sensibilidade. Partindo do modelo de espaço de estados em de malha aberta apresentado em (3.32) e da equação de definição da função de sensibilidade no domínio da frequência (3.33), é possível desenvolver um modelo correspondente em espaço de estados.

A partir da expressão de $S(s)$, a função de sensibilidade pode ser interpretada como um sistema realimentado de malha fechada, caracterizado por uma transmissão direta unitária e uma malha de realimentação composta pela função de transferência de malha aberta $L(s)$. Ao realizar a transição para o domínio do tempo, substitui-se $L(s)$ por sua representação em espaço de estados, o que permite estruturar o sistema em termos de variáveis de estado, matrizes de dinâmica e vetores de entrada e saída. Para derivar o modelo de estados da função de sensibilidade de forma analítica, o diagrama original é reorganizado, posicionando os elementos de modo a evidenciar as relações de interdependência entre os sinais de erro e as variáveis internas do controlador. Através da simplificação da realimentação interna desse arranjo, consolida-se a estrutura sistêmica final. Desta análise, infere-se que o modelo em espaço de estados que descreve a função de sensibilidade é definido por:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}_a} = (\mathbf{A}_a + \mathbf{B}_{ua}\mathbf{K}_a)\tilde{\mathbf{x}}_a + \mathbf{B}_{ua}\mathbf{v} \\ z = -\mathbf{K}_a\tilde{\mathbf{x}}_a + 1\mathbf{v} \end{cases} \quad (3.34)$$

onde z representa a saída da função de sensibilidade e \mathbf{v} é a entrada do sistema.

Da função de sensibilidade pode-se ainda extrair a informação sobre a menor distância entre o traçado do diagrama de Nyquist da função de malha aberta e o ponto crítico de instabilidade no plano complexo, $-1 + j0$. Essa distância fornece uma medida de robustez do sistema e é inversamente proporcional ao ganho máximo da resposta em frequência da função de sensibilidade. Dessa forma, sendo η essa distância mínima, tem-se:

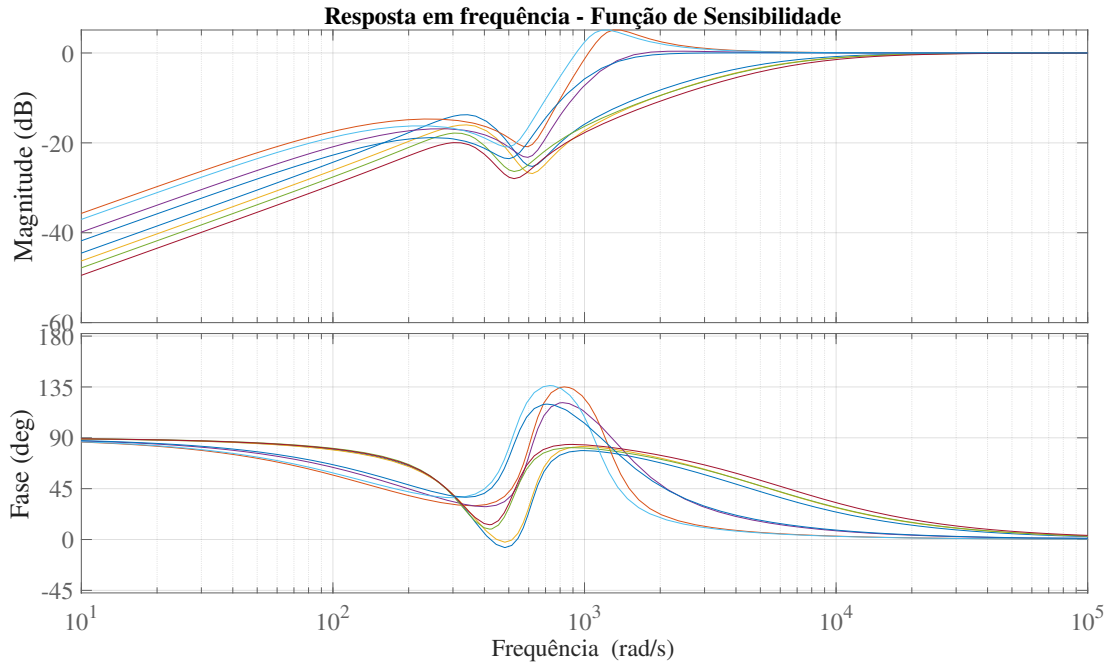
$$\eta = \frac{1}{\|S(j\omega)\|_\infty} \quad (3.35)$$

Essa métrica permite avaliar diretamente a robustez do sistema com o controlador projetado, indicando o quão distante a malha fechada está da instabilidade, mesmo diante de incertezas ou variações paramétricas.

3.1.5.5 Resposta em frequência da função de sensibilidade

A análise da função de sensibilidade, apresentada na Figura 17, permite constatar que o sistema possui satisfatória rejeição a distúrbios, evidenciada pela atenuação em baixas frequências para todas as variações dos vértices. Observa-se, ainda, a ausência de picos significativos em todo o espectro de frequências. O valor máximo de η obtido foi de 0,556, o que denota robustez do controlador projetado, uma vez que este índice assegura uma satisfatória margem de segurança, recomendada ser maior que 0,5, entre o traçado de Nyquist e o ponto crítico (Skogestad e Postlethwaite, 2005).

Figura 17 – Resposta em frequência - Função de Sensibilidade

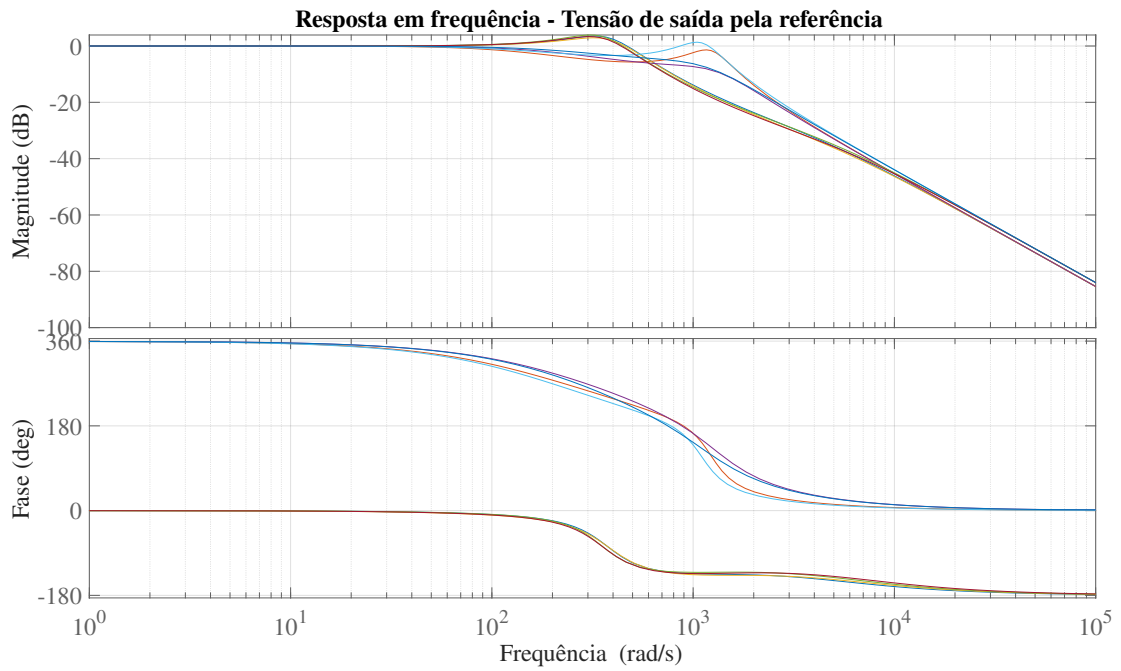


Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.1.5.6 Resposta em frequência da malha fechada

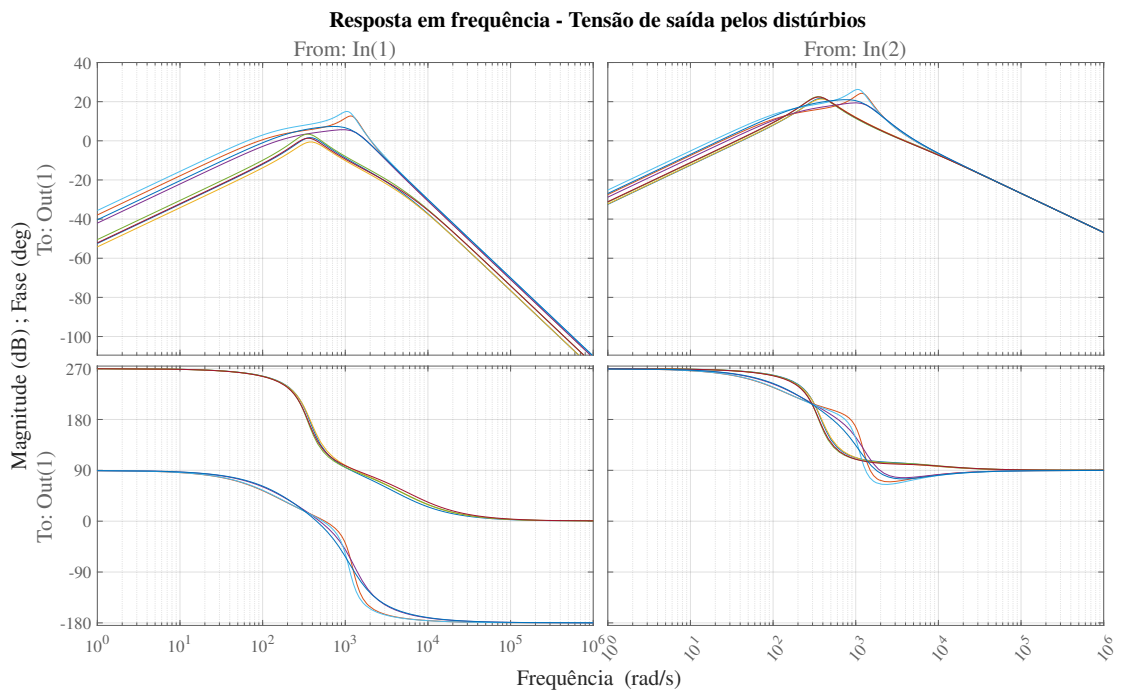
A análise da resposta em frequência da malha fechada, ilustrada nas Figuras 18 e 19, confirma que o erro nulo em regime permanente é assegurado, visto que o sistema apresenta ganho de 0 dB e fase de 0° em baixas frequências. Observa-se, ainda na Figura 19, uma eficaz rejeição aos distúrbios nessa região espectral, decorrente da atenuação imposta pelo projeto. Entretanto, o sistema demonstra maior suscetibilidade a perturbações na faixa de frequências próxima a 10^3 rad/s. Esse comportamento é evidenciado pela presença de um pico de ressonância nesta frequência, o qual afeta a rejeição de ambos os sinais de distúrbio analisados.

Figura 18 – Resposta em frequência - Tensão de saída pela referência.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 19 – Resposta em frequência - Tensão de saída pelos distúrbios.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.2 CONTROLE PARA O BALANCEAMENTO DO ESTADO DE CARGA

Uma vez estabelecido o controle interno do conversor bidirecional, capaz de regular a tensão de saída conforme um valor de referência, avança-se para o projeto da malha externa responsável pelo balanceamento. O objetivo desta etapa é projetar um controlador que determine dinamicamente a referência de tensão para cada módulo, baseando-se na discrepância entre o estado de carga atual da bateria e o estado de carga desejado. Esta seção dedica-se ao desenvolvimento e à análise desse controlador de nível superior.

3.2.1 Fundamentação da estratégia de balanceamento dos estados de carga

A estratégia proposta para o balanceamento dos estados de carga baseia-se na existência de uma relação de proporcionalidade direta entre a potência da bateria e a tensão de saída do conversor. Para fins de análise, desconsideram-se as perdas nos elementos resistivos do circuito. A demonstração a seguir considera um sistema composto por três BCIs conectados em série, conforme ilustrado na Figura ??, embora o conceito seja extensível para uma topologia com N módulos em série.

Sob essa simplificação, a potência total do banco de baterias (P_b) é dada pelo produto da tensão total de saída (v_{bar}) pela corrente da fonte externa (i_f). Como a tensão do barramento é a soma das tensões individuais dos conversores (v_{C_i}), tem-se a relação expressa em (3.36):

$$P_b = v_b \cdot i_b \approx v_{bar} \cdot i_f = (v_{C1} + v_{C2} + v_{C3}) \cdot i_f \quad (3.36)$$

Visto que a corrente i_f é comum a todos os módulos, a potência processada individualmente por cada bateria torna-se diretamente dependente da tensão de saída do seu respectivo conversor, conforme o sistema de equações (3.37):

$$\begin{cases} P_{b_1} = v_{C1} \cdot i_f \\ P_{b_2} = v_{C2} \cdot i_f \\ P_{b_3} = v_{C3} \cdot i_f \end{cases} \quad (3.37)$$

Assim, a modulação da tensão de saída de cada módulo permite o controle individual da potência fornecida por cada bateria.

Simultaneamente, é de interesse manter a tensão total do barramento CC constante e dentro dos limites físicos operacionais. Em uma configuração equilibrada, cada BCI contribuiria com um terço da tensão total desejada (v_{dc}). Contudo, essa divisão igualitária resultaria em potências idênticas para todas as baterias, impedindo o balanceamento. Para viabilizar a troca desigual de potência, cada módulo deve sintetizar uma tensão composta pelo valor médio nominal acrescido de uma variação Δv_i :

$$v_{Ci} = \frac{v_{dc}}{3} + \Delta v_i \quad (3.38)$$

Para que a tensão total do barramento permaneça inalterada ($v_{bar} = v_{dc}$), a soma das variações deve ser nula:

$$\Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 = 0 \quad (3.39)$$

Ao vincular Δv_i aos estados de carga, impõe-se que a bateria com maior SoC contribua com uma tensão superior na saída do conversor, entregando, conseqüentemente, maior potência. Essa dinâmica assegura que as baterias com maior carga sejam mais exigidas, promovendo a equalização.

Para tal, define-se como referência para o controlador a média aritmética dos estados de carga do conjunto:

$$SOC_{med} = \frac{SOC_1 + SOC_2 + SOC_3}{3} \quad (3.40)$$

Com isso, o erro de cada módulo é definido por:

$$\Delta SOC_i = SOC_{med} - SOC_i \quad (3.41)$$

Visto que a referência utilizada é a própria média, garante-se matematicamente que:

$$\Delta SOC_1 + \Delta SOC_2 + \Delta SOC_3 = 0 \quad (3.42)$$

Conseqüentemente, ao estabelecer uma relação proporcional entre a variação de tensão (Δv_i) e o desvio do estado de carga (ΔSOC_i), a condição de restrição (3.39) é naturalmente satisfeita. Isso permite diferenciar as potências processadas por cada bateria, viabilizando o balanceamento, sem comprometer a regulação da tensão constante no barramento CC.

3.2.2 Verificação da controlabilidade

Antes de prosseguir com o projeto do controlador, é pertinente realizar a verificação da controlabilidade do sistema. Assim, partindo do modelo em (2.36), a matriz de controlabilidade é dada por:

$$\mathbf{C}_{ob} = [\mathbf{B}_{ub}] = \left[-\frac{1}{7200C_b(R_L + R_b)} \frac{2(R_L + R_b)i_{fOP}}{\sqrt{v_{bOP}^2 - 4(R_L + R_b)i_{fOP}v_{COP}}} \right] \quad (3.43)$$

Considerando que, na aplicação em questão, todas as variáveis assumem valores finitos e não nulos, a matriz de controlabilidade apresenta posto completo. Dessa forma, o sistema é classificado como controlável, permitindo o prosseguimento com o projeto do controle.

3.2.3 Definição do controlador

Com o objetivo de simplificar o projeto do controlador da malha externa (estado de carga), optou-se pela utilização de funções de transferência. Para tanto, obteve-se a função de transferência ($G_b(s)$) que relaciona o estado de carga (SoC) à tensão de saída (v_C), a partir do modelo em (2.36).

$$G_b(s) = \frac{SoC(s)}{V_C(s)} = \frac{B_{ub}}{s} \quad (3.44)$$

De posse da função de transferência da planta, é possível projetar o controlador para a malha externa. De acordo com a topologia adotada, o balanceamento ocorre exclusivamente quando há fluxo de potência, ou seja, quando há circulação de corrente nos terminais da bateria; não sendo possível realizar a troca de potência entre os módulos com a bateria em repouso. Conseqüentemente, o sinal de referência (o estado de carga desejado) assume o comportamento de um sinal do tipo rampa, visto que a integração de uma corrente (mesmo que variável em degraus) resulta em uma rampa no SoC . Pelo Princípio do Modelo Interno, para garantir erro nulo em regime permanente para uma entrada rampa ($\frac{1}{s^2}$), a função de transferência de malha aberta ($C_b(s)G_b(s)$) deve possuir dois polos na origem. Como a planta já possui naturalmente um integrador, o controlador deverá adicionar a ação integral restante, de forma que:

$$C_b(s) = \frac{k_p s + k_i}{s} \quad (3.45)$$

A necessidade de um controlador integral para garantir erro nulo em regime permanente elucidada as limitações das abordagens comuns na literatura, que frequentemente utilizam controladores puramente proporcionais. Nestes casos, o sistema é incapaz de equalizar plenamente os estados de carga, resultando inevitavelmente em um erro estacionário. Diante disso, propõe-se a utilização desse controlador integral para assegurar o balanceamento completo dos módulos.

3.2.4 Análise do sinal dos ganhos do controlador em função do sentido da corrente

O estado de carga da bateria i é descrito por:

$$SOC_i = SOC_{0,i} - \frac{1}{3600 C_{b,i}} \int i_{b,i} dt \quad (3.46)$$

onde $C_{b,i}$ é a capacidade nominal da bateria.

Assumindo conversor ideal e desprezando perdas, pelo balanço de potência:

$$P_{b,i} = P_{c,i} \quad (3.47)$$

$$v_{b,i} i_{b,i} = v_{c,i} i_c \quad (3.48)$$

Logo,

$$i_{b,i} = \frac{v_{c,i} i_c}{v_{b,i}} \quad (3.49)$$

A tensão de controle do módulo é composta por uma parcela média e uma parcela de balanceamento:

$$v_{c,i} = \frac{v_{dc}}{N} + \Delta v_{c,i} \quad (3.50)$$

Substituindo na equação do SOC:

$$SOC_i = SOC_{0,i} - \frac{1}{3600 C_{b,i}} \int \frac{\left(\frac{v_{dc}}{N} + \Delta v_{c,i}\right) i_c}{v_{b,i}} dt \quad (3.51)$$

Assumindo $v_{b,i}$ e i_c aproximadamente constantes no intervalo de análise:

$$SOC_i = SOC_{0,i} - \frac{i_c}{3600 C_{b,i} N v_{b,i}} \int v_{dc} dt - \frac{i_c}{3600 C_{b,i} v_{b,i}} \int \Delta v_{c,i} dt \quad (3.52)$$

Observa-se que o primeiro termo integral é comum a todos os módulos e não afeta o balanceamento relativo. Assim, define-se:

$$\Delta SOC_i = \overline{SOC} - SOC_i \quad (3.53)$$

o que conduz a:

$$\Delta SOC_i = \frac{\sum_{i=1}^N SOC_{0,i}}{N} - SOC_{0,i} + \frac{i_c}{3600 C_{b,i} v_{b,i}} \int \Delta v_{c,i} dt \quad (3.54)$$

Utilizando-se um controlador PI para o balanceamento:

$$\Delta v_{c,i} = k_p \Delta SOC_i + k_i \int \Delta SOC_i dt \quad (3.55)$$

Substituindo:

$$\Delta SOC_i = A + \frac{i_c k_p}{3600 C_{b,i} v_{b,i}} \int \Delta SOC_i dt + \frac{i_c k_i}{3600 C_{b,i} v_{b,i}} \iint \Delta SOC_i dt^2 \quad (3.56)$$

Definindo:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^N SOC_{0,i}}{N} - SOC_{0,i} \quad (3.57)$$

$$B = \frac{k_p i_c}{3600 C_{b,i} v_{b,i}} \quad C = \frac{k_i i_c}{3600 C_{b,i} v_{b,i}} \quad (3.58)$$

Obtém-se:

$$\Delta SOC_i = A + B \int \Delta SOC_i dt + C \iint \Delta SOC_i dt^2 \quad (3.59)$$

Derivando duas vezes:

$$\frac{d^2}{dt^2} \Delta SOC_i - B \frac{d}{dt} \Delta SOC_i - C \Delta SOC_i = 0 \quad (3.60)$$

A equação característica é:

$$p^2 - Bp - C = 0 \quad (3.61)$$

$$p_{1,2} = \frac{B}{2} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4} + C} \quad (3.62)$$

Para que $\Delta SOC_i \rightarrow 0$, é necessário que as partes reais dos polos sejam negativas. Isso impõe:

$$\frac{B}{2} < 0 \quad \Rightarrow \quad B < 0 \quad (3.63)$$

Como $C_{b,i} > 0$ e $v_{b,i} > 0$, conclui-se:

$$B = \frac{k_p i_c}{3600 C_{b,i} v_{b,i}} < 0 \quad \Rightarrow \quad k_p i_c < 0 \quad (3.64)$$

Portanto, o ganho proporcional deve possuir sinal oposto ao da corrente i_c .

De maneira análoga, para estabilidade completa (raízes com parte real negativa), também é necessário:

$$C = \frac{k_i i_c}{3600 C_{b,i} v_{b,i}} < 0 \quad \Rightarrow \quad k_i i_c < 0 \quad (3.65)$$

Se $i_c > 0$ (modo de descarga), os ganhos k_p e k_i devem ser negativos.

Se $i_c < 0$ (modo de carga), os ganhos devem ser positivos.

$$\boxed{\text{sgn}(k_p) = \text{sgn}(k_i) = -\text{sgn}(i_c)} \quad (3.66)$$

A estabilidade do mecanismo de balanceamento não depende apenas da magnitude dos ganhos, mas fundamentalmente do modo de operação do conversor bidirecional.

No regime de descarga ($i_c > 0$), os ganhos devem ser negativos. No regime de carga ($i_c < 0$), os ganhos devem ser positivos.

Essa dependência estrutural decorre diretamente da inversão do fluxo de potência no conversor e constitui uma característica intrínseca do problema, devendo ser explicitamente considerada na implementação prática do controlador.

Consequentemente, à luz da análise dinâmica desenvolvida anteriormente, conclui-se que não é possível empregar a mesma estratégia de controle robusto utilizada para a

regulação da tensão terminal dos conversores. Tal estratégia conduz à obtenção de um conjunto único e fixo de ganhos válido para todos os pontos de operação, o que, neste caso, inviabiliza a existência de solução factível, uma vez que as condições de estabilidade dependem explicitamente do sinal da corrente i_c .

Como demonstrado, a estabilidade do sistema de balanceamento exige que os ganhos proporcional e integral apresentem sinal oposto ao de i_c . Portanto, como o conversor bidirecional opera em dois regimes distintos — carga ($i_c < 0$) e descarga ($i_c > 0$) —, torna-se estruturalmente necessário utilizar conjuntos de ganhos distintos para cada modo de operação.

Conclui-se, assim, que o problema não pode ser tratado por meio de uma lei de controle com ganhos fixos globais, sendo imprescindível a adoção de uma estratégia dependente do regime de operação, seja por comutação explícita de ganhos (gain scheduling) ou por outras leis de controle adaptativas.

3.2.5 Determinação dos ganhos do controlador

Uma vez obtidos os modelos da planta e do controlador, a etapa subsequente consiste na determinação dos ganhos que satisfaçam os requisitos de desempenho. A metodologia adotada foi a alocação de polos, na qual o polinômio característico de malha fechada é sintetizado com base no coeficiente de amortecimento e no tempo de acomodação desejados.

Adicionalmente, impõe-se uma restrição crítica à magnitude dos ganhos: o sinal de controle gerado não deve exceder os limites operacionais do conversor. A violação desses limites (saturação) acarretaria na perda da capacidade de regulação da tensão do barramento CC, enquanto valores excessivamente elevados poderiam instabilizar a malha de controle.

A restrição na magnitude dos ganhos é imperativa devido aos limites físicos do conversor. Observa-se que, caso não houvesse limitação (saturação) no sinal de controle, ganhos excessivos gerariam referências de tensão de saída impraticáveis, levando ao colapso da operação do conversor. Por outro lado, ao se implementar a necessária saturação para proteger o equipamento, esses mesmos ganhos elevados forçam o controlador a operar constantemente em seus limites (saturação do atuador). Nessa condição, o sistema perde sua capacidade dinâmica de atuação, resultando na impossibilidade de manter a tensão do barramento constante.

Ademais, a análise de estabilidade do sistema revela a necessidade de estratégias distintas conforme o sentido do fluxo de potência. A verificação matemática prova que, pelo método utilizado, devem existir obrigatoriamente dois controladores para o funcionamento bidirecional (carga e descarga). Essa distinção garante que os ganhos mantenham sinais contrários ao sinal da corrente, assegurando que as exponenciais do sistema decaiam ao

longo do tempo. Assim, projetam-se dois controladores específicos: um para operação com corrente positiva e outro para corrente negativa.

No uso do controlador puramente proporcional, para que não haja saturação, o ganho máximo é definido pela relação entre a diferença de tensão (relação do ponto de operação e o valor máximo que o conversor consegue sintetizar) e o desvio máximo dos estados de carga em relação à média, como na Equação (3.67).

$$k_{pCPmax} = \pm \frac{\Delta v_C}{\Delta SoC_{max}} \quad (3.67)$$

Já para o caso do controlador Proporcional-Integral, observou-se que, limitando o ganho proporcional à faixa de 75% a 85% do valor do ganho puramente proporcional, chega-se a um resultado dinâmico satisfatório sem saturação. Essa limitação se justifica pois a ação de controle agora é a soma das parcelas proporcional e integral.

Para reduzir o tempo necessário para o balanceamento dos estados de carga, dado o alto custo computacional das simulações, optou-se pela redução significativa da capacidade das baterias. O projeto do controlador foi realizado considerando dois pontos de operação (corrente mínima e máxima), mantendo-se em ambos a tensão da bateria em 12 V e a de saída em 20 V. Além dos dados do sistema descritos na Tabela 2, a Tabela 6 detalha os demais parâmetros de projeto que resultaram nos ganhos dos controladores apresentados na Tabela 7. Ressalta-se que, para fins de simulação, a capacidade nominal das baterias foi reduzida em 10 vezes, visando a diminuição do tempo de processamento e do custo computacional, sem prejuízo à análise da dinâmica de controle proposta.

Tabela 6 – Parâmetros para projeto dos controladores da malha externa.

Parâmetro	Valor
C_b	0,7 A h
v_{bop}	12 V
$v_{C_{op}}$	20 V
i_{fop}^+	2 A
i_{fop}^-	-2 A
ξ	0,707
ω_n	0,08133
ΔSoC_{max}	0,2%

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Tabela 7 – Ganhos dos controladores da malha externa.

Controlador para $i_{fop}^+ = 2 \text{ A}$	
Parâmetro	Valor
k_p^+	-909,07
k_i^+	-52,287
Controlador para $i_{fop}^- = -2 \text{ A}$	
Parâmetro	Valor
k_p^-	2284,8
k_i^-	131,42

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.2.6 Análise do sistema controlado

Nesta seção, são apresentadas as análises do sistema sob a ação da estratégia de controle projetada, contemplando a localização dos polos em malha fechada e a avaliação do comportamento dinâmico. Embora o projeto tenha sido fundamentado em dois pontos de operação nominais (um para corrente positiva e outro para negativa), a robustez e o desempenho dos controladores são verificados para combinações de três valores distintos das variáveis v_b , v_c e i_f . Essa análise paramétrica respeita a direcionalidade da corrente para cada controlador, visando validar a eficácia do projeto em diferentes regimes de operação e garantir a estabilidade na faixa operacional prevista. Os valores definidos para essas variáveis estão apresentados na Tabela 8, com exceção do caso crítico de tensão mínima da bateria simultânea à tensão de saída e corrente máximas; tal condição, devido a limitações físicas do sistema, não é realizável, caracterizando-se como um ponto de operação proibido.

Tabela 8 – Valores das variáveis paramétricas para análise.

Variável	Valor 1	Valor 2	Valor 3
v_b	12 V	13,8 V	10,4 V
v_c	20 V	24 V	15 V
i_f^+	2 A	1 A	0,1 A
i_f^-	-2 A	-1 A	-0,1 A

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

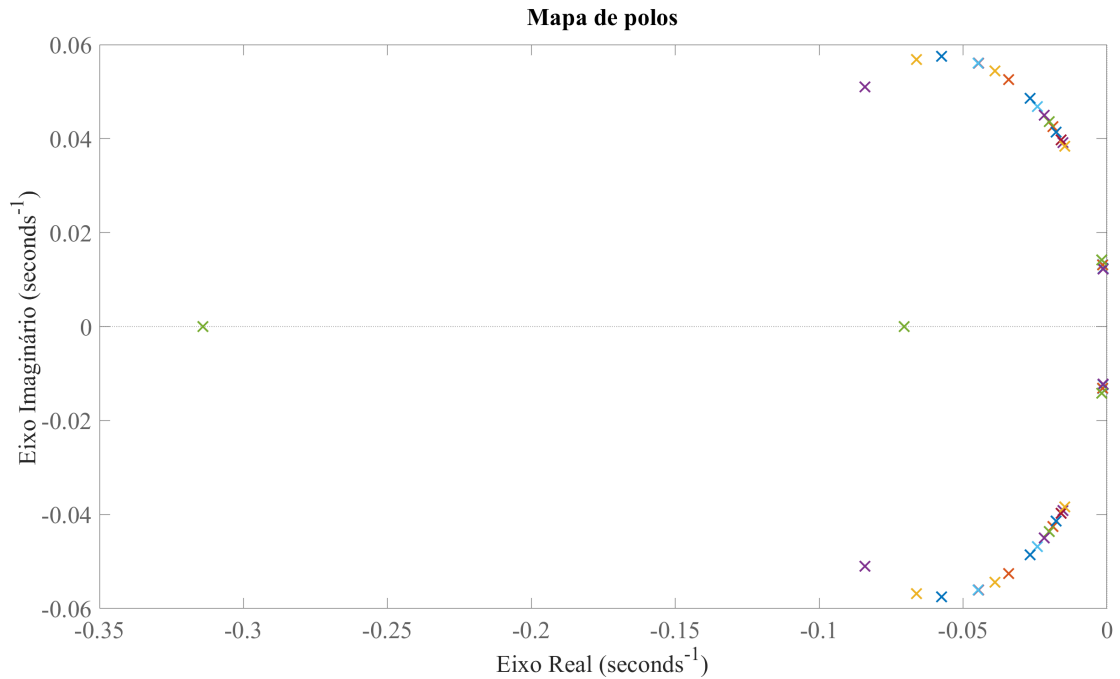
3.2.6.1 Controlador para corrente com sinal positivo

Apresentam-se, a seguir, as análises referentes ao sistema com o controlador projetado para a corrente com sinal positivo. Conforme mencionado na seção precedente, esta etapa da avaliação restringe-se aos valores positivos de corrente para validar a resposta dinâmica do controlador em diferentes pontos de operação que podem ocorrer no funcionamento.

3.2.6.1.1 Localização dos polos de malha fechada

A Figura 20 apresenta o mapa de polos de malha fechada para todos os pontos de operação considerados. Observa-se que todos os polos permanecem localizados no semiplano esquerdo do plano complexo, o que assegura a estabilidade do sistema frente às variações paramétricas analisadas.

Figura 20 – Localização dos polos de malha fechada.

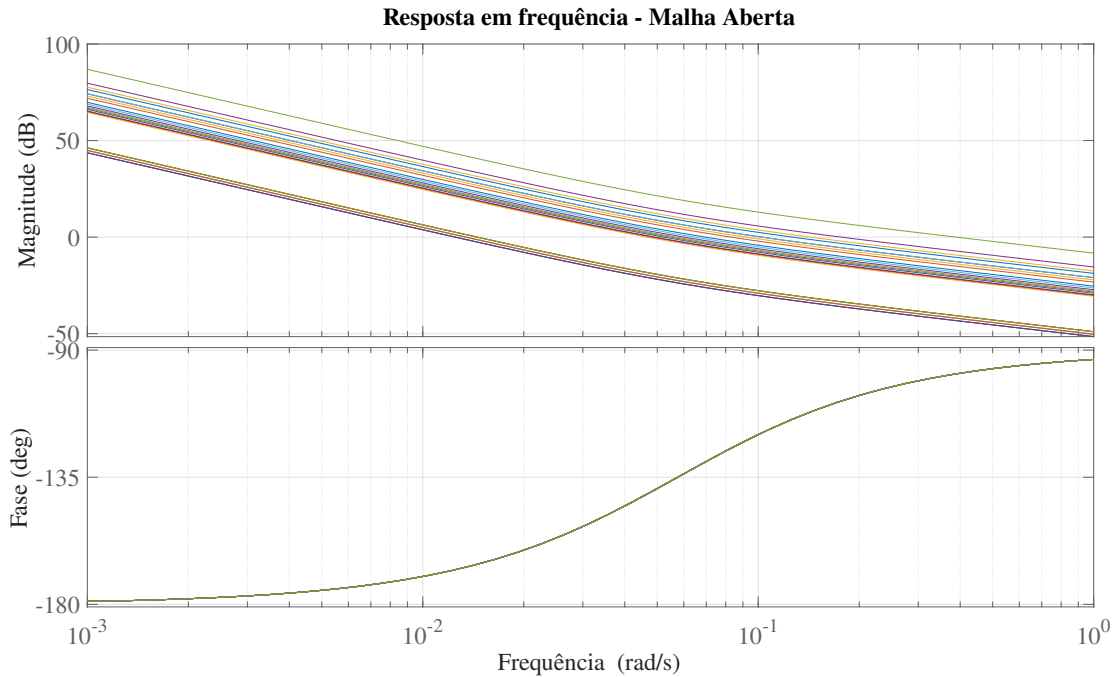


Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.2.6.1.2 Resposta em frequência da malha aberta

A Figura 21 apresenta o diagrama de Bode da função de transferência de malha aberta do sistema. Observa-se que, para baixas frequências, a magnitude apresenta uma inclinação de -40 dB/dec, o que assegura ao sistema tanto o erro nulo em regime permanente para referências do tipo rampa quanto a rejeição total de distúrbios do tipo degrau. Tais características são garantidas pela presença de dois integradores na malha aberta, identificados pelo comportamento da magnitude e da fase na região de baixas frequências do diagrama.

Figura 21 – Resposta em frequência da função de transferência de malha aberta.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.2.6.1.3 Resposta em frequência da função de sensibilidade

A resposta em frequência da função de sensibilidade do sistema controlado é apresentada na Figura 22. A partir dela, observa-se inclinação de 40 dB/dec em baixas frequências, o que caracteriza comportamento equivalente a dois integradores na malha aberta. Consequentemente, o sistema apresenta erro nulo em regime permanente para entradas do tipo rampa e elevada capacidade de rejeição a distúrbios do tipo degrau. Tal comportamento é consistente com a análise previamente realizada em malha aberta.

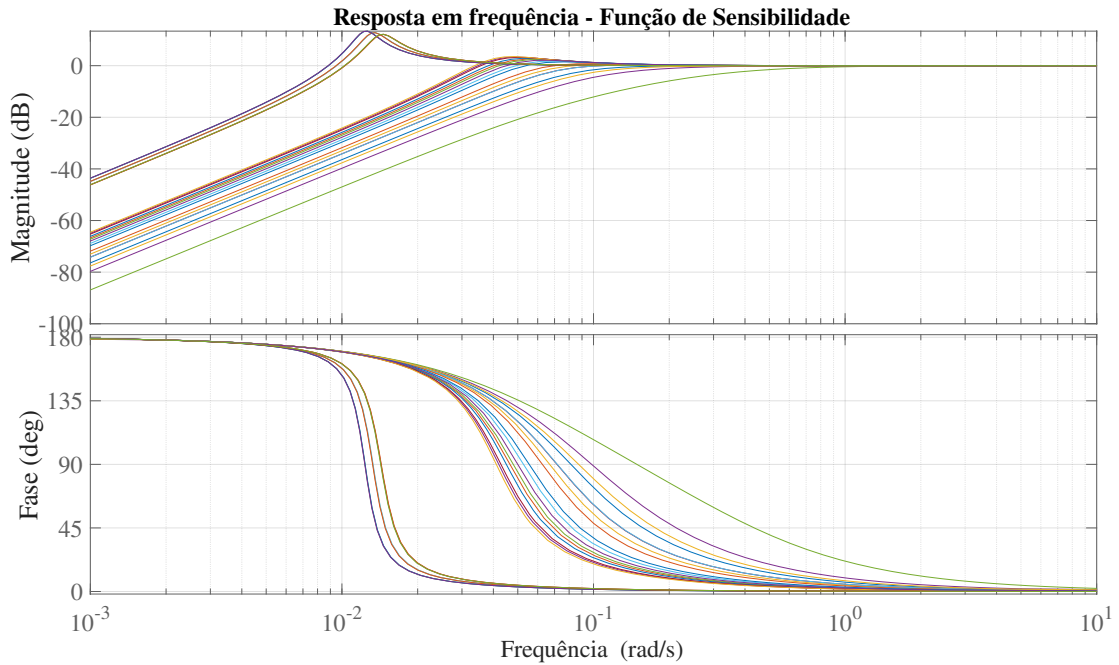
Entretanto, a análise no domínio da frequência também evidencia limitações de robustez para determinados pontos de operação. A distância mínima ao ponto crítico $-1 + j0$ foi igual a 0,214, indicando proximidade significativa do traçado de Nyquist em relação à condição de instabilidade.

Sob a ótica geométrica do critério de Nyquist, essa pequena distância implica margens reduzidas de estabilidade, tornando o sistema sensível a incertezas paramétricas e variações dinâmicas não modeladas. Pequenas perturbações nos parâmetros podem deslocar o diagrama em direção ao ponto crítico, ampliando oscilações ou até comprometendo a estabilidade do sistema em malha fechada.

Conclui-se, portanto, que embora o desempenho nominal em regime permanente seja satisfatório, a robustez global do controlador é limitada em alguns pontos de operação. Esse resultado indica a necessidade de investigação futura de estratégias de controle

alternativas, com ênfase explícita em robustez e garantia de margens adequadas em todo o envelope operacional do sistema.

Figura 22 – Resposta em frequência da função de sensibilidade.

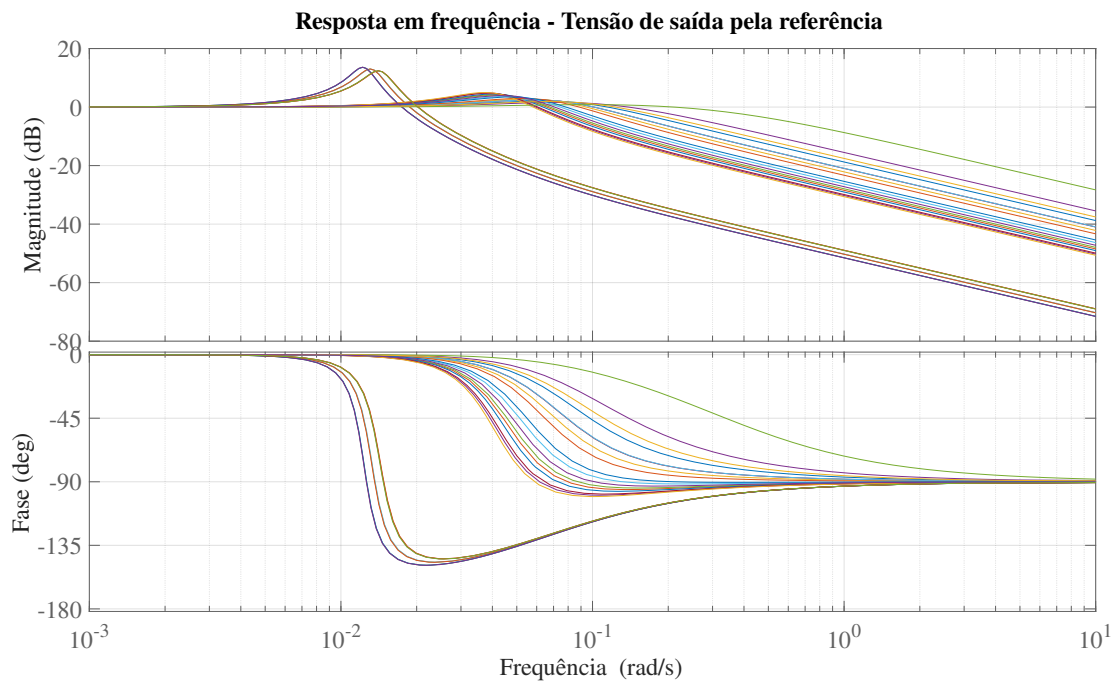


Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.2.6.1.4 Resposta em frequência da malha fechada

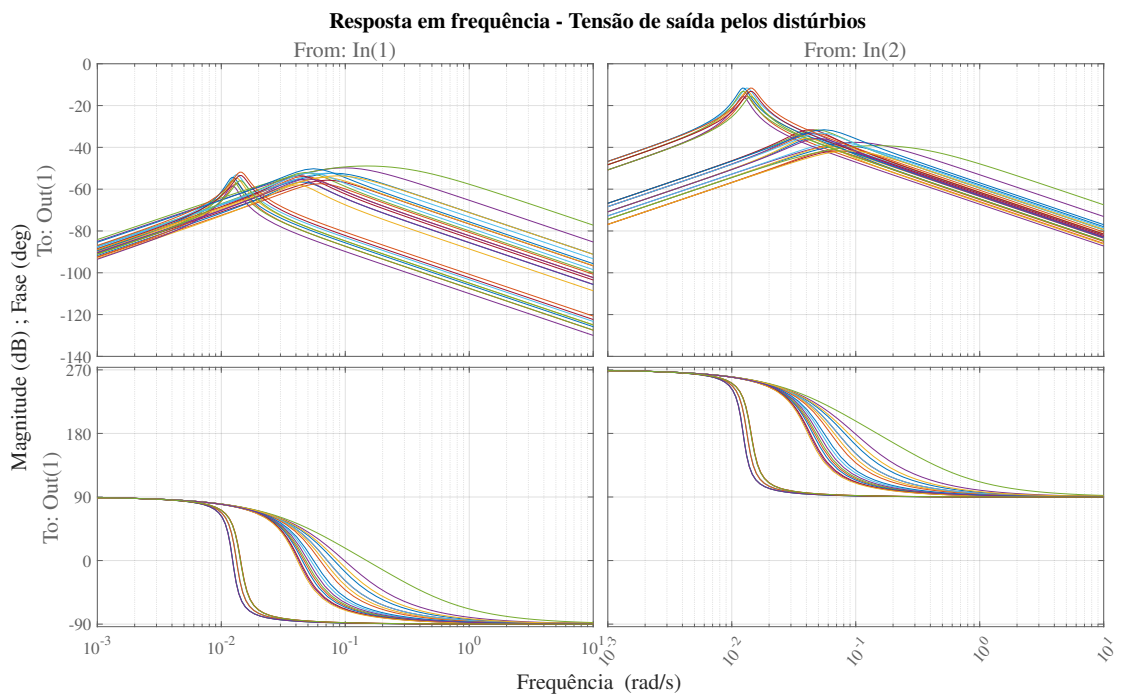
As Figuras 23 e 24 apresentam, respectivamente, as respostas em frequência da malha fechada em relação à referência e aos distúrbios. Por meio delas, confirma-se o erro nulo em regime permanente, visto o ganho de 0 dB e fase de 0° em baixas frequências no diagrama da referência. Além disso, observa-se uma boa rejeição aos distúrbios devido às altas atenuações em baixas frequências no diagrama dos distúrbios. Nota-se ainda que, para algumas combinações de parâmetros, haverá uma oscilação significativa em virtude dos elevados picos de magnitude próximo à frequência de corte.

Figura 23 – Resposta em frequência da função de transferência de malha fechada - referência.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 24 – Resposta em frequência da função de transferência de malha fechada - distúrbios.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

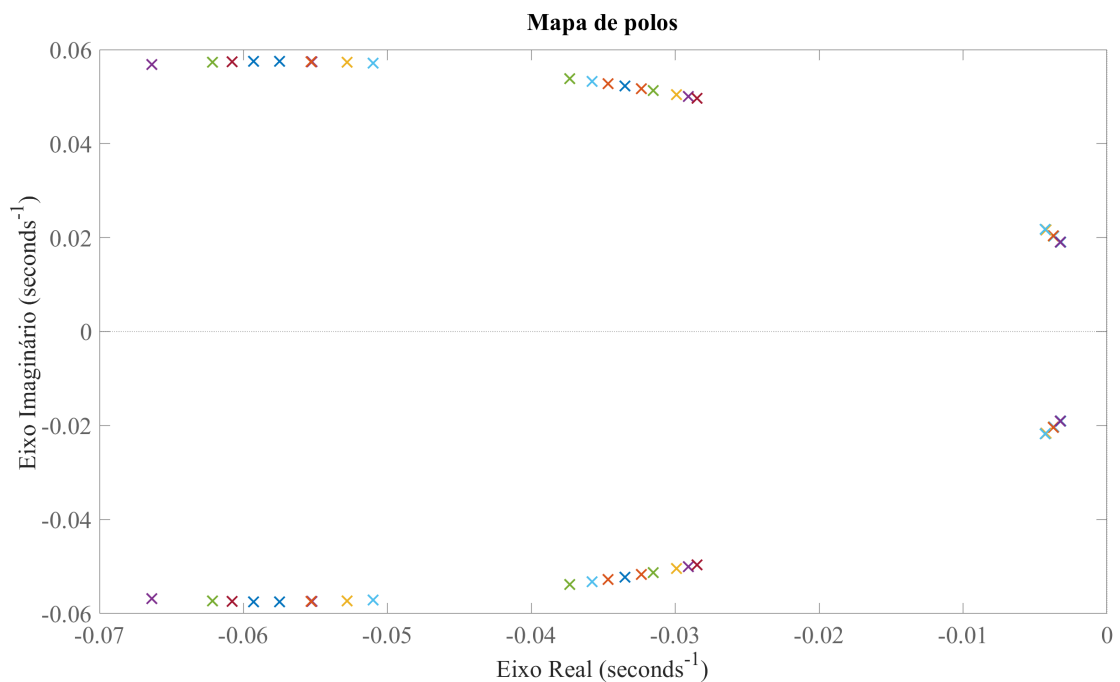
3.2.6.2 Controlador para corrente com sinal negativo

Apresentam-se, a seguir, as análises referentes ao sistema com o controlador projetado para a corrente com sinal negativo. Conforme mencionado na seção precedente, esta etapa da avaliação restringe-se aos valores negativos de corrente para validar a resposta dinâmica do controlador em diferentes pontos de operação que podem ocorrer no funcionamento.

3.2.6.2.1 Localização dos polos de malha fechada

A Figura 25 apresenta o mapa de polos de malha fechada para todos os pontos de operação considerados. Observa-se que, de forma similar ao caso do controlador para correntes de sinal positivo, todos os polos permanecem localizados no semiplano esquerdo do plano complexo, o que assegura a estabilidade do sistema frente às variações paramétricas analisadas.

Figura 25 – Localização dos polos de malha fechada.



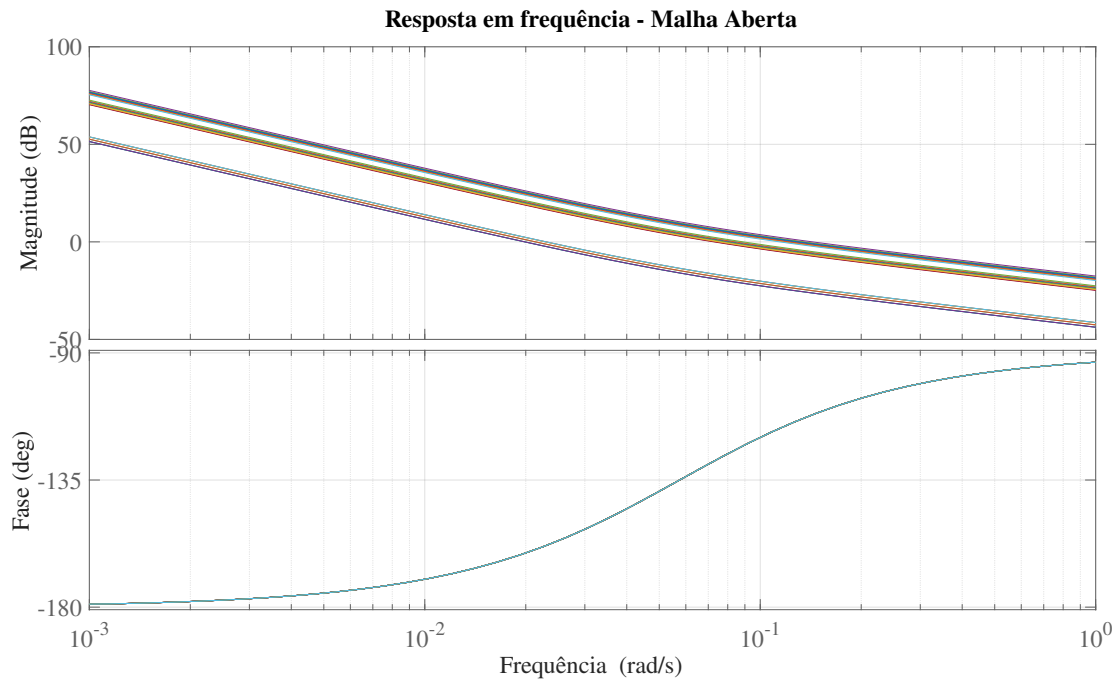
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.2.6.2.2 Resposta em frequência da malha aberta

A Figura 26 apresenta o diagrama de Bode da função de transferência de malha aberta do sistema. Observa-se que, de forma análoga ao controlador para correntes de sinal positivo, a magnitude apresenta uma inclinação de -40 dB/dec em baixas frequências.

Esse comportamento assegura ao sistema tanto o erro nulo em regime permanente para referências do tipo rampa quanto a rejeição total de distúrbios do tipo degrau. Tais características são garantidas pela presença de dois integradores na malha aberta, identificados pelo comportamento da magnitude e da fase na região de baixas frequências do diagrama.

Figura 26 – Resposta em frequência da função de transferência de malha aberta.

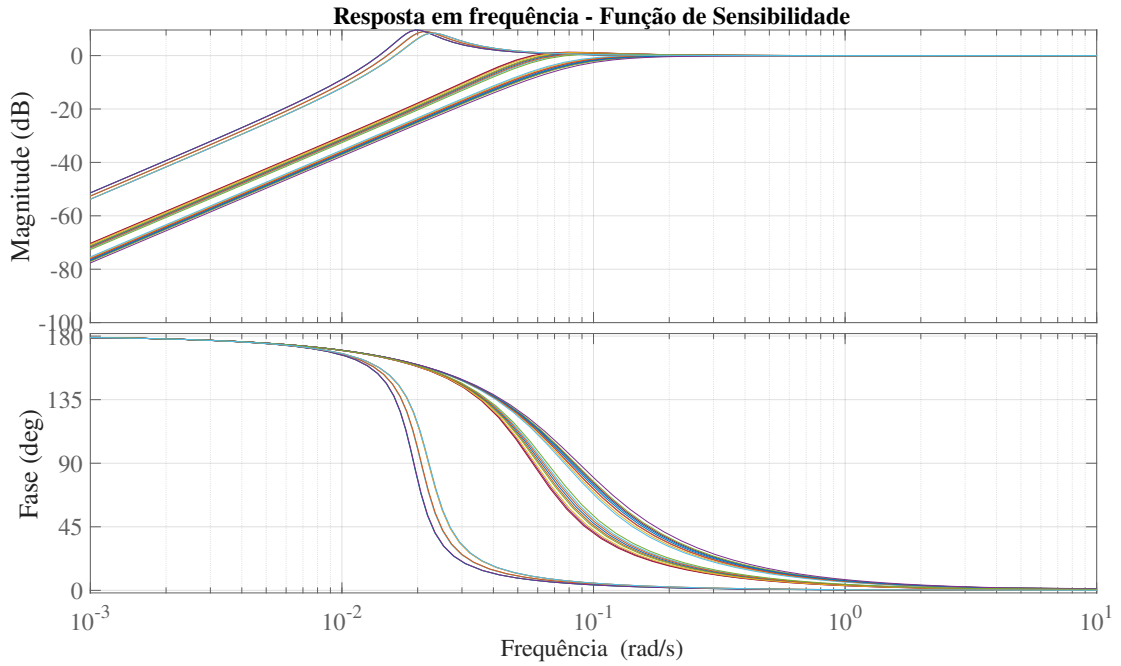


Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.2.6.2.3 Resposta em frequência da função de sensibilidade

A Figura 27 exhibe a resposta em frequência da função de sensibilidade do sistema controlado. Por meio dela, confirmam-se o erro nulo em regime permanente para entradas do tipo rampa e a rejeição de distúrbios do tipo degrau, justificáveis pelo crescimento de 40 dB/dec observado nas curvas de baixa frequência. Tal característica valida os resultados obtidos na análise de malha aberta. Nota-se, contudo, uma robustez limitada, visto que a distância mínima ao ponto crítico $-1 + j0$ foi de 0,333. Esse índice demonstra que o traçado de Nyquist tangencia a região crítica, indicando que oscilações podem ser acentuadas em decorrência de variações paramétricas.

Figura 27 – Resposta em frequência da função de sensibilidade.

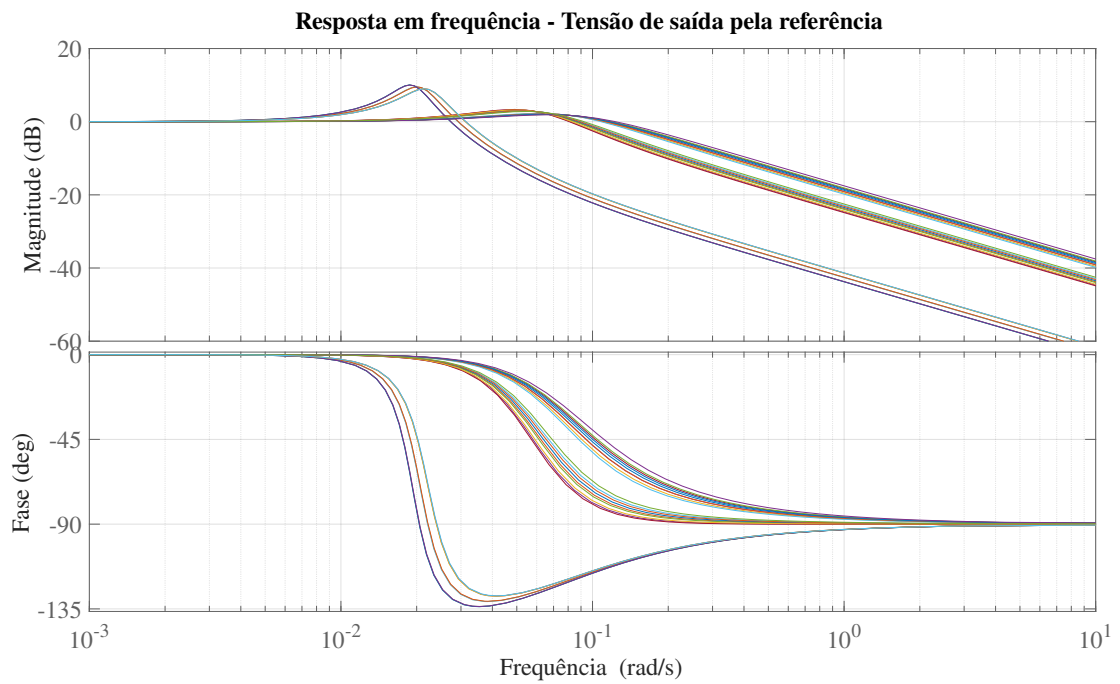


Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.2.6.2.4 Resposta em frequência da malha fechada

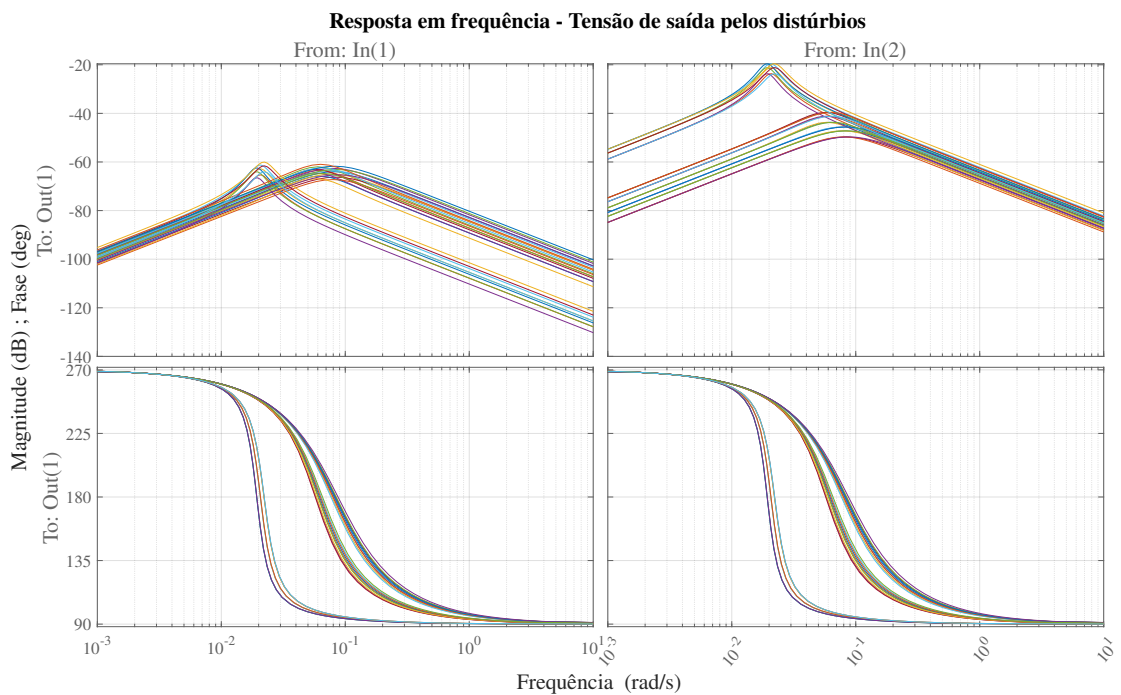
As respostas em frequência da malha fechada, tanto em relação à referência quanto aos distúrbios, são exibidas respectivamente nas Figuras 28 e 29. De maneira similar ao observado no controlador para correntes de sinal positivo, os diagramas ratificam o erro nulo em regime permanente, evidenciado pelo ganho de 0 dB e fase de 0° nas baixas frequências da malha de referência. Adicionalmente, a expressiva atenuação em baixa frequência no diagrama de distúrbios comprova a eficaz rejeição a esses sinais. Nota-se, contudo, que certas combinações paramétricas resultam em oscilações acentuadas, justificadas pela presença de picos elevados de magnitude nas proximidades da frequência de corte.

Figura 28 – Resposta em frequência da função de transferência de malha fechada - referência.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 29 – Resposta em frequência da função de transferência de malha fechada - distúrbios.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

3.3 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo, foram desenvolvidas as estratégias de controle associadas aos modelos dinâmicos apresentados anteriormente, contemplando tanto a regulação da tensão do conversor bidirecional quanto o balanceamento do Estado de Carga dos módulos.

Inicialmente, foi projetado o controlador de tensão por realimentação de estados utilizando a formulação via LMIs. A escolha dessa metodologia foi tecnicamente justificada pela possibilidade de incorporar explicitamente restrições de estabilidade, desempenho e variações paramétricas diretamente no problema de síntese, permitindo a obtenção de um conjunto de ganhos robustos válido para múltiplos pontos de operação. As análises no domínio da frequência confirmaram erro nulo em regime permanente para entradas do tipo rampa e adequada rejeição de distúrbios do tipo degrau. Contudo, também foi evidenciada limitação de robustez em determinados pontos do envelope operacional, caracterizada pela reduzida distância ao ponto crítico no diagrama de Nyquist, indicando margens de estabilidade restritas.

Na sequência, foi desenvolvido o controlador de balanceamento do Estado de Carga com base na modelagem em função de transferência. A análise estrutural demonstrou que a estabilidade do sistema depende explicitamente do sinal da corrente do conversor, implicando incompatibilidade matemática entre os conjuntos de ganhos necessários para os modos de carga e descarga. Mostrou-se que não existe solução factível global com ganhos fixos, uma vez que as condições de estabilidade exigem sinais opostos para os ganhos proporcional e integral conforme o sentido do fluxo de potência.

Dessa forma, conclui-se que, embora os controladores apresentem desempenho satisfatório em condições nominais específicas, o mecanismo de balanceamento do SOC possui dependência estrutural do regime de operação, tornando inadequada a utilização de ganhos constantes. Tal característica impõe a necessidade de uma estratégia de controle adaptativa ou dependente do modo de operação, capaz de ajustar dinamicamente os ganhos conforme o sentido da corrente, garantindo estabilidade e desempenho em todo o domínio de funcionamento do conversor bidirecional.

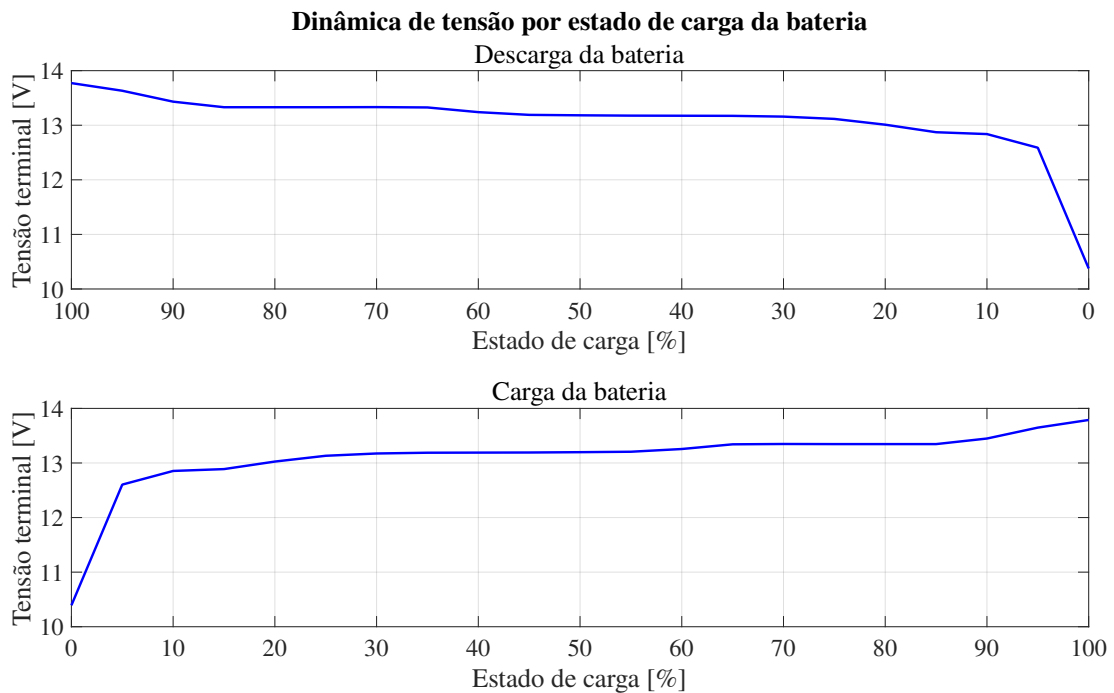
4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

No capítulo anterior, foram definidos os controladores para os sistemas apresentados no Capítulo 2. Para validar os projetos, foram realizadas simulações, no software PLECS, do sistema de baterias com conversores integrados utilizando os controladores projetados. Neste capítulo, serão apresentados e discutidos os resultados obtidos nessas simulações.

4.1 SIMULAÇÃO DO MODELO DA BATERIA

A Figura 30 apresenta a curva da tensão terminal em função do estado de carga para o modelo de bateria utilizado. Os dados foram obtidos por meio de uma simulação do modelo da bateria em série com uma fonte de corrente, visando caracterizar o comportamento da tensão tanto no processo de descarga, com o SoC variando de 100% a 0%, quanto no processo de carga, com o SoC evoluindo de 0% a 100%.

Figura 30 – Dinâmica da tensão terminal da bateria pelo estado de carga.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.2 SIMULAÇÃO DO CONVERSOR BIDIRECIONAL COM CONTROLADORES LQR

Na Figura 31 são apresentados os resultados de quatro simulações do conversor controlado. Duas delas utilizam o controlador projetado para operação com corrente positiva e duas utilizam o controlador projetado para corrente negativa. Em cada caso, foram consideradas duas condições de operação: $i_c = 2\text{ A}$ e $i_c = -2\text{ A}$.

A análise comparativa dos resultados evidencia de forma inequívoca a dependência estrutural entre o sinal da corrente e o conjunto de ganhos utilizado. Quando o controlador projetado para o regime de carga é aplicado na condição de descarga, ou vice-versa, observa-se comportamento instável ou com oscilação sustentada.

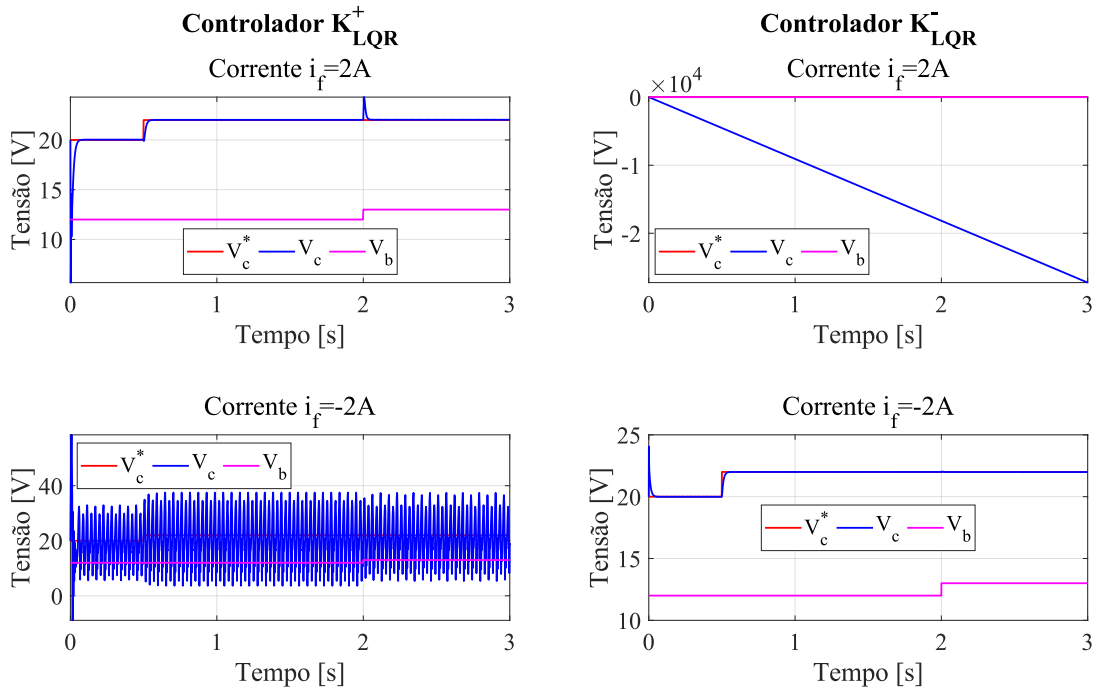
Esse resultado confirma a análise teórica desenvolvida anteriormente: a inversão do sentido da corrente altera o sinal efetivo dos coeficientes dinâmicos do sistema, modificando a posição dos polos em malha fechada. A manutenção de ganhos fixos sob inversão do fluxo de potência pode deslocar os polos para o semiplano direito, comprometendo a estabilidade do sistema.

É importante ressaltar que, embora seja possível, via ajuste adequado das matrizes de ponderação do LQR, encontrar ganhos que estabilizem o sistema em ambos os modos de operação, tal procedimento se baseia essencialmente em tentativa e erro na escolha de Q e R . Além disso, não há garantia formal de estabilidade e desempenho robusto para todos os pontos do envelope operacional. Diferentemente da formulação via LMIs, que permite impor explicitamente restrições de estabilidade e desempenho para múltiplos modelos ou regiões politópicas, o LQR clássico não assegura, de forma sistemática, margens adequadas em presença de variações paramétricas ou inversão do fluxo de potência.

Por outro lado, quando o controlador correspondente ao regime de operação é corretamente selecionado, isto é, ganhos compatíveis com o sinal de i_c , o sistema apresenta desempenho plenamente satisfatório. Observa-se rastreamento preciso da referência, rejeição eficaz de perturbações na tensão da bateria e resposta transitória rápida, com ausência de oscilações significativas, conforme especificado no projeto.

Esses resultados reforçam a conclusão de que, quando o projeto é realizado por este método, torna-se indispensável a utilização de dois controladores distintos.

Figura 31 – Simulações do conversor controlado com projeto por LQR.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.3 SIMULAÇÃO DO CONVERSOR COM O CONTROLADOR PROJETADO POR LMI

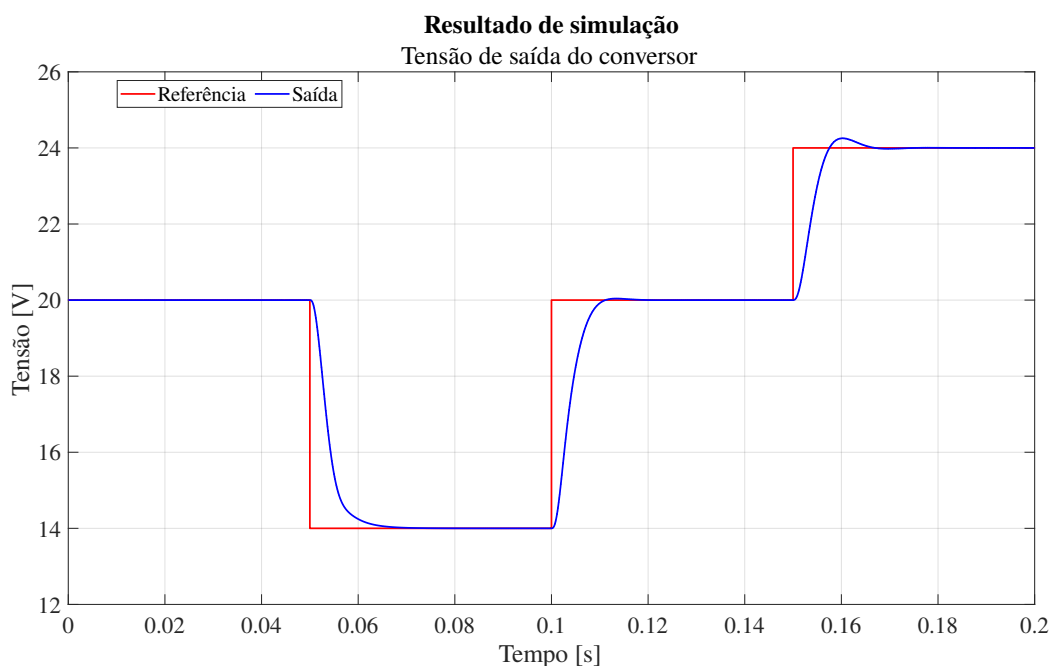
Um conjunto de cinco simulações foi realizado, todas partindo do ponto de operação ($V_b = 12\text{ V}$, $V_C = 20\text{ V}$ e $I_f = 0\text{ A}$), para observar o comportamento do sistema controlado sob diferentes condições:

- Simulação do Conversor - Cenário 1: A tensão da bateria e a corrente da fonte externa foram mantidas constantes, enquanto a referência da tensão de saída do conversor foi variada.
- Simulação do Conversor - Cenário 2: As referências de corrente e tensão do ponto de operação foram mantidas, enquanto o valor da tensão da bateria foi variado.
- Simulação do Conversor - Cenário 3: As tensões da bateria e de referência foram mantidas constantes, enquanto a corrente da fonte externa foi variada.
- Simulação do Conversor - Cenário 4: Variações simultâneas foram aplicadas às três variáveis (tensão da bateria, corrente externa e referência de tensão).
- Simulação do Conversor - Cenário 5: A tensão de circuito aberto da bateria foi determinada pelo seu estado de carga (calculado a partir da corrente), de acordo

com o modelo escolhido para simular o comportamento do sistema com um modelo de bateria mais realista.

Na implementação, as mudanças nos valores de corrente foram aplicadas como rampas para simular essa transição de forma mais realista. A Figura 32 mostra os resultados da Simulação do Cenário 1, onde se pode observar que o sistema responde satisfatoriamente à mudança na referência, alcançando erro de regime estacionário zero e um tempo de acomodação dentro dos limites definidos pelo valor de σ da região desejada, para ambos os casos extremos de referência.

Figura 32 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 1.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

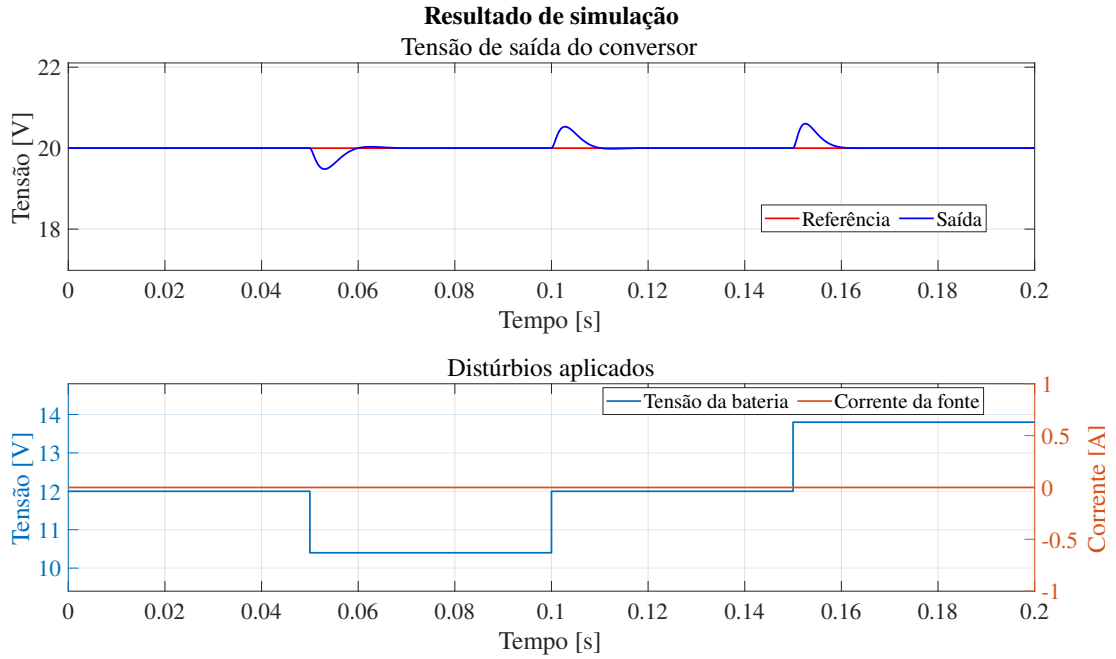
A Figura 33 apresenta os resultados da Simulação do Cenário 2, que mostram que, após um breve transiente, a saída é mantida na referência mesmo com a variação na tensão da bateria, demonstrando a eficácia do projeto na rejeição deste distúrbio.

Os resultados da Simulação do Cenário Cenário 3, apresentados na Figura 34, indicam que os distúrbios de corrente também são rejeitados de forma eficaz. Considerando o instante de estabilização da corrente da fonte, essa rejeição ocorre rapidamente, mantendo a tensão de saída no valor desejado.

A Figura 35 exibe os resultados da Simulação do Cenário 4, na qual variações são aplicadas a todas as variáveis do sistema. Como pode ser observado, os distúrbios são rejeitados e a referência é rastreada com eficácia, conforme desejado.

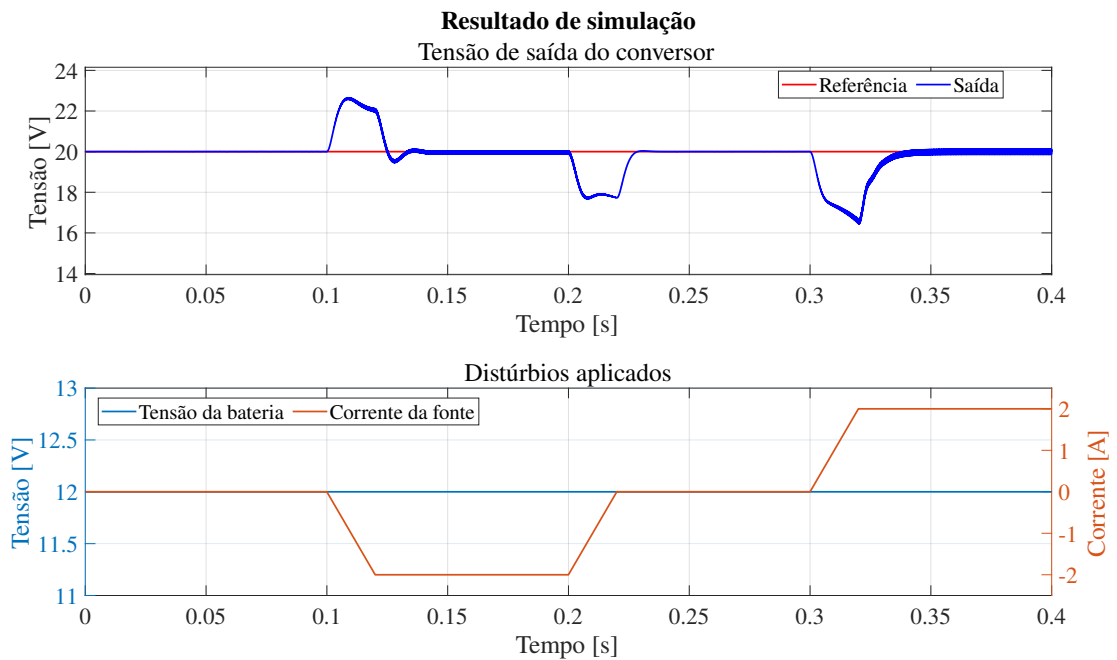
Finalmente, a Simulação do Cenário 5, apresentada na Figura 36, mostra que o controlador projetado é eficaz em manter a saída no valor desejado, mesmo com o modelo

Figura 33 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 2.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

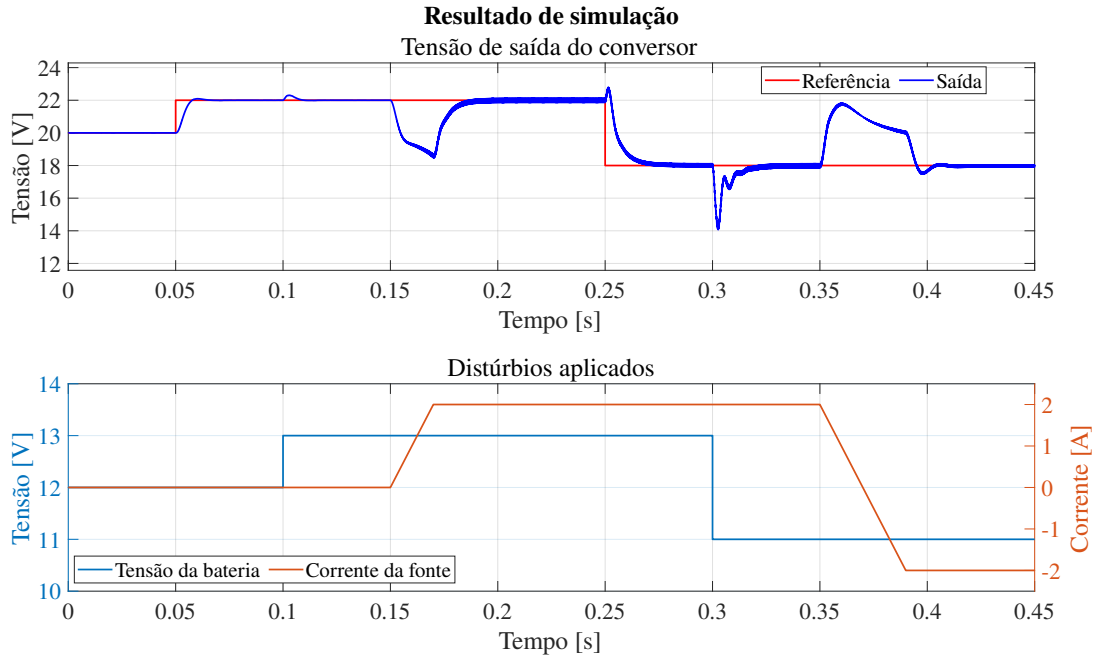
Figura 34 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 3.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

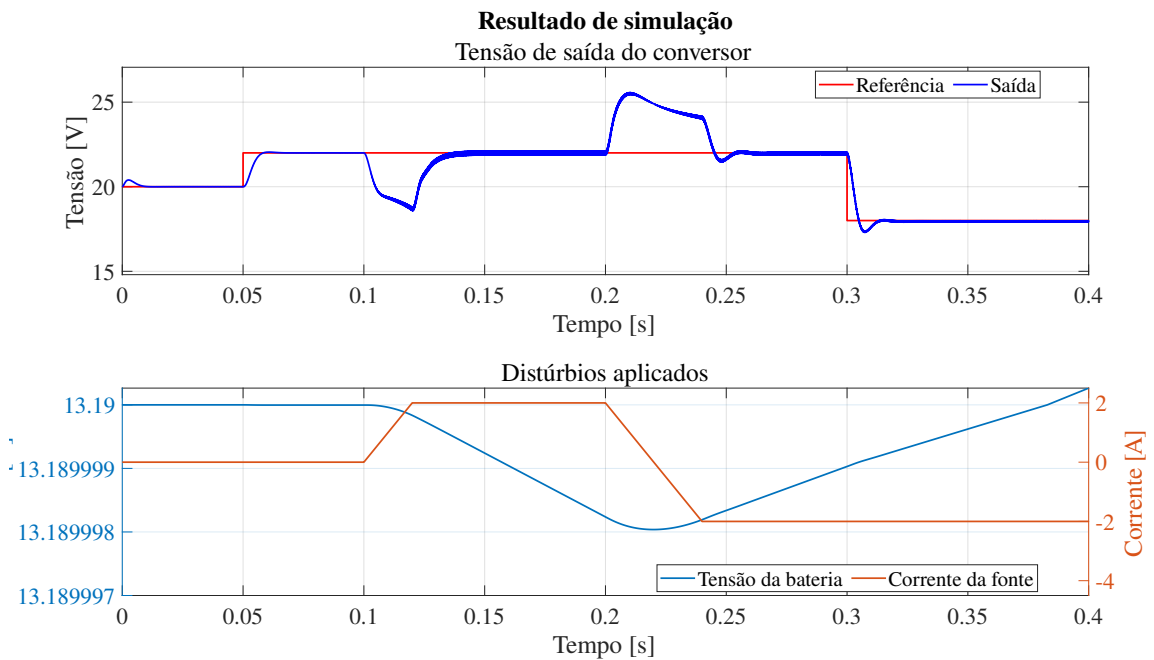
de bateria onde a fonte de tensão é uma função do estado de carga. Isso valida a aplicação do controlador ao sistema proposto.

Figura 35 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 4.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 36 – Resultados da Simulação do Conversor - Cenário 5.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.4 SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE 3 BCIs EM SÉRIE

Nessa seção é apresentada a simulação do sistema de 3 BCIs em serie sem o controle da malha externa, o controle do estado de carga, mas sim com os valores de referência das tensões de saída dos conversores definidos arbitrariamente, com seus valores no tempo

definidos conforme a Tabela 9.

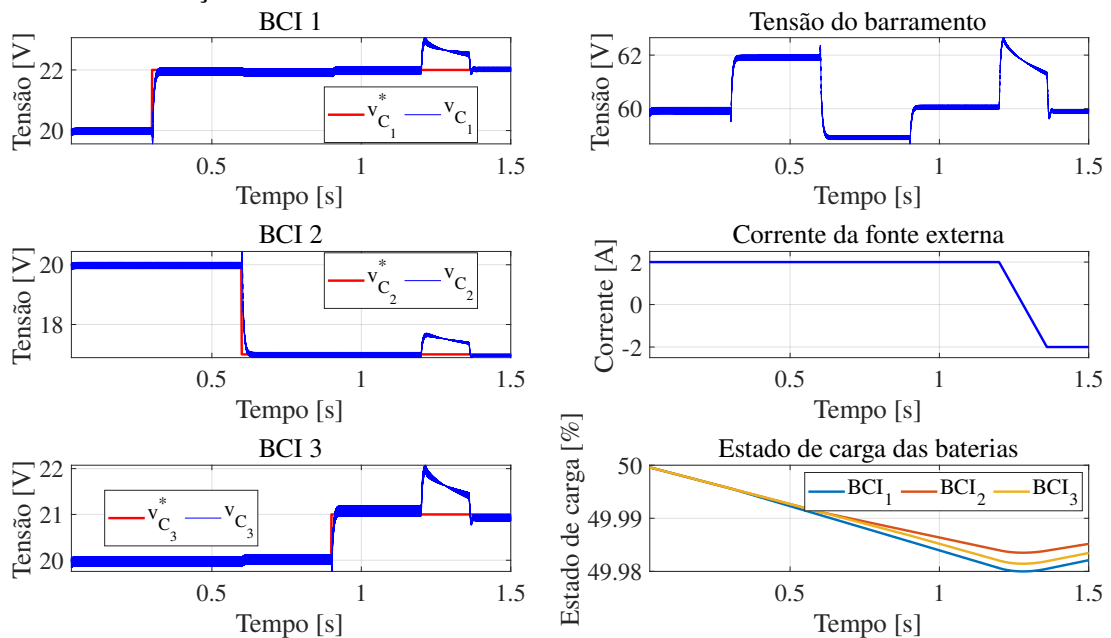
Tabela 9 – Valores de referência utilizados na simulação com referência de tensão arbitrária.

Tempo [s]	0 ↔ 0,3	0,3 ↔ 0,6	0,6 ↔ 0,9	0,9 ↔ 1,2	1,2 ↔ 1,5
$v_{C_1}^*$ [V]	20	22	22	22	22
$v_{C_2}^*$ [V]	20	20	17	17	17
$v_{C_3}^*$ [V]	20	20	20	21	21
i_f [A]	2	2	2	2	-2

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 37 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCIs em série, com valores de tensão arbitrários.

Resultado simulação do sistema de 3 BCIs em série



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

A Figura 37 apresenta o resultado dessa simulação, onde é possível verificar que, conforme o esperado, as referências de tensão são seguidas em todas as 3 BCIs. A tensão do barramento é, de fato, a soma das tensões de saída das 3 unidades, e os controladores mostram-se eficazes mesmo com a mudança do sentido da corrente. Atestado o correto e estável funcionamento do sistema, com as referências de tensão definidas de forma arbitrária, pode-se passar para a implementação do controlador externo, para controlar o estado de carga das baterias.

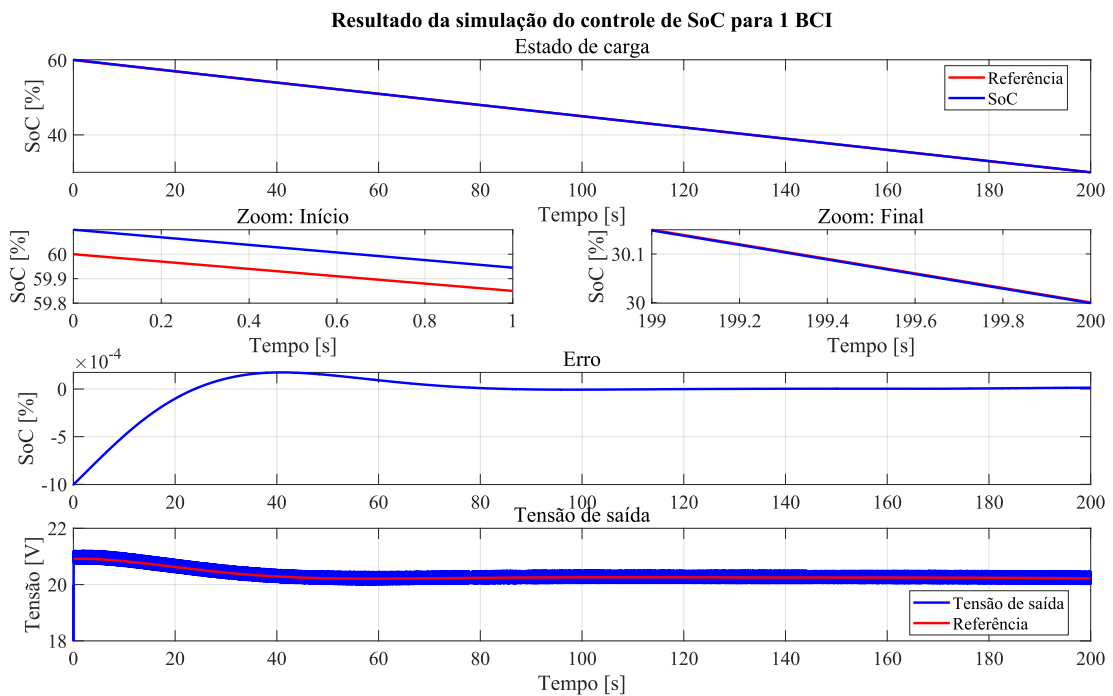
4.5 SIMULAÇÃO DE UMA BCI COM CONTROLADOR DO ESTADO DE CARGA

A fim de validar o controlador externo para o controle do estado de carga, realizou-se uma simulação da BCI utilizando uma rampa como referência. Foram efetuados testes tanto para o processo de carga quanto para o de descarga, garantindo que o controlador correspondente atuasse corretamente de acordo com o sinal da corrente da fonte externa.

4.5.1 Simulação de descarga da bateria

A Figura e 38 apresenta o resultado da simulação do sistema de 1 BCI com controle de SoC durante descarga para a tensão da bateria dada pelo modelo adotado no trabalho, com estado de carga inicial de 60,1% e capacidade de 0,7 Ah. Como referência, utilizou-se uma rampa arbitrária com inclinação de $-0,0015 \text{ s}^{-1}$ iniciando em 0,6. Foi utilizado o controlador projetado para corrente com sinal positivo, com a corrente da fonte de tensão mantida constante em 2 A. Pelo resultado, é possível verificar que o controlador conseguiu levar o estado de carga da bateria ao valor desejado por meio da referência de tensão de saída do conversor.

Figura 38 – Resultado da simulação do sistema de 1 BCI com controle do SoC - Descarga da bateria.

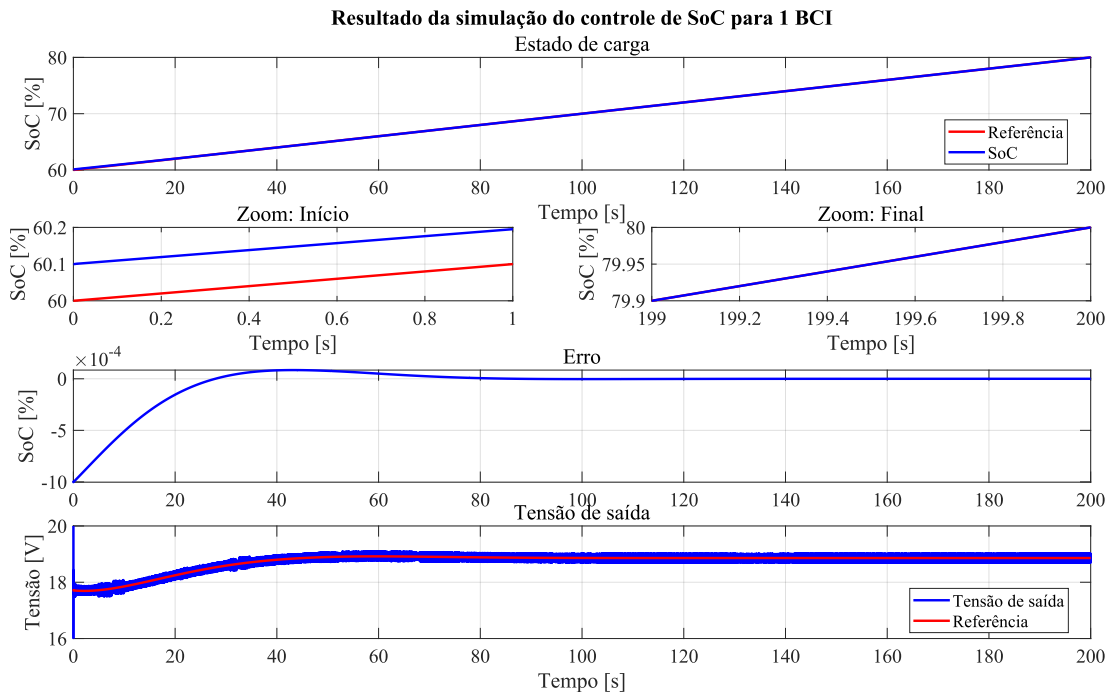


Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.5.2 Simulação de carga da bateria

O resultado da simulação do sistema de 1 BCI com controle de SoC durante a carga é apresentado na Figura 39. Igualmente ao caso anterior utilizou-se o modelo de bateria adotado neste trabalho, com capacidade de 0,7 Ah e SoC inicial de 60,1%. A referência aplicada foi uma rampa arbitrária com inclinação de $0,001 \text{ s}^{-1}$ partindo de 0,6. Para esse teste, empregou-se o controlador projetado para corrente negativa, mantendo-se a corrente da fonte de tensão constante em -2 A . Nota-se, pelo resultado, que o controlador foi capaz de conduzir o estado de carga da bateria ao valor desejado através da referência de tensão de saída do conversor.

Figura 39 – Resultado da simulação do sistema de 1 BCI com controle do SoC - Carga da bateria.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.6 SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE 3 BCIs COM CONTROLADOR DO ESTADO DE CARGA

A partir de agora todas as simulações serão realizadas com estado de carga inicial e capacidade de cada célula de acordo com o descrito na Tabela 10. A opção por valores reduzidos de capacidade e por uma dispersão inicial de SoC estreita justifica-se pelas limitações de hardware e pelo elevado custo computacional das simulações. Dado que o sistema é modelado de forma chaveada, o passo de simulação deve ser suficientemente pequeno para capturar as dinâmicas de comutação. Em contrapartida, a dinâmica de

balanceamento do SoC é inerentemente lenta, o que resultaria em tempos de processamento excessivos caso fossem utilizados parâmetros reais de capacidade e grandes diferenças de SoC. Assim, tais ajustes permitem validar a eficácia do controle de balanceamento em um intervalo de tempo exequível, sem prejuízo à análise da resposta dinâmica do sistema.

Tabela 10 – Parâmetros das baterias por células.

Célula	Estado de carga inicial [%]	Capacidade [Ah]
1	60,1	0,7
2	59,9	0,63
3	60,2	0,77

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.6.1 Simulação de descarga da bateria

As Figuras 40 e 41 apresentam os resultados da simulação do sistema com 3 BCIs e controlador de estado de carga. A referência foi novamente arbitrada com uma rampa de inclinação de $-0,0015\text{s}^{-1}$, iniciando em 0,6.

A Figura 40 exibe os estados de carga e o erro em relação à referência, enquanto a Figura 41 apresenta a tensão de saída de cada conversor, suas respectivas referências e a tensão do barramento CC. Por meio destes resultados, observa-se que o controlador conduz os estados de carga ao valor de referência desejado via ajuste das tensões de saída dos conversores.

Entretanto, ao arbitrar a rampa de referência, percebe-se que a tensão do barramento é deslocada para um valor distinto dos 60 V desejados, valor que representaria a soma das contribuições nominais de 20 V de cada conversor. Esse fenômeno ocorre porque a tensão do barramento passa a ser determinada pela inclinação da rampa de referência utilizada.

Visto que as BCIs operam com a mesma corrente proveniente da fonte externa, a potência absorvida ou fornecida por cada bateria é definida diretamente pela inclinação de sua respectiva rampa de estado de carga (SOC). Para atender a essa exigência de potência sob uma corrente constante, o sistema ajusta a tensão de saída de cada conversor. Conseqüentemente, a tensão total do barramento, sendo o somatório das tensões individuais das BCIs, torna-se dependente da taxa de variação (inclinação) definida para a referência de SOC.

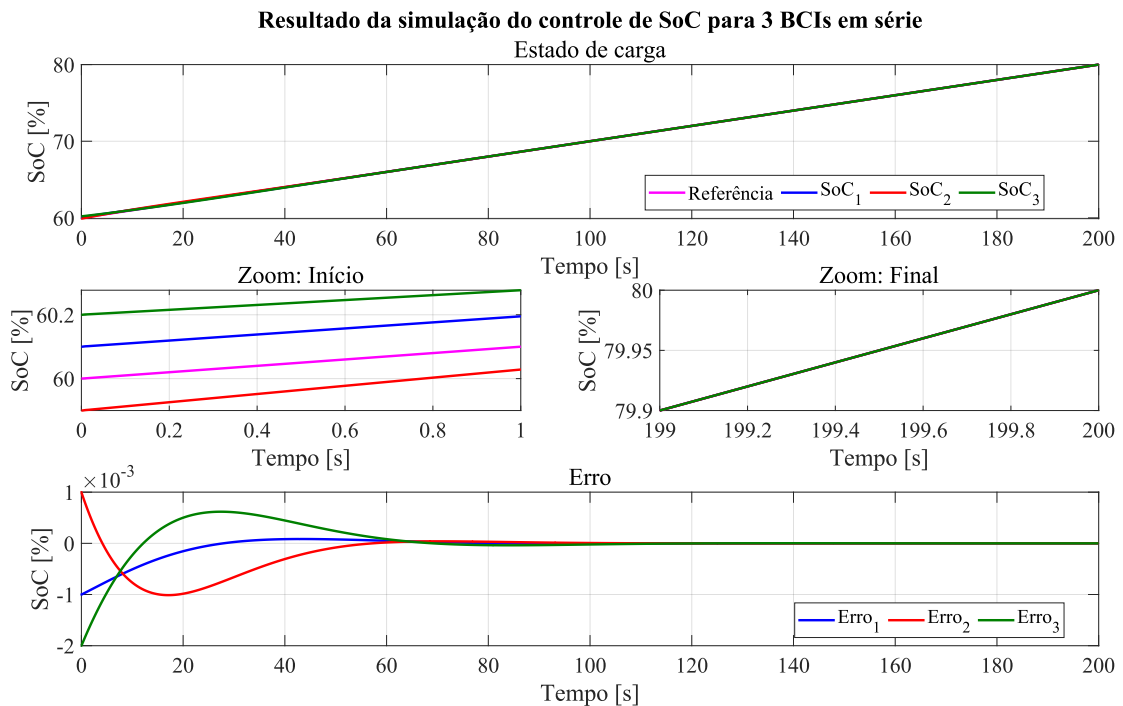
4.6.2 Simulação de carga da bateria

As Figuras 42 e 43 apresentam o comportamento do sistema sob uma condição análoga à anterior, porém com a rampa de referência ajustada para $0,001 \text{ s}^{-1}$, corrente com sinal negativo e controlador correspondente.

Mantendo a tendência observada no caso anterior, a Figura 42 confirma que o controlador de SoC atinge a convergência com o erro nulo em relação à referência. Da mesma forma, os resultados de tensão ilustrados na Figura 43 reforçam que o rastreo da referência de SoC ocorre mediante o ajuste das tensões de saída dos conversores.

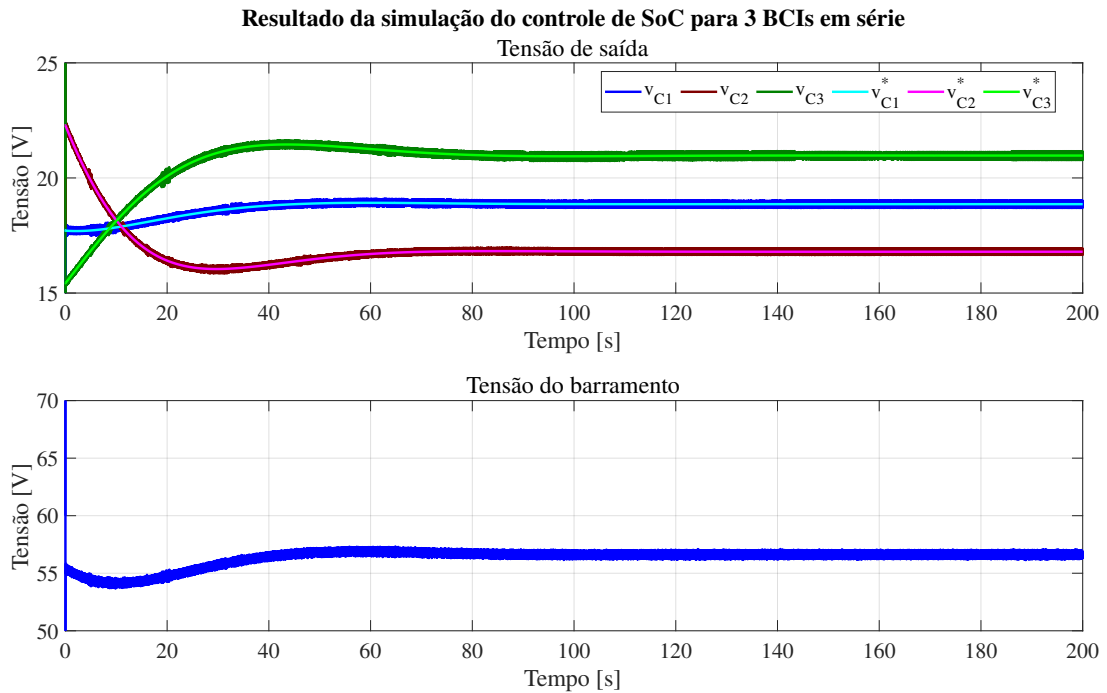
Novamente, verifica-se o deslocamento da tensão do barramento em relação ao valor nominal de 60 V . Esse fenômeno reitera que, sob a ação da rampa de referência arbitrada, o ponto de equilíbrio da tensão do barramento CC é deslocado, distanciando-se da soma das tensões nominais de 20 V de cada unidade.

Figura 42 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC - Carga da bateria - Estados de carga.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 43 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC - Carga da bateria - Tensões.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

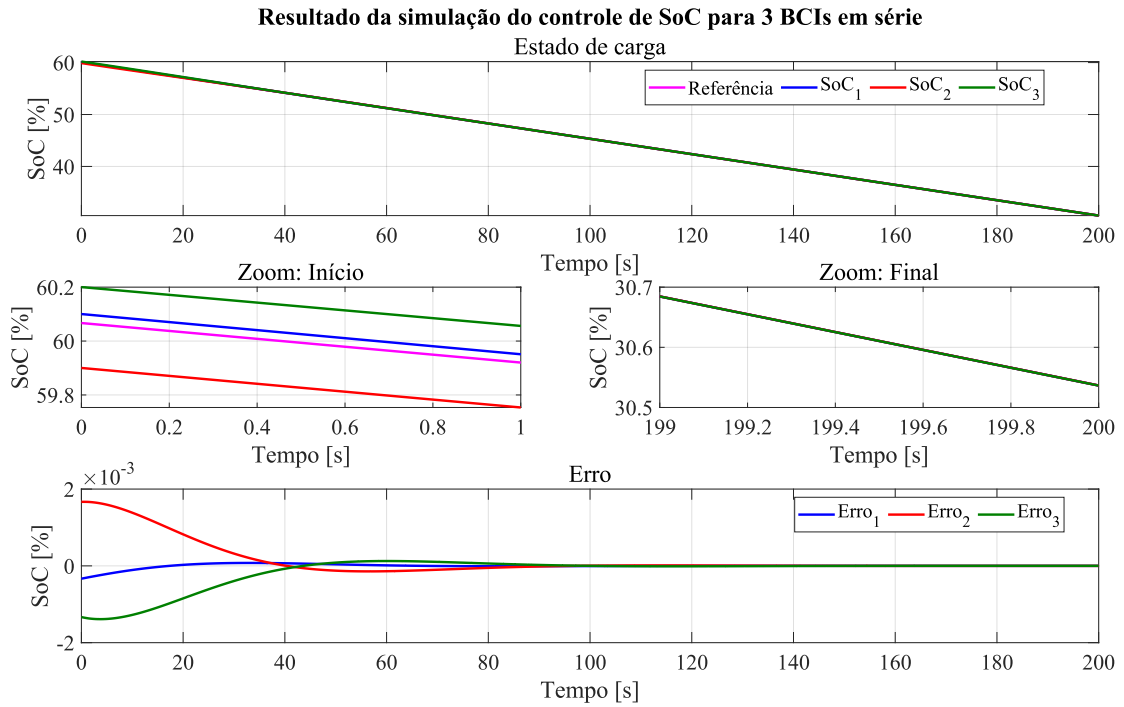
4.7 SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE 3 BCIs COM CONTROLADOR DO ESTADO DE CARGA COM A MÉDIA COMO REFERÊNCIA

Aplicando a estratégia de utilizar a média dos estados de carga como a referência para o controlador do estado de carga, a fim de manter a tensão do barramento no valor desejado enquanto ocorre o balanceamento dos estados de carga das baterias, de acordo com a proposição inicial do trabalho.

4.7.1 Simulação de descarga da bateria

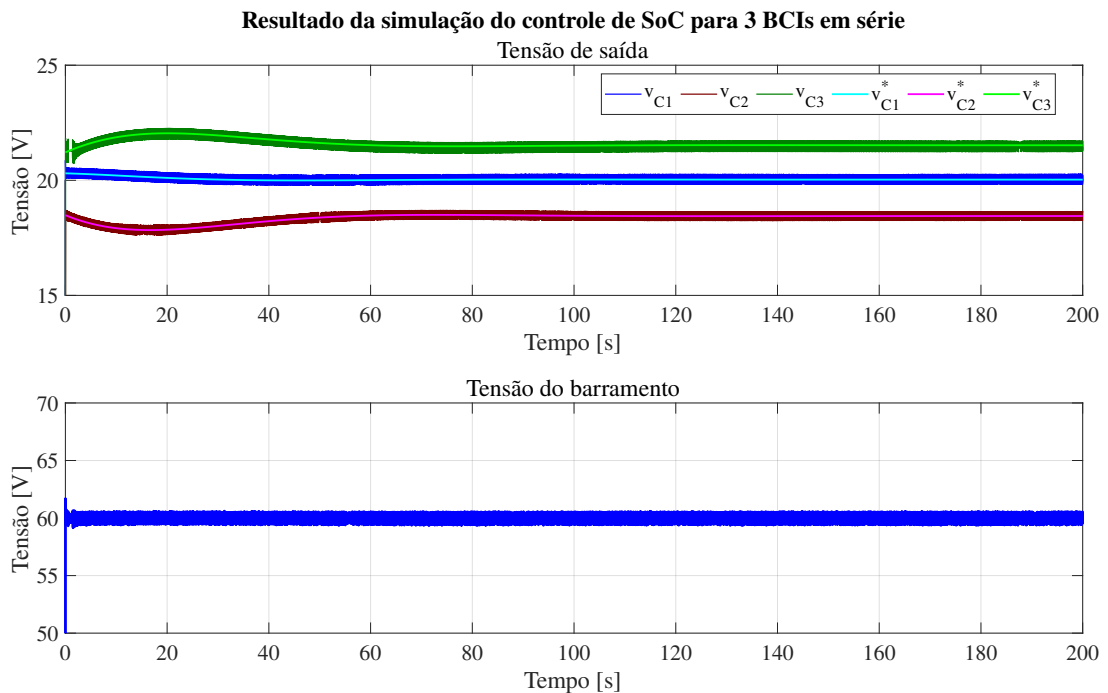
As Figuras 44 e 45 apresentam os resultados da simulação de descarga das baterias utilizando a média do estado de carga das três células como referência para o controlador. Pela Figura 44, observa-se que o balanceamento do estado de carga é alcançado, enquanto pela Figura 45 nota-se que a tensão do barramento permanece no valor desejado, em torno de 60 V. Nesse cenário, cada uma das baterias contribui com diferentes tensões de saída, apresentando valores proporcionais à capacidade de cada célula, o que corrobora a proposição inicial do trabalho.

Figura 44 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC, com a média como referência - Descarga da bateria - Estados de carga.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 45 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC, com a média como referência - Descarga da bateria - Tensões.

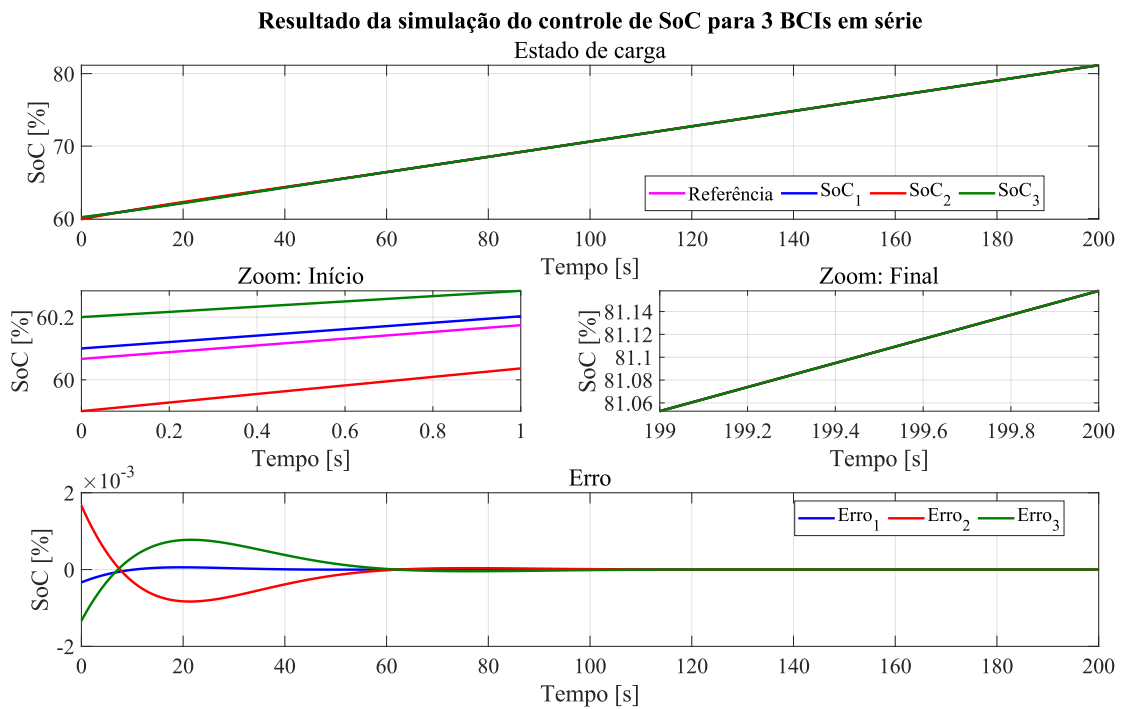


Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.7.2 Simulação de carga da bateria

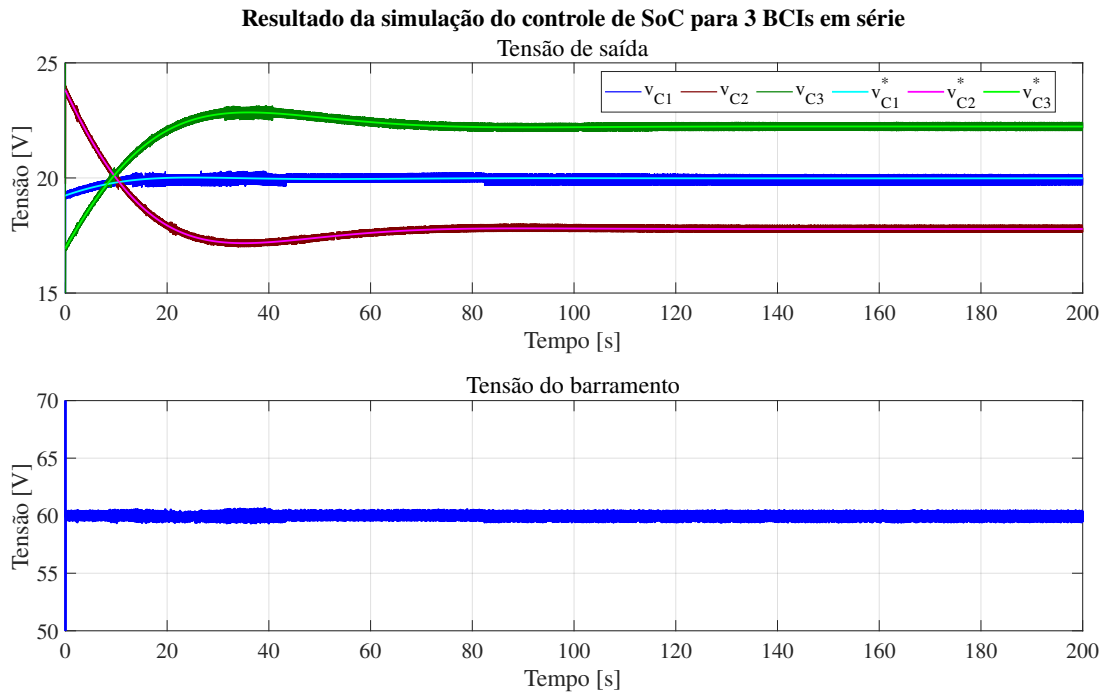
De maneira análoga à simulação anterior, as Figuras 46 e 47 apresentam os resultados da carga das baterias utilizando a média do estado de carga das três células como referência do controlador. Pela Figura 46, nota-se que o balanceamento do estado de carga é novamente alcançado e, pela Figura 47, observa-se que a tensão do barramento se mantém no valor desejado de 60 V. Cada bateria contribui com diferentes tensões de saída, proporcionalmente à capacidade de cada célula, o que reforça a validade da estratégia proposta.

Figura 46 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC, com a média como referência - Carga da bateria - Estados de carga.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 47 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC, com a média como referência - Carga da bateria - Tensões.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.8 SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE 3 BCIs COM CONTROLADOR DO ESTADO DE CARGA COM A MÉDIA COMO REFERÊNCIA, COM INVERSÃO DE CORRENTE

Por fim, foram realizadas quatro simulações distintas para avaliar a inversão de corrente durante a operação do sistema. Para isso, implementou-se uma comutação dos ganhos do controlador baseada na passagem da corrente da fonte externa pelo valor zero. Adicionalmente, o integrador do conversor que está sendo ativado é inicializado com o valor negativo do acumulado no integrador do conversor substituído, assim que detectada a borda de subida na mudança de sinal da corrente.

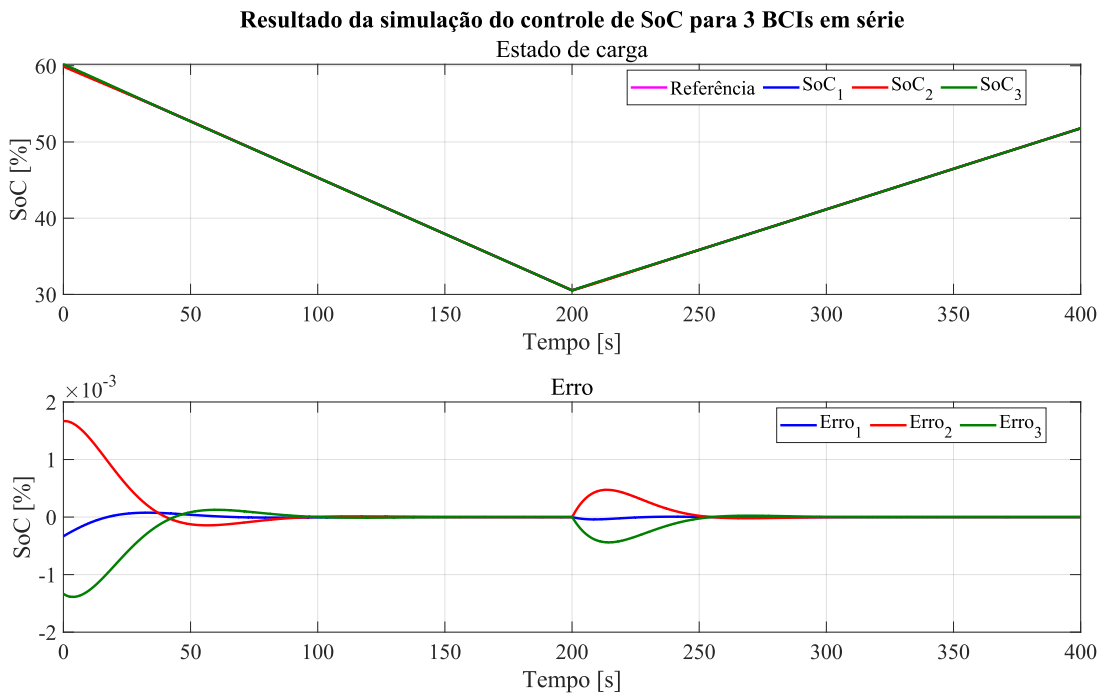
As quatro simulações foram configuradas da seguinte forma: o primeiro caso inicia com corrente de 2 A, invertendo para -2 A após o balanceamento; o segundo caso é análogo, partindo de -2 A para 2 A. Nas outras duas simulações, a inversão de 2 A para -2 A (e o inverso) é realizada com os estados de carga ainda não balanceados, utilizando um limitador de derivada com limites entre -50 e 50 .

As Figuras 48 e 49 apresentam os resultados da simulação iniciada em 2 A, com a inversão para -2 A ocorrendo em 200s após o equilíbrio dos estados de carga. Já as Figuras 50 e 50 trazem os resultados do caso análogo, iniciando em -2 A e alterando para 2 A também aos 200s. Analisando os resultados, observa-se que, no momento da

inversão, mesmo que o balanceamento já tenha sido atingido, os estados de carga divergem momentaneamente antes de convergirem novamente.

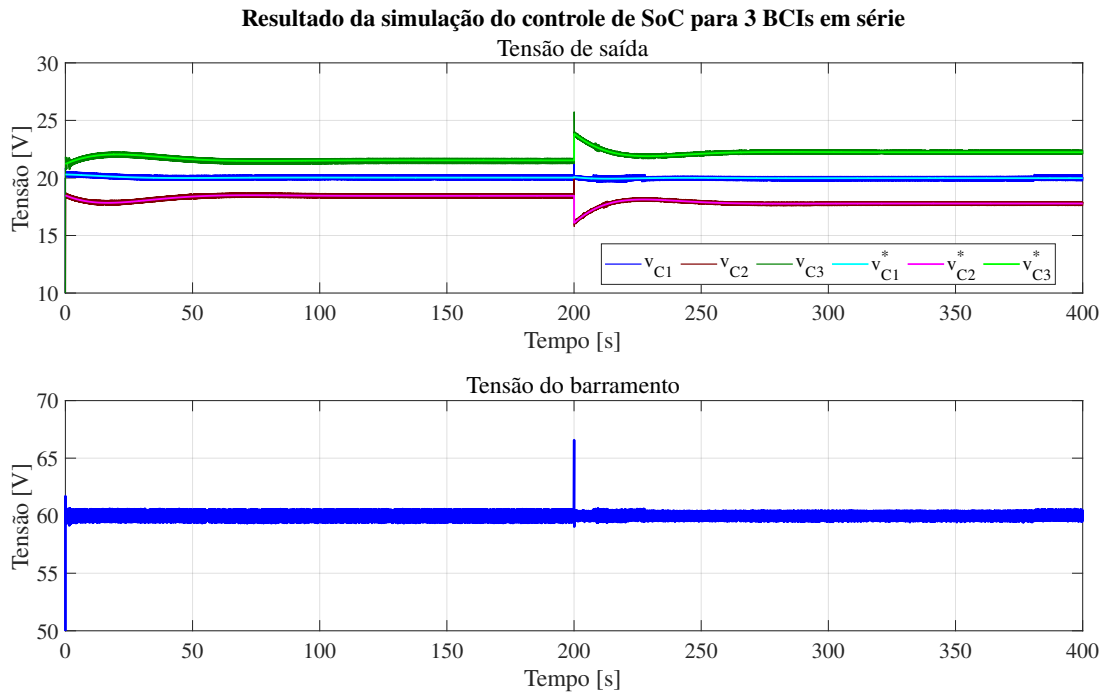
Entretanto, nota-se que, caso não haja tempo suficiente entre as inversões de corrente, a distância entre os estados de carga pode aumentar progressivamente. Este comportamento representa um ponto de atenção e uma oportunidade de melhoria para o controlador. As duplas de Figuras 52 - 53 e 54 - 55 apresentam os resultados onde a inversão é feita antes do balanceamento. Verifica-se que inversões sucessivas em intervalos que coincidam com o pico de distanciamento podem causar um efeito contrário ao desejado, podendo levar à saturação do controlador e à perda da manutenção da tensão do barramento, embora esta última tenha sido mantida nas simulações realizadas.

Figura 48 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente da descarga para a carga - Estados de carga.



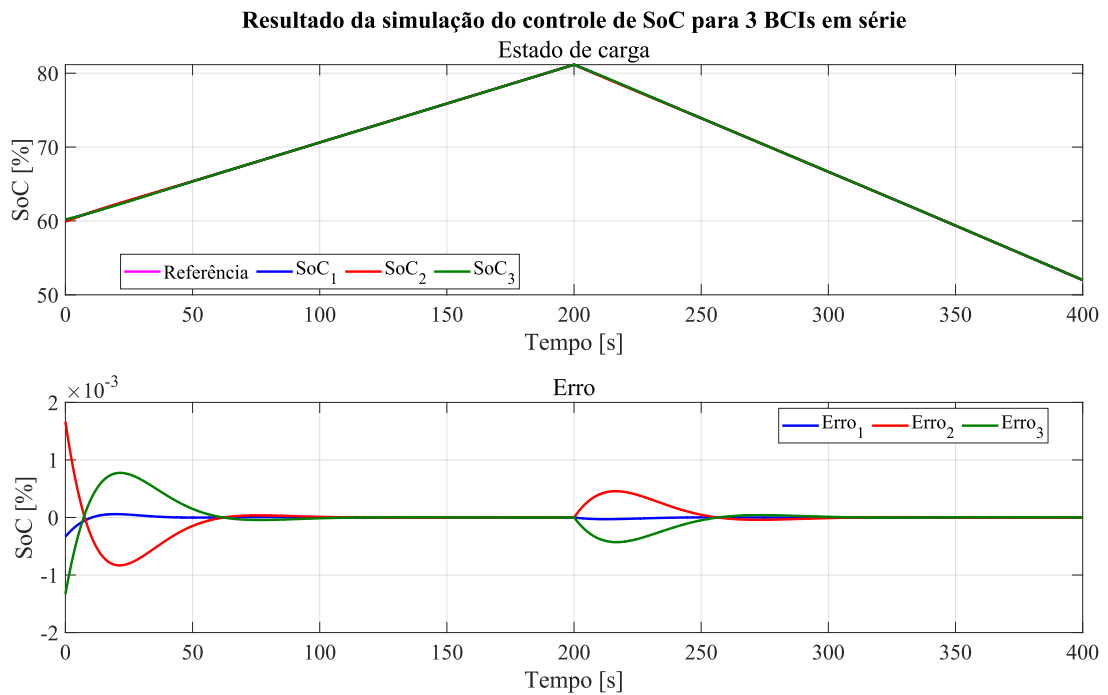
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 49 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente da descarga para carga - Tensões.



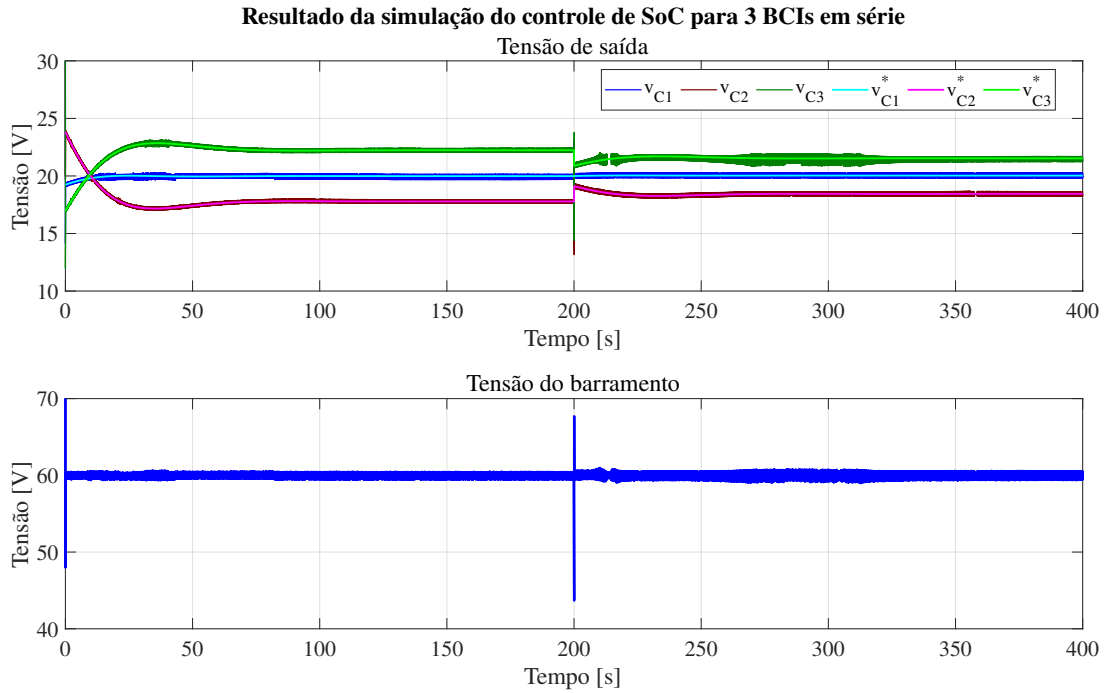
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 50 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente da carga para a descarga - Estados de carga.



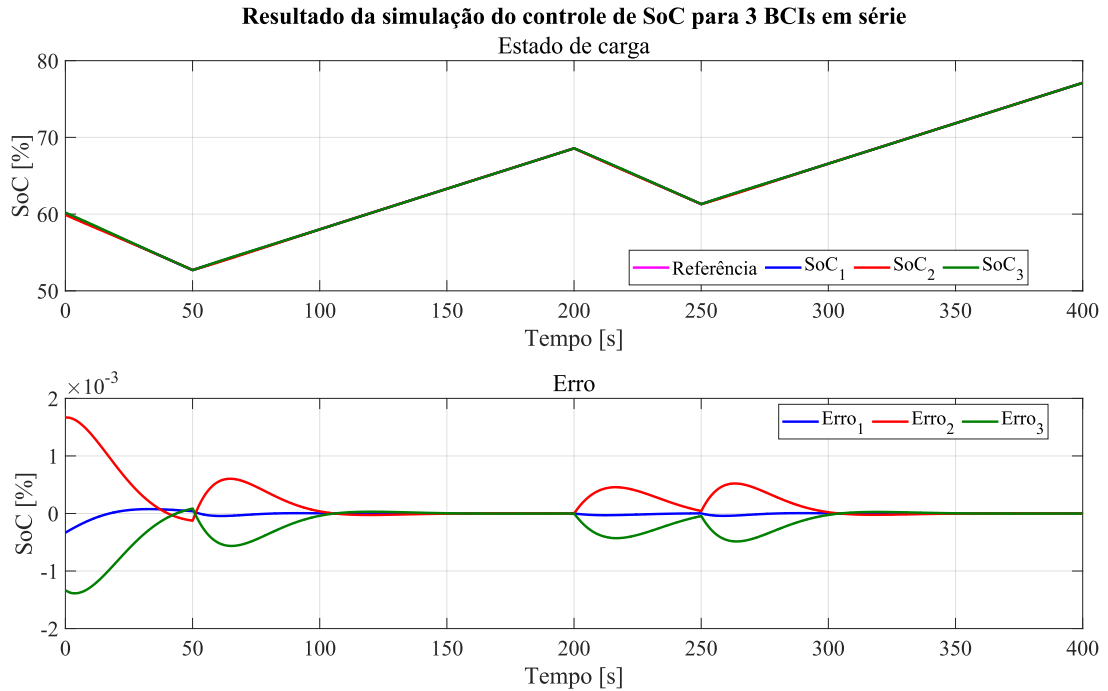
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 51 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente da carga para a descarga - Tensões.



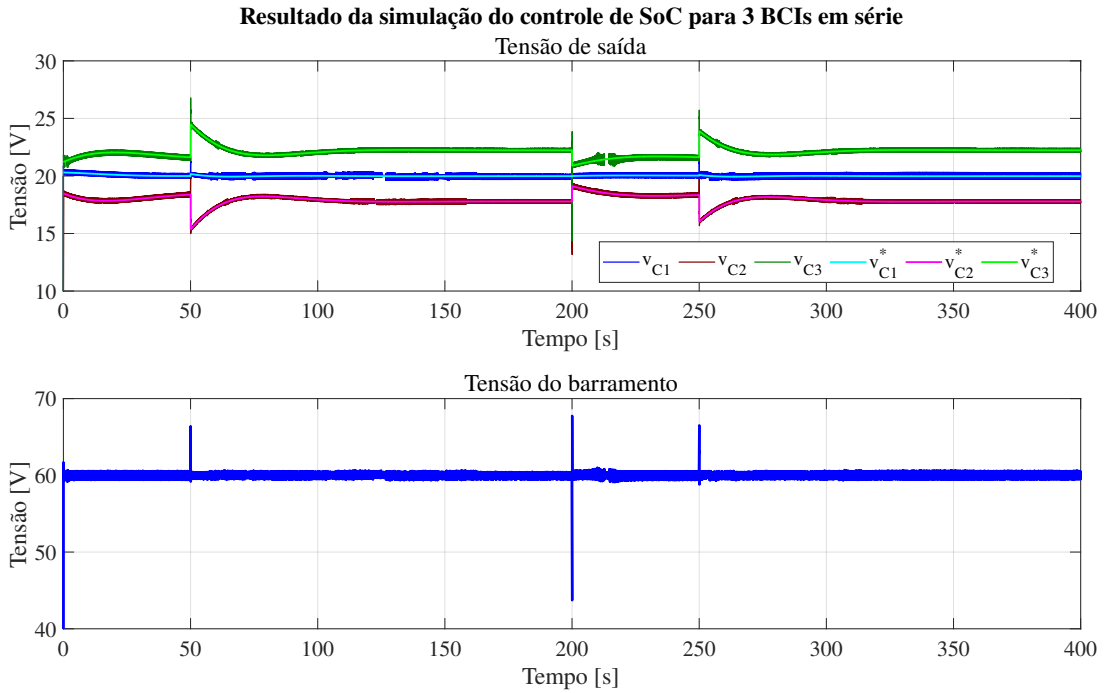
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 52 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente, com mudanças sucessivas iniciada na descarga - Estados de carga.



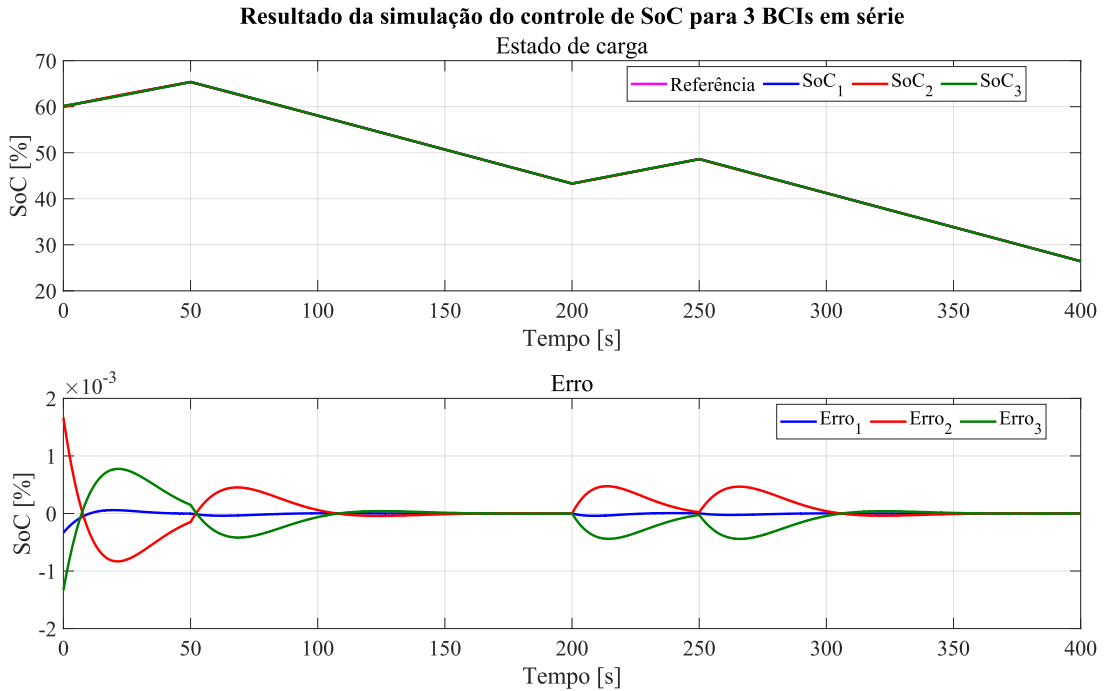
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 53 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente, com mudanças sucessivas iniciada na descarga - Tensões.



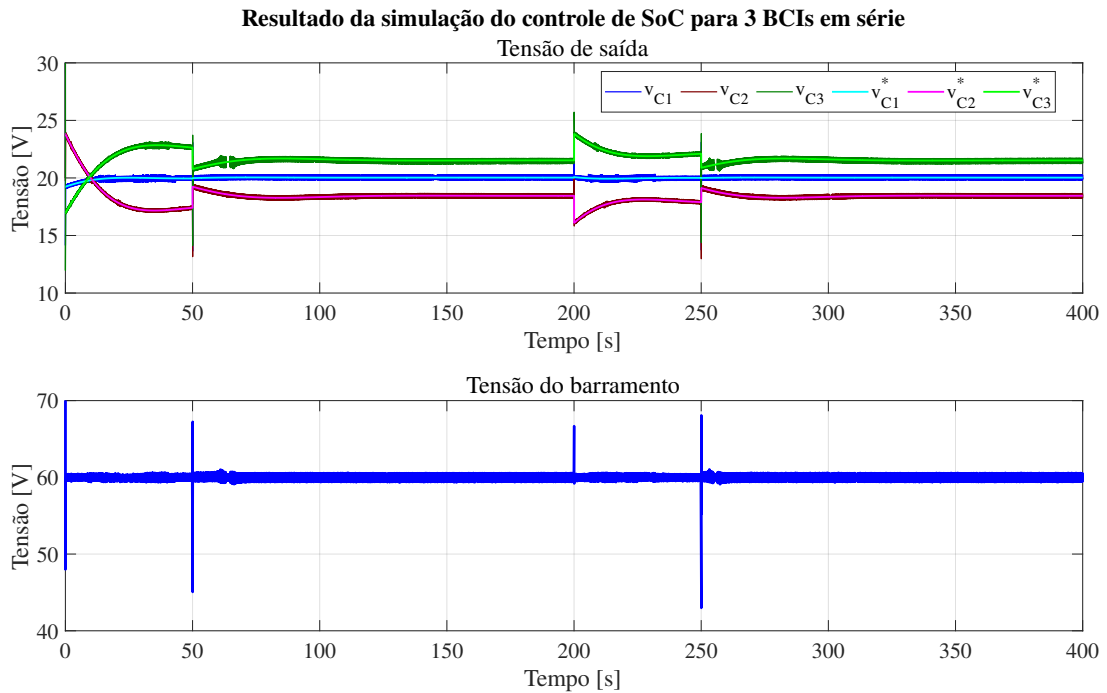
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 54 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente, com mudanças sucessivas iniciada na carga - Estados de carga.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 55 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente, com mudanças sucessivas iniciada na carga - Tensões.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.9 SIMULAÇÃO DO SISTEMA SEM A COMUTAÇÃO DOS CONTROLADORES DE ESTADO DE CARGA SOB INVERSÃO DE CORRENTE

Para evidenciar a necessidade fundamental da comutação dos controladores da malha externa, conforme a fundamentação matemática apresentada anteriormente, esta seção apresenta os resultados da simulação do sistema operando sob inversão do fluxo de potência, porém sem a correspondente atualização dos ganhos do controlador de Estado de Carga. Foram analisados dois cenários distintos. O primeiro utiliza exclusivamente o controlador projetado para corrente com sinal positivo; a simulação é iniciada com a corrente em valor positivo e, em determinado instante, o fluxo é invertido para negativo (Figuras 56 e 57). O segundo cenário aborda o caso análogo, empregando o controlador projetado para corrente com sinal negativo, em uma simulação que inicia com corrente negativa e sofre inversão para o sentido positivo (Figuras 58 e 59).

Como esperado pela análise dinâmica do sistema, a ausência da comutação dos ganhos resulta na instabilidade do mecanismo de balanceamento em ambos os cenários. Os resultados demonstram que, ao invés de convergirem para o valor médio, **os estados de carga divergem, afastando-se progressivamente um do outro**. Esse distanciamento contínuo gera um erro crescente que eleva a ação de controle até que esta atinja os **limites de saturação estabelecidos para as referências de tensão de saída** dos conversores. Consequentemente, ao forçar os atuadores a operarem constantemente em seus limites

físicos, o sistema perde sua capacidade dinâmica de regulação, o que acarreta na impossibilidade de manter a tensão do barramento CC no valor constante e desejado. Estes resultados ratificam empiricamente que a estabilidade do balanceamento de SoC exige, de forma imprescindível, a adoção de uma estratégia dependente do sentido da corrente.

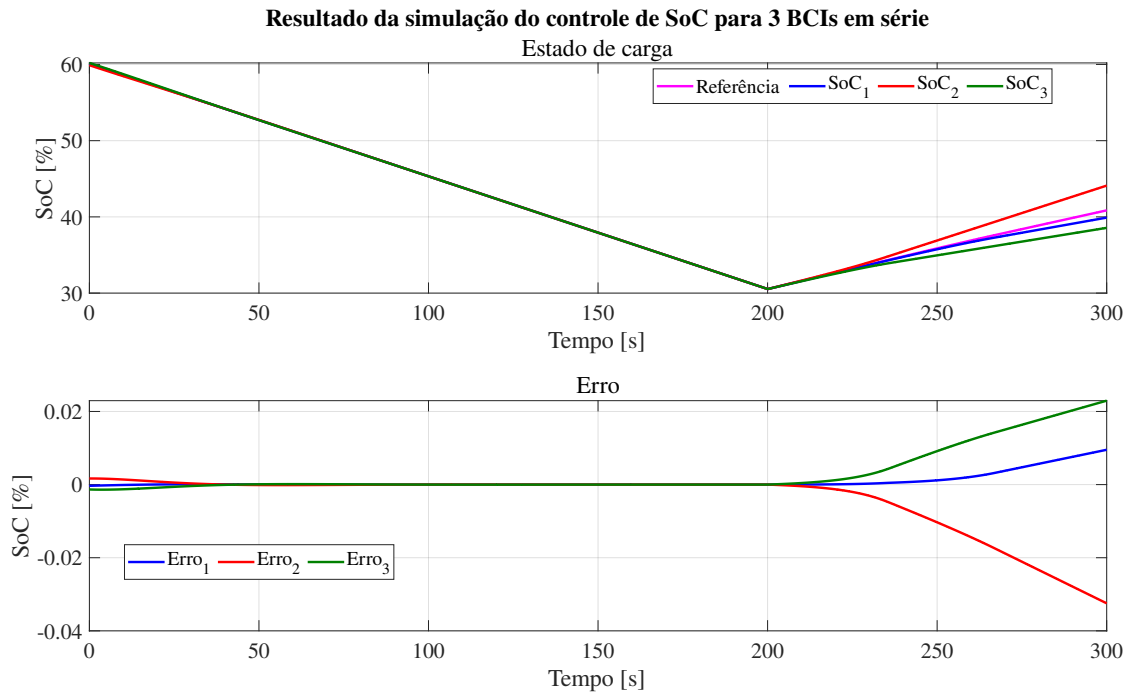


Figura 56 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente sem comutação do controlador, com controlador para corrente positiva - Estados de carga.

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

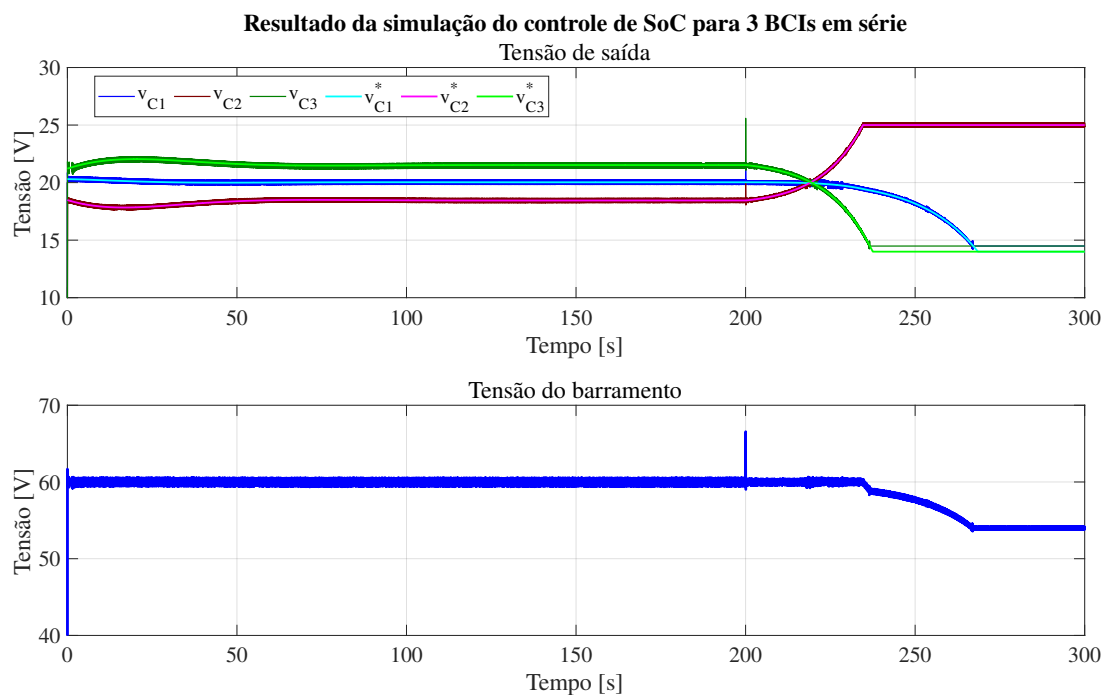


Figura 57 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente sem comutação do controlador, com controlador para corrente positiva - Tensões.

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

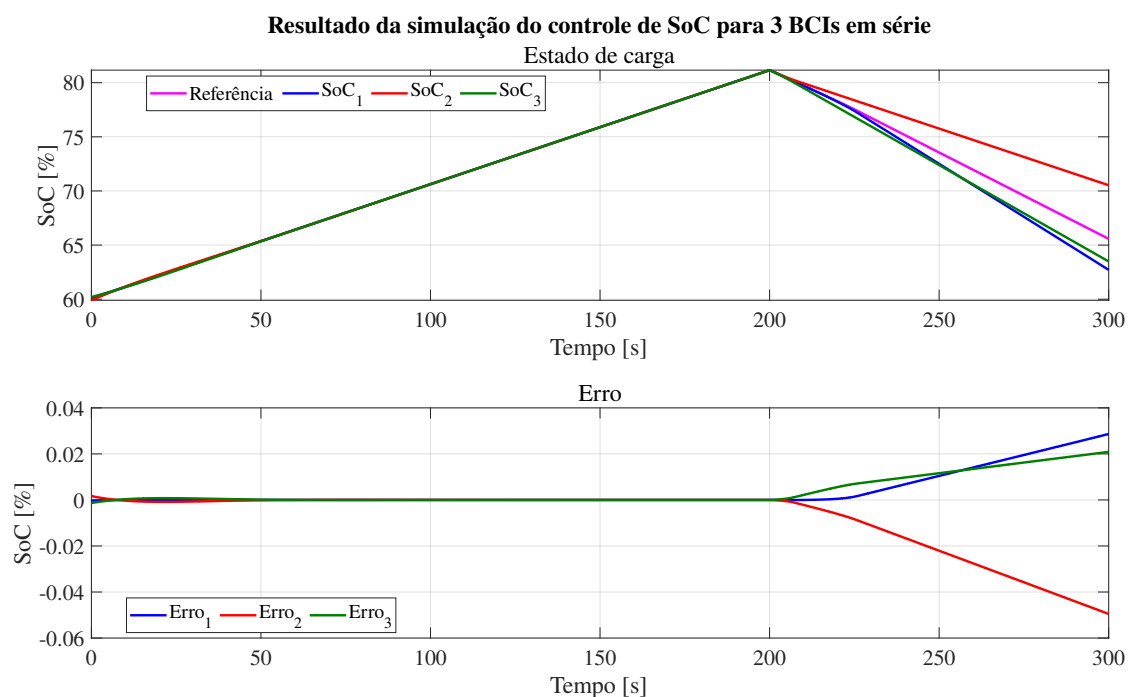


Figura 58 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente sem comutação do controlador, com controlador para corrente negativa - Estados de carga

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

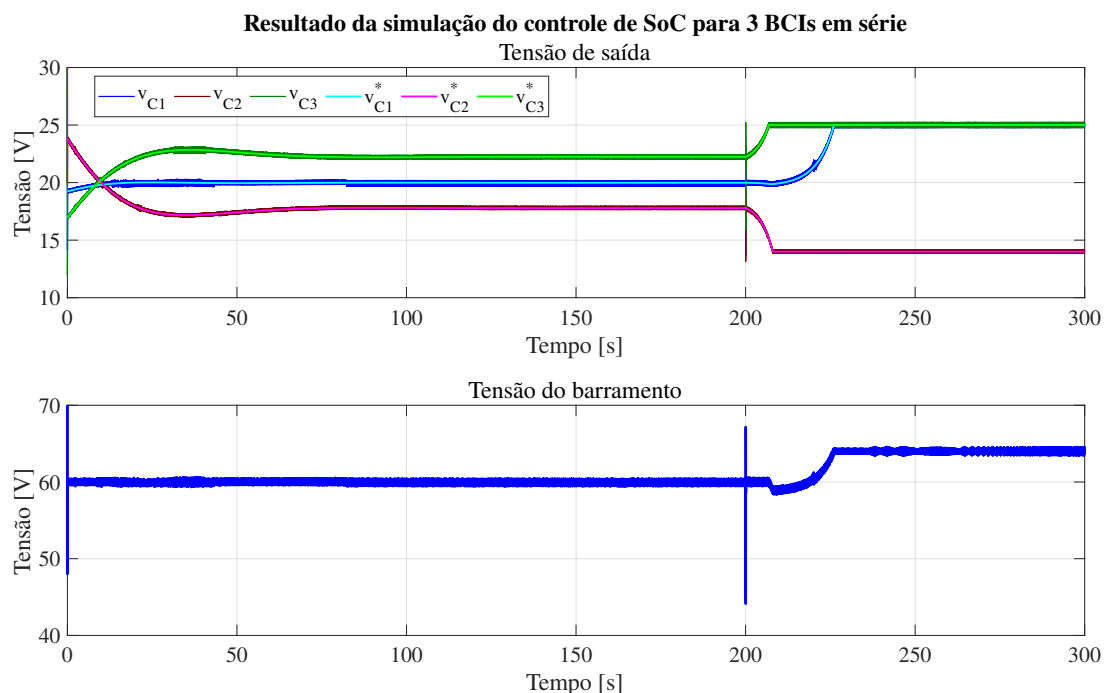


Figura 59 – Resultado da simulação do sistema de 3 BCI com controle do SoC com inversão de corrente sem comutação do controlador, com controlador para corrente negativa - Tensões.

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

4.10 CONCLUSÕES PARCIAIS

Este capítulo apresentou os resultados das simulações para os sistemas e controladores projetados. A análise contemplou desde a validação do modelo de tensão de circuito aberto em função do Estado de Carga até o desempenho individual do conversor bidirecional. Notadamente, os resultados evidenciaram as limitações de métodos convencionais na determinação dos ganhos do controlador do conversor, em contraste com a eficácia da abordagem proposta. Por fim, o sistema de controle do SoC foi submetido a diversos cenários operacionais, cujos resultados validaram a funcionalidade do projeto.

5 CONCLUSÃO

O objetivo principal deste trabalho foi o desenvolvimento de um sistema de controle para o balanceamento dos estados de carga em um sistema baseado em baterias com conversores integrados, garantindo a regulação da tensão do barramento CC sob operação bidirecional. Com base nos resultados obtidos, constata-se que todos os objetivos intermediários propostos foram plenamente alcançados, desde a fundamentação teórica até a validação por simulação computacional.

Inicialmente, a modelagem matemática partiu do modelo elétrico da bateria em série com sua resistência interna, evoluindo para a representação de pequenos sinais do conversor integrado. A extensão do modelo para sistemas com N BCIs em série demonstrou o desacoplamento dinâmico entre as unidades, o que confirmou a viabilidade do controle independente da tensão de saída de cada estágio, independentemente da escala do banco de baterias.

No que diz respeito ao controle da tensão de saída, a pesquisa superou a limitação dos métodos clássicos, como o LQR, cujos ganhos dependentes do sentido da corrente comprometiam a estabilidade durante a inversão do fluxo de potência. A estratégia de controle robusto baseada em Desigualdades Matriciais Lineares mostrou-se eficaz, fornecendo um vetor único de ganhos capaz de assegurar a estabilidade e o desempenho do sistema frente a incertezas paramétricas e em ambos os sentidos de condução.

Quanto à malha externa de balanceamento, a introdução do controlador Proporcional-Integral representou um avanço em relação às práticas comuns da literatura que utilizam apenas ações proporcionais. A proposta garantiu o erro nulo em regime permanente no balanceamento dos SoCs. A análise de estabilidade ratificou a necessidade de inversão do sinal dos ganhos conforme o regime (carga ou descarga), resultando em uma estratégia de controle adaptativa ao fluxo de potência.

As simulações computacionais ratificaram a eficácia das propostas: o sistema equalizou os estados de carga utilizando a média como referência e manteve o barramento CC regulado mesmo sob distúrbios e transições dinâmicas de corrente. Embora o controle da malha externa tenha cumprido sua função de garantir a convergência e a estabilidade, identifica-se que o seu desempenho dinâmico ainda carece de melhorias, abrindo espaço para refinamentos que visem uma resposta mais célere ou otimizada frente a variações bruscas.

Em suma, a arquitetura e as estratégias de controle desenvolvidas validam o uso de baterias com conversores integrados como uma solução robusta e eficiente para mitigar os problemas de desbalanceamento inerentes a bancos de baterias.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados obtidos e das análises realizadas ao longo deste trabalho, identificam-se oportunidades para a continuidade e o aprimoramento da pesquisa. Embora os objetivos propostos tenham sido alcançados, a complexidade dos sistemas de armazenamento de energia permite a exploração de novas técnicas de controle e validações experimentais, visando otimizar o desempenho dinâmico e a aplicabilidade industrial da solução proposta.

Dessa forma, sugerem-se os seguintes tópicos para trabalhos futuros:

- Exploração de técnicas de controle não lineares: Investigar a aplicação de estratégias de controle avançado na malha externa de balanceamento, como técnicas de controle adaptativo, Controle Preditivo Baseado em Modelo (*Model Predictive Control* - MPC) ou o Controle por Modos Deslizantes (*Sliding Mode Control*), buscando superar as limitações de desempenho observadas no controlador linear;
- Implementação em protótipo real: Desenvolvimento de uma bancada experimental para validação física dos algoritmos de controle e balanceamento desenvolvidos, permitindo confrontar os resultados das simulações computacionais com o comportamento real dos componentes eletrônicos e das células de bateria;
- Análise de eficiência energética: Realizar um estudo detalhado sobre as perdas de comutação e condução nos conversores integrados, avaliando o impacto da estratégia de balanceamento na eficiência global do sistema de armazenamento;
- Estudo de envelhecimento das baterias: Incorporar modelos de degradação química para avaliar como a estratégia de balanceamento ativo pode estender a vida útil (*State of Health* - SoH) do banco de baterias em comparação com métodos de balanceamento passivo.

REFERÊNCIAS

- ARAUJO, L. S.; FERNANDES, N. T. D.; BRANDAO, D. I.; FILHO, B. J. C. SmartBattery: An active-battery solution for energy storage system. *In: IEEE 15th Brazilian Power Electronics Conference*. 2019.
- ATANANE, A.; BENABBOU, L.; EL OUAFI, A. Electricity demand forecasting: A systematic literature review. *In: 2023 14th International Conference on Intelligent Systems: Theories and Applications (SITA)*. Casablanca, Morocco: pp. 1-8, 2023.
- BARROS, R. C. et al. Methodology for BESS design assisted by choice matrix approach. *Eletrônica de Potência*, v. 29, 2024.
- CHAVHAN, S.; MOHALE, V.; KUMBHAR, M. A review of recent advancements and challenges in battery energy storage system (BESS). *In: 2024 1st International Conference on Innovative Sustainable Technologies for Energy, Mechatronics, and Smart Systems (ISTEMS)*. Dehradun, India: pp. 1-6, 2024.
- COSTA, P. F. S. et al. Modelagem e controle do conversor DAB aplicado à carga de baterias. *Eletrônica de Potência*, v. 23, n. 3, 2018.
- DE ARAUJO COUTINHO, B.; DE OLIVEIRA TIRONI, P. I.; PEREIRA, H. A.; TEODORESCU, R.; CUPERTINO, A. F. Implementation of a smart battery based on the DC/DC boost converter. *In: 2023 IEEE 8th Southern Power Electronics Conference and 17th Brazilian Power Electronics Conference (SPEC/COBEP)*. Florianópolis, Brazil: pp. 1-8, 2023.
- DUAN, G. R.; YU, H. H. **LMIs in Control Systems: Analysis, Design and Applications**. Crc Press, 2013.
- ENGINEERING & TECHNOLOGY. Energy: Global rise in electricity demand met entirely with renewables. *Engineering & Technology*, v. 17, n. 10, p. 5, 2022.
- FAESSLER, B. Stationary, second-use battery energy storage systems and their applications: A research review. *Energies*, 2021.
- HESPANHA, J. P.; MORSE, A. S. Stability of switched systems with average dwell-time. *In: Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. Phoenix, AZ, USA: IEEE, pp. 2655-2660, 1999.
- HOWELL, S.; REZGUI, Y.; HIPPOLYTE, J. L.; JAYAN, B.; LI, H. Towards the next generation of smart grids: Semantic and holonic multi-agent management of distributed energy resources. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 77, pp. 193-214, 2017.
- HUANG, X. et al. The impact of disruptive technologies on the evolution of new power systems under the double carbon targets. *In: 2023 IEEE 7th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*. Hangzhou, China: pp. 4605-4611, 2023.
- INTERNATIONAL ENERGY AGENCY (IEA). **World Energy Outlook 2023**. 2023. Disponível em: <https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2023>. Acesso em: 30 de janeiro de 2026.

- JOHNSON, V. H. Battery performance models in ADVISOR. **Journal of Power Sources**, v. 110, n. 2, pp. 321-329, 2002.
- KANABAR, M.; COSOREANU, C. Building the grid of the future to accelerate energy transition: Innovations and digital transformation for global utilities. **IEEE Power and Energy Magazine**, v. 22, n. 2, pp. 90-99, 2024.
- LI, Y.; HAN, Y. A module-integrated distributed battery energy storage and management system. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 31, n. 12, 2016.
- LYSHEVSKI, S. E. **Control Systems Theory with Engineering Applications**. Boston: Birkhäuser, 2001.
- LIBERZON, Daniel. **Switching in Systems and Control**. Boston: Birkhäuser, 2003.
- LIU, K. Z.; YAO, Y. **Robust Control: Theory and Applications**. Wiley, 2016.
- MAIA, T. A. C. et al. Battery energy management proposition for energy storage using active DC-DC converter. **International Journal of Circuit Theory and Applications**, 2022.
- MALLMANN, J. F.; GRIGOLETTO, F. B. Conversor estático híbrido para sistemas de geração solar fotovoltaica com armazenamento de energia. **Eletrônica de Potência**, v. 30, 2025.
- MARTINEZ-LASERNA, E. et al. Technical viability of battery second life: A study from the ageing perspective. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 54, n. 3, 2018.
- MENG, J. et al. An overview and comparison of online implementable SOC estimation methods for lithium-ion battery. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 54, n. 2, pp. 1583-1591, 2018.
- MENON, V. P.; BAJPAI, P. Battery storage system planning in an academic campus distribution network. *In: 2020 21st National Power Systems Conference (NPSC)*. Gandhinagar, India: pp. 1-6, 2020.
- MOLINA, M. G. Energy storage and power electronics technologies: A strong combination to empower the transformation to the smart grid. **Proceedings of the IEEE**, v. 105, n. 11, pp. 2191-2219, 2017.
- OLALLA, C. et al. LMI robust control design for boost PWM converters. **IET Power Electronics**, v. 3, n. 1, p. 75, 2010.
- OLIVEIRA, J. S. et al. Variable-gain state-of-charge balancing method for smart battery packs. **IEEE Access**, 2025.
- PLETT, G. L. **Battery Management Systems, Volume I: Battery Modeling**. Boston: Artech House, 2015.
- PÜTTGEN, H. B.; MACGREGOR, P. R.; LAMBERT, F. C. Distributed generation: Semantic hype or the dawn of a new era? **IEEE Power & Energy Magazine**, 2003.
- QAHOUQ, J. A.; BATARSEH, I. **Distributed battery power electronics architecture and control**. US Patent No. US9368991B2, 14 jun. 2016.

- SALEK, F. et al. Technical energy assessment and sizing of a second-life battery energy storage system for a residential building equipped with EV charging station. **Applied Sciences**, v. 12, 11103, 2022.
- SAMPAIO, L. P. et al. Grid-tie three-phase inverter with active and reactive power flow control capability. **Eletrônica de Potência**, v. 19, n. 4, 2014.
- SILVA, F. G.; BARBOSA, P. G.; ALMEIDA, P. M. Controle Robusto de uma UPS via LMIs. *In: Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2024)*. 2024.
- SILVA, F. G.; CUPERTINO, A. F.; BARBOSA, P. G.; ALMEIDA, P. M. Balanceamento dos estados de carga de um sistema baseado em baterias com conversores integrados. *In: XVII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente e XI Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBAI-SBSE 2025)*. 2025.
- SILVA, F. G.; CUPERTINO, A. F.; BARBOSA, P. G.; ALMEIDA, P. M. Design of a Robust Controller for Bidirectional DC-DC Converters Using Linear Matrix Inequalities. *In: 2025 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)*. 2025.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design**. John Wiley & Sons, 2005.
- SOUZA, J. V. D. et al. Battery energy storage system allocation in distribution systems for power loss and operational costs reduction. **IEEE**, 2019.
- TORRES, P. F. et al. Modelo dinâmico de sistemas de armazenamento de energia em baterias para provimento de serviços ancilares. **Eletrônica de Potência**, v. 28, n. 2, 2023.
- ZHU, H. et al. Energy storage in high variable renewable energy penetration power systems: Technologies and applications. **CSEE Journal of Power and Energy Systems**, v. 9, n. 6, 2023.